

# CÁLCULO DE RADIAÇÃO ACÚSTICA DE ORIGEM MAGNÉTICA NUM MOTOR ELÉTRICO DE RELUTÂNCIA CHAVEADO

**Newton Sure Soeiro**

Universidade Federal do Pará, Departamento de Engenharia Mecânica, 66.075-110, Belém-PA, Brasil, E-Mail: [nsoeiro@ufpa.br](mailto:nsoeiro@ufpa.br).

**Carlos Guilherme C. Neves**

**Nelson Sadowski**

**Renato Carlson**

Universidade Federal de Santa Catarina, Depto. de Eng. Elétrica, GRUCAD, 88049-900 Florianópolis, SC, BRAZIL E-mail: [guilherm@grucad.ufsc.br](mailto:guilherm@grucad.ufsc.br)

## Resumo

Neste trabalho o acoplamento entre forças magnéticas, vibrações forçadas e ruído é modelado para um Motor Elétrico. O método de elementos finitos é usado para obter as forças magnéticas e as vibrações forçadas. O método de elementos de contorno é usado na determinação das grandezas acústicas.

**Palavras-chave:** Vibrações, Forças magnéticas, Método de elementos finitos, Motor elétrico, Ruído.

## 1. INTRODUÇÃO

Neste trabalho o Método de Elementos Finitos (MEF) e o Método de Elementos de Contorno (MEC) são usados para modelar o acoplamento entre vibrações de origem magnética e ruído. Os resultados obtidos são comparados com medições.

É utilizado um modelo bidimensional para avaliar as forças eletromagnéticas. Portanto, as forças tangenciais e radiais são consideradas constantes ao longo do eixo da máquina, este procedimento só é válido para máquinas elétricas de ranhuras não inclinadas, tais como o Motor de Relutância Chaveado (MRC), usado nesta investigação.

Do ponto de vista mecânico a rigidez varia ao longo do eixo longitudinal em função das características geométricas da estrutura do motor, afetando as vibrações. Então, resultados consistentes só podem ser obtidos se um modelo 3D é empregado, porque este modelamento é capaz de calcular os deslocamentos e acelerações em todos os pontos da estrutura.

Após o cálculo da velocidade em vários pontos da superfície do motor, aplicando o método de elementos finitos 3D, o ruído emitido pelo motor é avaliado. Para determinar o ruído acústico aplicando o MEC condições de contorno do tipo velocidade são geradas e aplicadas à malha de elementos de contorno à qual representa a superfície da máquina elétrica. Comparação entre valores calculados e medidos são apresentados.

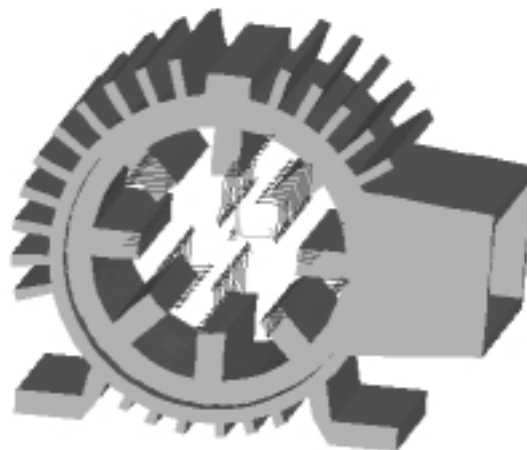
## 2. CÁLCULO DAS FORÇAS E MODELO MECÂNICO

O Tensor de Maxwell é usado neste trabalho para calcular a pressão magnética  $df/ds$ , como segue (Sadowski et all, 1992b):

$$\frac{df}{ds} = \frac{1}{\mu_0} \left[ (\mathbf{n} \cdot \mathbf{B})\mathbf{B} - \frac{1}{2} B^2 \mathbf{n} \right] \quad (1)$$

onde  $\mu_0$  é a permeabilidade do ar,  $\mathbf{n}$  é um vetor normal a superfície do dente estático (aço) e  $\mathbf{B}$  é a indução no entreferro (ar). Para simplificar o problema, as densidades de força ao longo do estator são integradas e supostas concentradas num ponto central da superfície interna do dente estático.

Após uma decomposição harmônica, as forças magnéticas obtidas através do cálculo eletromagnético bidimensional são transferidas ao modelo tridimensional, mostrado na Fig. 1, que representa a estrutura do motor, supondo que estas agem em planos axiais equidistantes. Na mesma figura são apresentados os vetores de força correspondentes à 5ª harmônica de forças.



**Figura 1.** Vetores de força correspondentes à 5ª harmônica aplicados a estrutura do MRC.

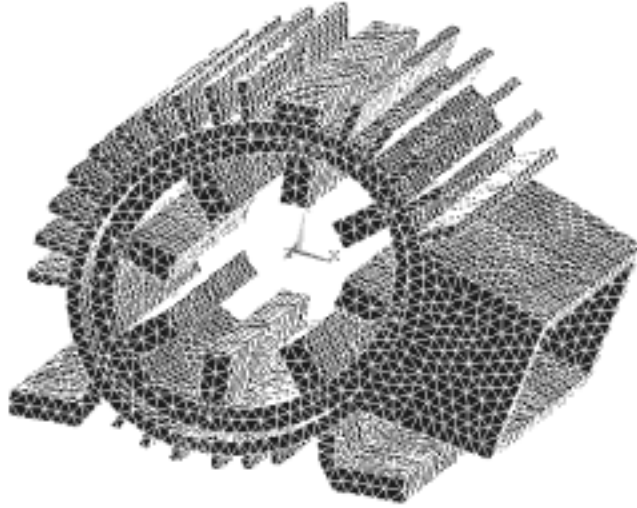
## 3. RESPOSTA FORÇADA

Com as forças e o modelo mecânico, as vibrações forçadas são obtidas usando Método de Superposição Modal. Neste método a resposta de uma estrutura contínua à qualquer força pode ser representada pela superposição das respostas de seus modos individuais. Estas respostas podem ser deslocamentos nodais, velocidades e acelerações.

Como exemplo, a deformação forçada causada pelo 5º harmônico das forças magnéticas (1250 Hz) é apresentada na Fig. 2. Neste trabalho é considerado um amortecimento comum ao calcular deformações mecânicas, como apresentada em (Neves et all, 1999).

## 4. FORMULAÇÃO DO MEC PARA CÁLCULO DE RUÍDO ACÚSTICO

Este método é aplicado para resolver a equação de onda acústica quando o domínio acústico é irregular ou arbitrário. O MEC, só discretiza a superfície da estrutura ou limite de domínio acústico.



**Figura 2.** Deformação causada pelo 5º harmônico das forças magnéticas (1250 Hz).

A pressão sonora em um ponto arbitrário  $p$  de um meio exterior  $\Gamma$ , que envolve uma superfície  $S$ , assumindo vibração harmônica desta superfície, tem que satisfazer a equação de Helmholtz (Kinsler, 1982):

$$\nabla^2 p + k^2 p = 0 \quad (2)$$

onde  $\nabla^2$  é o operador laplaciano.

A multiplicação de ambos os lados de (2) pela solução fundamental  $G(x, \xi)$  e a integração do produto sob  $\Gamma$  resulta na equação integral seguinte (Kinsler, 1982).

$$C(\xi)p(\xi) + \int_S p(x) \frac{\partial G(x, \xi)}{\partial n} dS = \int_S \frac{\partial p(x)}{\partial n} G(x, \xi) dS \quad (3)$$

onde  $x$  é um ponto da superfície,  $\xi$  é um ponto sobre  $\Gamma$ ,  $G(x, \xi) = e^{-i(kr)}/4\pi r$  e  $r$  é a distância  $x$  à  $\xi$ .

Dividindo a superfície em  $N$  elementos, cada um com uma superfície  $S_j$  ( $j=1, N$ ) e posicionando  $\xi$  em um nó  $\ell$ , (3) pode ser discretizada, dando:

$$C(\xi_\ell)p(\xi_\ell) + \sum_{j=1}^N \int_{S_j} p(x) \frac{\partial G}{\partial n}(x, \xi_\ell) dS = \sum_{j=1}^N \int_{S_j} \frac{\partial p(x)}{\partial n} G(x, \xi_\ell) dS \quad (4)$$

A equação (4) que relaciona as pressões superficiais às velocidades normais pode ser escrita na forma de matriz (Ciskowski, 1992):

$$[H]\{p_s\} = [B]\{v_n\} \quad (5)$$

onde  $[H]$  e  $[B]$  são matrizes (cheias, complexas e não simétricas) onde  $\{p_s\}$  e  $\{V_n\}$  são vetores pressão superficiais e velocidades normais nos nós, respectivamente. As matrizes  $[H]$  e  $[B]$  dependem da frequência de excitação e da forma da estrutura.

A partir de (5) e de condições de contorno adequadas (envolvendo um determinado valor de velocidade normal na superfície de contorno, correspondente ao comportamento vibratório da estrutura), as pressões nodais superficiais  $\{p_s\}$  podem ser calculadas. O conhecimento destas pressões e das velocidades normais permite criar uma representação discreta da pressão  $p_f$  em qualquer ponto do meio exterior  $\Gamma$ :

$$p_f = \{h_f\}^T \{p_s\} + \{b_f\}^T \{V_n\} \quad (6)$$

onde  $\{h_f\}$  and  $\{b_f\}$  são os coeficientes de influência que dependem da geometria do modelo e das frequências de excitação.

Obtido o  $p_f$ , o nível de pressão sonora pode ser calculado:

$$L_p = 20 \log \frac{P_f}{P_{ref}} \quad [\text{dB}] \quad (7)$$

onde  $p_{ref} = 2 \times 10^{-5} \text{ N / m}^2$ .

A potência sonora irradiada por uma estrutura vibrante pode ser obtida a partir das pressões superficiais  $\{p_s\}$  e das velocidades normais  $\{V_n\}$  na superfície de contorno  $S$  através de:

$$W_{rad} = \frac{1}{2} \text{Re} \left\{ \int_S \{p_s\}^T \{V_n\}^* ds \right\} \quad (8)$$

onde  $\text{Re}\{\}$  refere-se a parte real enquanto que o asterisco refere-se ao complexo conjugado e  $ds$  é a superfície incremental.

A discretização em elementos de contorno permite formular a potência irradiada como a soma das contribuições de cada elemento de superfície  $S_j$ :

$$W_{rad} = \sum_{j=1}^m W_{rad_j} \quad (9)$$

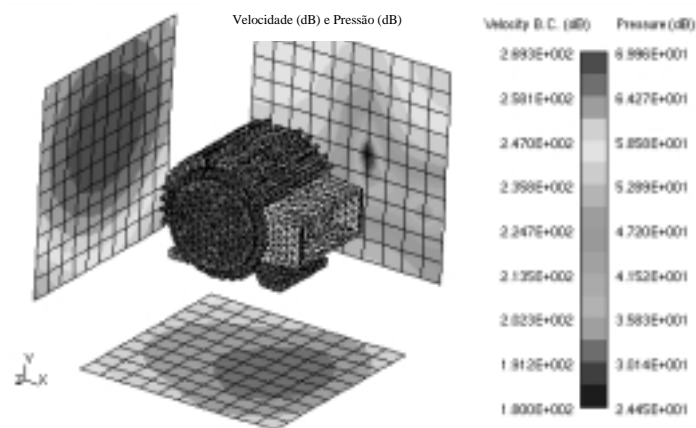
onde  $m$  é o número de elementos de contorno (elementos superficiais triangulares ou retangulares):

$$W_{rad_j} = \frac{1}{2} \text{Re} \left\{ \int_{S_j} p_{s_j} V_{n_j}^* ds \right\} \quad (10)$$

Os resultados estruturais que geram as condições de contorno são obtidos nos nós de uma malha estrutural (com elementos tetraédricos e hexaédricos) diferente da malha acústica, mas ambas possuem a mesma geometria. Neste caso, um algoritmo de interpolação é usado para transferir os resultados para a malha acústica.

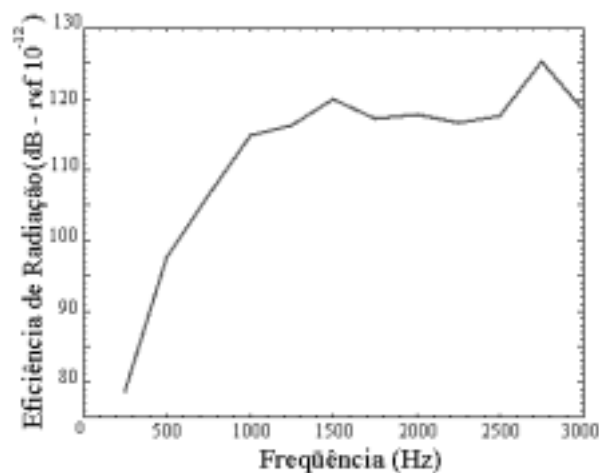
## 5. RESULTADOS

Como exemplo de cálculos acústicos aplicando o MEC, apresentamos na Fig. 3 a pressão sonora e as condições de contorno de velocidade causadas pela 5ª harmônica (1250 Hz) das forças magnéticas (este resultado foi calculado considerando uma distância de 0,3 metros da fonte, para fins de ilustração). A Figura 4 mostra a eficiência de radiação como função das frequências de excitação.

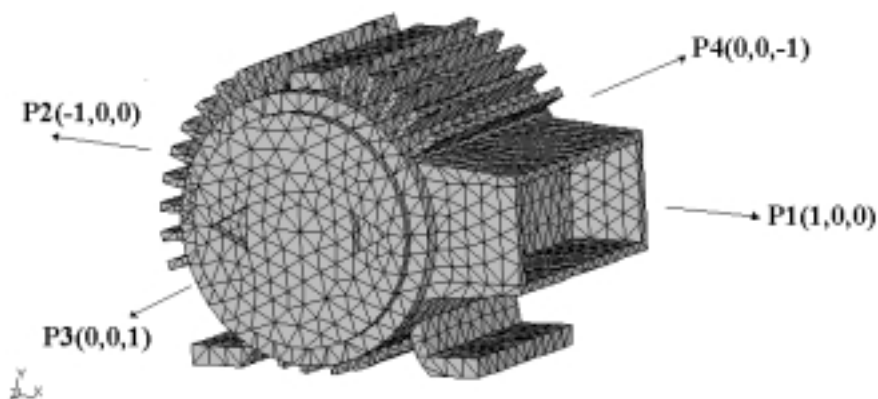


**Figura 3.** Campo de pressão sonora para a 5ª harmônica (1250 Hz) das forças magnéticas.

As tabelas I, II, III e IV comparam os níveis de pressão sonora calculados com os valores medidos nos pontos 1, 2, 3 e 4 (mostrado na Fig. 4, a qual representa a malha acústica) para as frequências de excitação de 1250 Hz, 1500 Hz e 1750 Hz, respectivamente, considerando a distância de 1 metro da fonte e a velocidade de 2500 rpm.



**Figura 4.** Eficiência de radiação em função da frequência



**Figura 4.** Malha acústica e localização dos pontos de medição.

Observando as tabelas 1 e 2 nota-se que os valores calculados através do MEC e os valores medidos são relativamente próximos nos pontos 1 e 2, para as frequências de 1250 Hz e 1750 Hz, entretanto para a frequência de 1500 Hz os valores medidos são bem superiores aos calculados. Estes valores elevados provavelmente são causados por fenômenos de origem aerodinâmica, tais como os efeitos de turbulência, já que para esta frequência em particular não são observados picos de vibração importantes. A frequência associada com este tipo de ruído aerodinâmico é dada pelo produto do número de dentes do rotor pela velocidade rotacional do mesmo em rps, neste caso ( $6 \times 250 = 1500$  Hz) [Engelmann, 1995].

**Tabela 1.** Valores de pressão sonora no ponto 1

Frequência (Hz)	Pressão sonora calculada [dB(A)]	Pressão sonora medida [dB(A)]
1250	55.06	54.01
1500	46.04	65.81
1750	57.30	55.08

**Tabela 2.** Valores de pressão sonora no ponto 2

Frequência (Hz)	Pressão sonora calculada [dB(A)]	Pressão sonora medida [dB(A)]
1250	59.10	60.00
1500	39.30	69.13
1750	65.01	61.00

Observando as tabelas 3 e 4 nota-se que os valores de pressão sonora medidos são muito maiores do que os calculados através do MEC. Provavelmente, estes valores elevados são provocados por fenômenos de origem aerodinâmica, tais como, ventilação, transmissão de vibrações dos rolamentos para as tampas do motor e também por fenômenos de origem magnética, como vibrações causadas por forças magnéticas de cabeça de bobina. Todos estes efeitos, os quais predominam na direção perpendicular às tampas do motor, não são incorporados na modelagem apresentada neste artigo.

**Tabela 3.** Valores de pressão sonora no ponto 3

Frequência (Hz)	Pressão sonora calculada [dB(A)]	Pressão sonora medida [dB(A)]
1250	21.05	52.00
1500	39.80	59.25
1750	36.42	47.00

**Tabela 4.** Valores de pressão sonora no ponto 4

Frequência (Hz)	Pressão sonora calculada [dB(A)]	Pressão sonora medida [dB(A)]
1250	21.05	52.00
1500	39.80	59.25
1750	36.42	47.00

## 6. CONCLUSÕES

Uma rotina de cálculo de ruído acústico em máquinas elétricas baseada no método de elementos de contorno foi apresentada e aplicada a um MRC 8/6 pólos. Considerando a complexidade de todo o procedimento de cálculo, podemos considerar que estes resultados validam esta análise de predição de ruído acústico causado por forças magnéticas.

## 7. REFERÊNCIAS

- Engelmann, R. H, Middendorf, W. H, *Handbook of Electric Motors*, Marcel Dekker Inc., New York, 1995.
- Ciskowski, R. D. and Brebbia, C. A., “Boundary Element Methods in Acoustic”, *Computational Mechanics Elsevier Applied Science*, Southampton Boston, 1991.
- Kinsler, L. E., *Fundamentals of Acoustics*, John Wiley & Sons, 1982.
- Neves, C. G. C., Carlson, R., Sadowski, N., Bastos, J. P. A., Soeiro, N. S., “Forced Vibrations Calculation in a Switched Reluctance Motor Taking into Account the Viscous Damping”, Conference Record of the IEEE-IEMDC - International Electric Machines and Drives Conference, Seattle (USA), pp. 110-112, May 1999.
- Sadowski, N., Lefèvre, Y., Lajoie-Mazenc, M., Cros, J., “Finite element torque calculation in electrical machines while considering the movement”, *IEEE Trans. on Magn.*, vol. 28, N.2, pp. 1410-1413, March 1992.
- Sadowski, N., Lefèvre, Y., Lajoie-Mazenc, M. and Bastos, J. P. A., “Sur le calcul des forces magnétiques,” *Journal de physique III*, France, pp. 859-870, 1992.