EFEITO DA PRÉ-TENSÃO EM PROBLEMAS DE VIBRAÇÕES LIVRES DE SISTEMAS FLUIDO-ESTRUTURA ACOPLADOS

José Nilton Martini
Departamento de Engenharia Mecânica UDESC
Joinville, SC, Brasil
Renato Pavanello
Departamento de Mecânica Computacional - FEM - UNICAMP
C.P. 6122 - CEP 13083-970 - Campinas, SP, Brasil
Horacio Valadares Duarte
Departamento de Engenharia Mecânica- UFMG
Av. Antonio Carlos, 6627 - Campus Pampulha
CEP 31270-901 - Belo Horizonte, MG, Brasil

Resumo

Este trabalho trata da determinacão das características modais de uma cavidade acústica constituída por um reservatório esférico de paredes flexíveis contendo fluido pressurizado. Devido à pressão interna, as paredes da cavidade tendem a se deformar originando uma tensão que pode ser significativa sobre os modos de vibrar do sistema acoplado. Através do estudo de casos pode-se estimar a influência da pressão interna sobre os modos acústico-estruturais do sistema. A técnica clássica de elementos finitos é empregada e o acoplamento dinâmico entre fluido e estrutura atende às condições cinemáticas na interface entre os domínios fluido e sólido. A não linearidade geométrica devido à pressão interna foi incorporada pela atualização da matriz de rigidez em processo iterativo.

Palavras-chave: Cascas, Fluido-estrutura, Elementos Finitos, Não-linearidade geométrica

1. INTRODUÇÃO

Neste trabalho apresenta-se o equacionamento e os resultados obtidos para problemas de interação fluido-estrutura considerando o efeito da pré-tensão. O caso considerado é o de uma casca esférica preenchida com um fluido compressível pressurizado. O modelo proposto é aplicado à um problema bidimensional axi-simétrico.

Será considerada a hipótese de pequenos deslocamentos o que leva a inexistência de escoamento no meio fluido e torna a condicão de fluido irrotacional ou não viscoso aceitável.

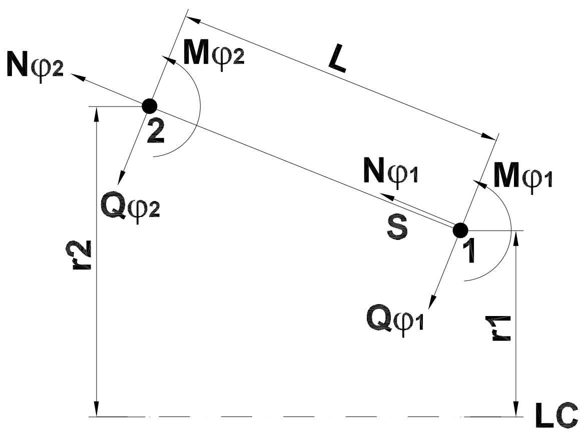


diagrama de esforços no elemento tronco-cônico

Figura 1: Elemento axi-simétrico

Desta forma é possível descrever o comportamento do fluido pela equacão da onda. Neste trabalho foi usada a equacão da onda na formulacão de potencial de deslocamento ou formulacão linearizada que conduz a um sistema de equações simétrico. Na interface fluido estrutura é considerada a continuidade de velocidades como condicão cinemática de acoplamento, procedimento adotado por (Zienkiewicz et al., 1978) e (Morand and Ohyon, 1995).

2. FORMULACÃO PARA O RESERVATÓRIO ESFÉRICO

Para o caso da esfera pressurizada foi empregada a formulacão de casca para a estrutura. A esfera é modelada usando-se elementos tronco-cônicos o que simplifica bastante a formulação (Martini, 1991).

Na Figura 1. estão esquematizados os esforços atuantes na casca tronco-cônica. Na Figura 2. é mostrada a orientação do campo de deformações (u, w, β) no plano zs ou plano meridional. As três primeiras equações são as equações de equilíbrio dinâmico para um tronco de cone sujeito a uma pré-tensão (Martini, 1991) e (Timoshenko, 1974). Foi empregada a formulação em potencial de deslocamento para o fluido (Martini, 1991) e (Morand and Ohyon, 1995). O sistema de equações que descreve o fenômeno passa a ser escrito como:

$$\frac{d}{ds}(rN_\phi) - N_\theta \sin(\phi) - \rho_c r h \ddot{u} = 0 \quad \text{em } \Omega_c \tag{1}$$

$$\frac{d^2}{ds^2}(rq_\phi) + N_\theta \cos(\phi) + \frac{d}{ds}(rN^*_\phi \frac{dw}{ds}) + pr - \rho_c r h \ddot{w} = 0 \quad \text{em } \Omega_c \tag{2}$$

$$\frac{d^2}{ds^2}(rM_\phi) - rQ_\phi - M_\theta \sin(\phi) + \frac{I_M}{dsd\theta}\ddot{\beta} = 0 \quad \text{em } \Omega_c \tag{3}$$

$$\nabla^2\Psi + \frac{1}{c^2\rho_f}p = 0 \quad \text{em } \Omega_f \tag{4}$$

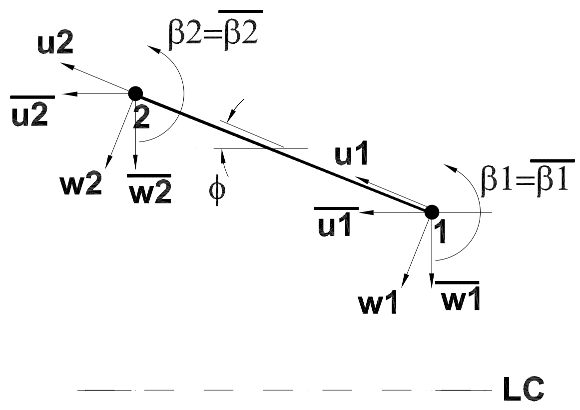


Figura 2: coordenadas locais e globais.

$$\rho_f \nabla \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = -\nabla p \quad \text{em } \Omega_f \tag{5}$$

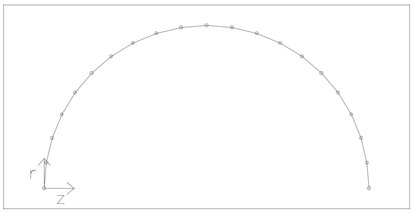
Nas Equações 1, 2 e 3 definidas no domínio sólido Ω_c, N^* representa a pré-tensão aplicada, N_ϕ e N_θ indicam os esforços de tração, M_ϕ e M_θ os momentos atuantes nas direções ϕ e θ respectivamente. A densidade do material ρ_c a espessura h são supostos uniformes e constantes ao longo da casca. O termo I_M é o momento de inércia do setor circular de raio r, sendo r o raio da casca no ponto considerado ($r = r_0 + s\sin(\phi)$). A variável u é o deslocamento na direção s e w o deslocamento na direção z ver Figura 2. Nas Equações 4 e 5 definidas para o domínio fluido Ω_f, p é a pressão, a variável Ψ é definida como potencial de deslocamento do fluido $u_f = \nabla\Psi$ sendo u_f o deslocamento da partícula fluida e Ψ o potencial de deslocamento. Portanto, a equação da onda linearizada passa a ser expressa por duas equações e duas incógnitas, o que aumenta o tempo de processamento mas que permite tornar simétrica a matriz do sistema. Para explicitar as Equações de 1 a 3 na forma integral fraca em função das variáveis de deslocamento $\{u_c\} = \{u, w\}^T$ foram empregadas as relações tensão deformação da elasticidade linear para cascas tronco-cônicas e as relações entre deformação e deslocamento. As condições de contorno para o problema são:

$$\{\nabla\Psi\}.\vec{n} = \{u_c\}.\vec{n} \tag{6}$$

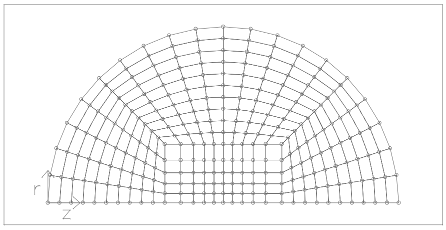
Empregando Galerkin e fazendo a aproximação por elementos finitos chega-se ao seguinte sistema de equações:

$$\left[\begin{bmatrix} K(u) & 0 & L \\ 0 & 0 & H \\ L^T & H & -\frac{1}{c^2\rho_f}E \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} M & 0 & 0 \\ 0 & \rho_f H & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\right] \begin{Bmatrix} u \\ \Psi \\ p \end{Bmatrix} = \{0\}$$

No sistema de equações acima $[K(u)]$ e $[M]$ são as matrizes de rigidez e de massa estruturais, $[H]$ e $[E]$ são as matrizes volumétrica e de compressibilidade do fluido, $[L]$ é a matriz de interface fluido estrutura. A matriz $[K(u)]$ incorpora os efeitos da não linearidade geométrica gerada pelo carregamento (Cook et al., 1974), e é da forma $[K(u)] = [K] + [K_G]$ onde $[K]$ é a matriz convencional de rigidez da estrutura. A matriz $[K_G]$ incorpora o aumento da rigidez devido a deformação do vaso. Determina-se o termo $[K_G]$ de forma iterativa até que $[K(u)]$ satisfaça $[K(u)]\{u\} = \{F\}$. A matriz $[F]$ é o carregamento devido a pressão.



Malha empregada para discretizar casca da esfera.



Malha empregada para o fluido.

Figura 3: Malhas empregadas para reservatório esférico.

3. RESULTADOS NUMÉRICOS OBTIDOS

Nesta seção são apresentados os resultados da simulação da interação fluido estrutura para a casca esférica, considerando a pré-tensão. As dimensões que caracterizam o problema são: raio da esfera $r = 1,0m$, espessura da casca $e = 1,00 \times 10^{-3}m$. As propriedades físicas dos materiais foram: módulo de elasticidade $E = 1.19 \times 10^{11}\ N/m^2$, coeficiente de Poisson $\nu = 0.326$, densidade do material da casca $\rho_c = 8910\ Kg/m^3$, densidade do fluido $\rho_f = 1000\ Kg/m^3$ e a velocidade de propagação do som $c = 1500m/s$. A malha empregada para o fluido foi uma malha quadrilateral de 276 nós e 250 elementos e para a casca foi empregada malha de 21 nós e 20 elementos. Na figura 3 são mostradas as malhas utilizadas.

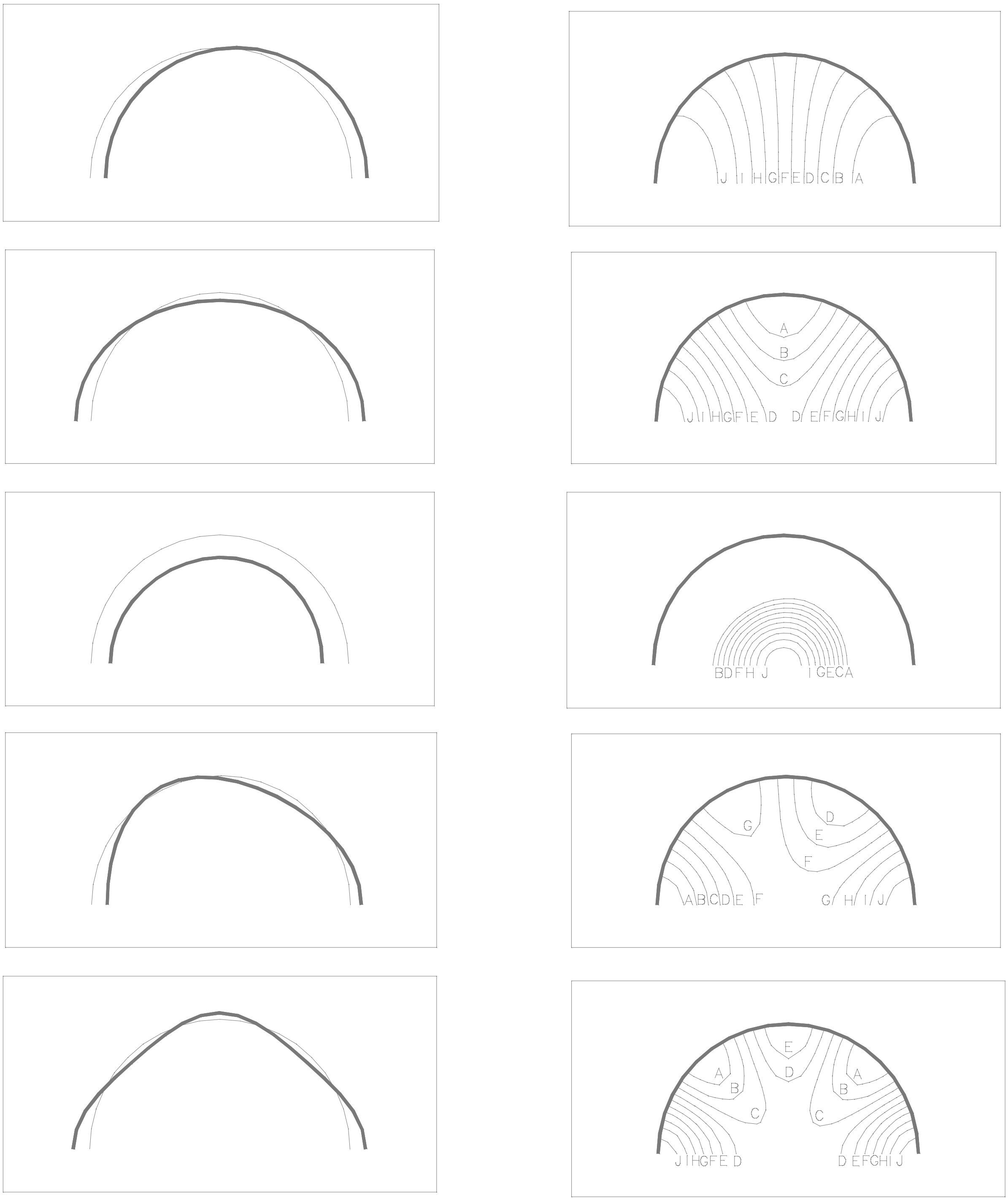
Na tabela 1 estão os resultados comparativos das frequências dos 5 primeiros modos para casca sem fluido (SF) com e sem pré-tensão e para simulação da interação fluido estrutura (CF) considerando também os casos sem e com pré- tensão(SP e CP).

Tabela 1: Frequências em Hertz para os primeiros 4 modos da estrutura esferica.

modo associado	casca SF SP	casca SF CP	casca-fluido SP	casca-fluido CP
modo 1	424,0	684,0	66,75	118,5
modo 2	501,1	1000,0	88,75	221,2
modo 3	529,6	1167,1	105,5	336,8
modo 4	540,5	1432,4	120,0	465,0
modo 5	544,3	1633,9	133,1	605,5

4. ANÁLISE DE RESULTADOS

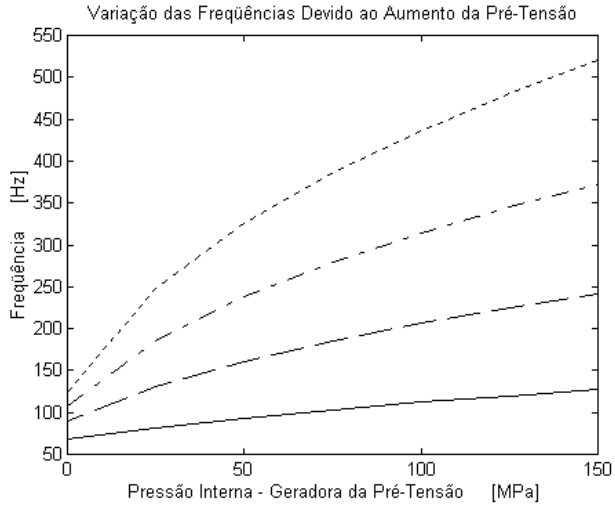
Na tabela 1 pode-se perceber o aumento das primeiras frequências naturais de vibração quando há pré-tensão atuando na casca. A mesma tabela também mostra a queda das frequências naturais para ambas situações do sistema acoplado o que evidencia o



(a) Modo da estrutura acoplada (b) Isobáricas descrevendo modo do fluido

Figura 4: Modos acoplados para reservatório esférico pré-tensionado.

efeito da massa adicional aumentando a inércia do sistema; no caso o fluido é um líquido (Bermúdez et al., 1995). Na Figura 5 mostra-se a variação das frequências naturais do sistema em função da pressão interna do fluido. Observa-se uma influência mais significativa da pré-tensão no modo de maior frequência. Este aumento é devido a forma dos modos. A Figura 4 mostra os modos próprios do sistema acoplado, e pode-se notar que os modos de flexão são mais influenciados pelo efeito da pré-tensão. A Figura 4 também mostra



modo 1 — modo 2 - - modo 3 - · - modo 4 · · ·

Figura 5: Frequências em função da pressão interna do reservatório esférico.

que os primeiros modos são predominantemente estruturais o que confirma a hipótese de que a massa adicional é responsável pela queda nas frequências do sistema acoplado.

5. CONCLUSÕES

A análise acima mostra um comportamento consistente das frequências e modos das estruturas analisadas com o aumento da rigidez geométrica do sistema e do acoplamento destas estruturas com o fluido. Deste tipo de problema uma dificuldade adicional surge devido ao acoplamento de sistemas de comportamento diferentes. A dimensão da malha empregada no trabalho foi dada pela menor dimensão de malha das que apresentaram convergência nos primeiros auto-valores do fluido e da estrutura. Portanto, não foi considerado o caso de malhas adaptativas. Como a matriz de acoplamento introduz novas variáveis ao sistema, o efeito do refinamento de malha sobre este acoplamento não foi analisado. É necessário desenvolver procedimentos, como estimadores para gerar malhas adaptativas e reduzir o custo tanto computacional quanto de preparação e de análise de resultados. A bibliografia na área de métodos adptativos para modelagem da iteração fluido- estrutura ainda é bastante incipiente Makridakis et. al.(1996) e será explorada em artigos futuros.

6. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a CAPES e a FAPESP pelo apoio parcial a realização deste trabalho.

7. REFERÊNCIAS

Bermúdez, A. & Durán, R. & Rodríges R., 1995, Finite Element Solution of Hydroelastic Vibration Problems, Ciam?, vol. -, n. -, pp. 0-0.

Coquart L. & Depeursinge C. & Curnier A. & Ohayon R., 1992, A Fluid-Structure Interacion Problem in Biomechanics: Prestressed Vibrations of the Eye by the Finite Element Method, Journal of Biomechanics, vol. 26, No. 10, pp. 1105-1118.

Cook, R. D. & Malkus, D. S. & Plesha, M. E., 1989, Concepts and Aplication of Finite Element Analysis, McGraw-Hill, London.

Makridakis, CH. & Ihlenburg, F. & Babuška, I., 1996, Analysis and Finite Element Methods for a Fluid-Solid Interaction Problem in one Dimension, Mathematical Model & Methods in Applied Sciences, vol. 6, No. 8, pp. 1119-1141.

Martini, J. A., 1996, Análise Elasto-Acústica de Cascas Axi-Simétricas, Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, São Paulo, Brasil.

Morand, H. J. P. & Ohayon, R., 1995, Fluid Struture Interaction. Applied Numerical Methods , John Wiley & Sons , England.

Timoshenko, S. & Woinowsky-Krieger, S., 1959, Theory of Plates and Shells, McGraw-Hill, New York.

Zienkiewicz, O. C. & Newton, R. E. , 1969, Coupled Vibrations of a Structure Submerged in a Compressible Fluid, Proceedings International Symposium on Finite Elements Techniques, pp. 359-379.

Zienkiewicz, O. C., 1971,The Finite Element Method, McGraw-Hill, London.

Zienkiewicz, O. C. & Battess, P., 1978, Fluid-Structure Interaction an Wave Forces. An Introduction Treatment, International Journal for Numerical Methods in Engeneering, vol. 13, pp. 1-16.