CONTROLE ATIVO DE VIBRAÇÕES EM PONTES RODOVIÁRIAS

Pablo Anibal Lopez-Yanez
Judas Tadeu Gomes de Sousa
Universidade Federal da Paraíba, Centro de Tecnologia, Pós-graduação em Mecânica, 58059-900, João Pessoa, PB, Brasil. E-mail: jtgsousa@openline.com.br

Resumo

Neste artigo, apresenta-se um estudo sobre o controle ativo das vibrações das pontes rodoviárias submetidas a ação do tráfego dos veículos. O modelo estrutural do sistema principal é baseado no método dos elementos finitos e o carregamento proposto consiste de uma carga concentrada que percorre toda a extensão da ponte com velocidade constante. Para o controle da ponte, projetou-se um sistema de controle ativo baseado nas técnicas de controle ótimo quadrático. Os resultados das simulações, na presença ou não do controle, mostram o comportamento do sistema ao longo do tempo o que permite uma melhor escolha dos parâmetros de controle.

Palavras-chave: Pontes Rodoviárias, Atuadores, Controle Ótimo

1. INTRODUÇÃO

Vigas de pontes em geral são elementos flexíveis e portanto estão sujeitas a vibrações provocadas pela passagem dos veículos ou pela ação do vento. Esta situação pode afetar a integridade da estrutura ou, também, causar desconforto dos usuários dessa via de acesso. Mecanismos de controle ativo podem ser empregados para reduzir os efeitos nocivos destas oscilações, entretanto sempre existe a dificuldade de se encontrar atuadores de potência e velocidade de resposta adequados às massas envolvidas e ao tempo de excitação.

O controle ativo das vibrações em pontes, provocadas pela ação do tráfego de veículos, tem sido objeto de estudo de vários pesquisadores. Como exemplos dos trabalhos publicados nessa área, pode-se mencionar as pesquisas realizadas por Abdel-Rohman & Leipholz (1978), (1980) e Abdel-Rohman & Nayfeh (1987). Todos estes trabalhos demonstram a eficiência do controle das oscilações transversais em vigas de pontes utilizando-se um sistema de tirantes e atuadores.

No presente artigo, investiga-se a eficiência da aplicação de técnicas de controle ótimo na atenuação das vibrações em uma viga simplesmente apoiada submetida a ação do trafego de veículos, o qual é representado como uma carga concentrada que percorre toda a extensão da ponte com velocidade constante.

.

2. MODELAMENTO DO SISTEMA

2.1 Representação gráfica do problema

A estrutura analisada consiste de uma viga de concreto simplesmente apoiada que sofre a ação de um carregamento dinâmico, o qual é representado por uma carga concentrada de amplitude constante, que percorre toda extensão da ponte com velocidade uniforme. Para o controle do sistema principal, definiu-se no meio do vão da ponte um atuador que promove uma força vertical responsável pelo controle das vibrações da ponte (figura 1).

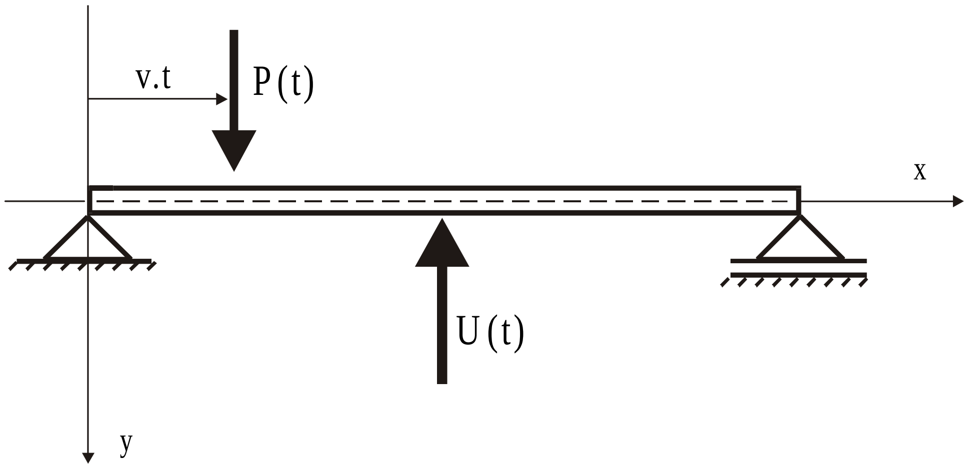

Figura 1

2.2 Barras sob flexão

O método de modelamento utilizado para solução desse problema segue a metodologia apresentada por Warburton (1976), baseada no método dos elementos finitos para barras sob flexão. A equação diferencial para um único elemento de viga em flexão, conforme proposto por Lopez-Yanez & Sousa (1997) pode ser escrita como:

$$\begin{Bmatrix} V_i \\ M_i \\ V_f \\ M_f \end{Bmatrix} = \frac{EI}{l^3}\begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} v_i \\ \theta_i \\ v_f \\ \theta_f \end{Bmatrix} + \frac{\rho A l}{420}\begin{bmatrix} 156 & 22l & 54 & -13l \\ 22l & 4l^2 & 13l & -3l^2 \\ 54 & 13l & 156 & -22l \\ -13l & -3l^2 & -22l & 4l^2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{v}_i \\ \ddot{\theta}_i \\ \ddot{v}_f \\ \ddot{\theta}_f \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} V_i^F \\ M_i^F \\ V_f^F \\ M_f^F \end{Bmatrix} \qquad (1)$$

sendo, l o comprimento do elemento, A_t a área da seção transversal, EI a rigidez a flexão, ρ o peso específico, V_i e V_f as reações elásticas transversais ao eixo da peça, v_i e v_f os deslocamentos transversais V_i^F e V_f^F as reações de engaste perfeito, M_i e M_f os momentos elásticos, θ_i e θ_f as rotações, e M_i^F e M_f^F os momentos de engaste perfeito, onde os índices são relativos às extremidades inicial e final de uma barra de rigidez a flexão EI, (Figura 2).

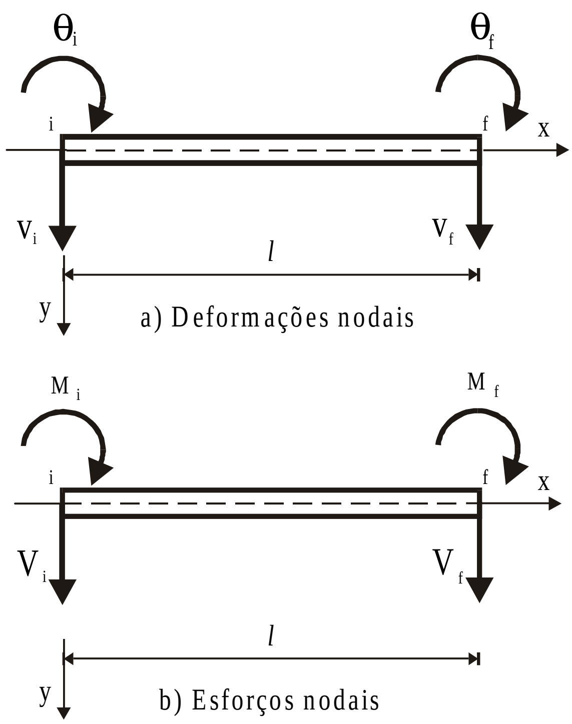

Figura 2

2.3 Graus de liberdade do sistema

Para esse problema foram admitidos os seguintes graus de liberdade, figura 3.

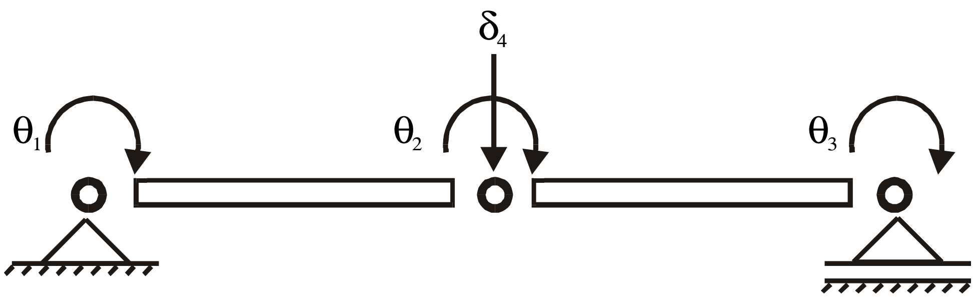

Figura 3

2.4 Equações do Movimento

Fazendo a análise do equilíbrio para cada nó, é determinado um sistema de equações diferenciais, representado matricialmente na equação 2, cujos coeficientes são apresentados no APÊNDICE A.

$$[M]\ddot{v}(t) + [K]v(t) = P(t) + U(t) \tag{2}$$

onde M é a matriz de massa, K a matriz de rigidez, v(t) o vetor de deslocamento, P(t) o vetor de carregamento externo, devido ao trafego de veículos, e U(t) a força de controle.

Para tornar mais realística a simulação, na equação do sistema principal é considerado uma razão de amortecimento modal da ordem de ξ = 2% a qual é compatível com o esperado

.

para este tipo de estrutura (Yang & Giannoupoulos, 1978). Desta forma, o movimento da ponte passa ser descrito pela equação 3.

$$[M]\ddot{v}(t) + [D_a]\dot{v}(t) + [K]v(t) = P(t) + U(t) \tag{3}$$

onde D_a é a matriz de amortecimento do sistema.

3. CONTROLE DO SISTEMA

3.1 Sistema na forma de espaço de estados

Segundo Ogata (1993), o conceito de estado de um sistema dinâmico, pode ser definido como sendo o menor conjunto de variáveis tal que o conhecimento destas variáveis em $t = t_0$, junto com o conhecimento das entradas no sistema para $t \geq t_0$, determina completamente o comportamento do sistema para qualquer instante $t \geq t_0$. No problema estudado, o sistema contínuo inicial é discretizado e reduzido a um modelo de parâmetros concentrados (equação 3). Com isto, pode-se obter a forma da equação de estado, ou seja:

$$\dot{x}(t) = [A]x(t) + [B]U(t) + [F]P(t) \tag{4}$$

sendo:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}D_a \end{bmatrix};\quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}B_2 \end{bmatrix};\quad F = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1} \end{bmatrix};\quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}\ \text{e}\ x(t) = \begin{bmatrix} v(t) \\ \dot{v}(t) \end{bmatrix}$$ o vetor de estado do sistema

3.2 Controle ótimo

Considere o sistema linear invariante no tempo, representado pela equação 5,

$$\dot{x}(t) = [A]x(t) + [B]U(t) \tag{5}$$

onde x(t) é o vetor de estado de dimensão *n*, U(t) é o vetor de controle de dimensão *r*, A é uma matriz constante de ordem *nxn* e B é também uma matriz constante, mas de ordem *nxr*.

O problema de se projetar um sistema regulador ótimo (Ogata, 1993) resume-se a, dada a lei de controle linear expressa pela equação 6,

$$U(t) = -[Kr]x(t) \tag{6}$$

determinar a matriz constante de realimentação Kr (de ordem *rxn*) que minimize o índice de desempenho quadrático (equação 7)

$$J = \int_0^{\infty} \left(x^T(t)[Q]x(t) + U^T(t)[R]U(t) \right) \tag{7}$$

onde Q é uma matriz positiva definida (ou semidefinida) hermitiana ou real simétrica e R é uma matriz positiva definida hermitiana ou real simétrica.

Existem diferentes técnicas para se encontrar a resposta deste problema, conforme apresentado em Lewis & Syrmos (1995). Neste artigo, a solução encontrada baseia-se no segundo método de Lyaponov (Ogata, 1993).

3.3 Determinação da matriz de realimentação

Segundo Ogata (1993), a matriz de realimentação é obtida inicialmente resolvendo a equação algebrica de Riccati, para matriz P (equação 8).

$$[A]^T[P]+[P][A]-[P][B][R]^{-1}[B]^T[P]+Q=0 \tag{8}$$

e finalmente substituindo P na equação 9

$$[Kr]=[R]^{-1}B^T[P] \tag{9}$$

4. SIMULAÇÃO

Para simulação do sistema foram consideradas as seguintes características para o modelo: área da seção transversal A_t = 0,3160(m^2), rigidez a flexão da viga de concreto, EI = 5,19x10^5(KN.m^2), comprimento total de 30(m) e peso específico 2500(Kg/m^3). Já o carregamento dinâmico, consiste de uma carga concentrada com módulo de 225(KN), que se move com uma velocidade constante de 60(Km/h), ao longo vão.

O software MATLAB® utilizado na simulação da ponte também permite, para uma dada equação de estado, a resolução da equação algébrica de Riccati e o calculo da matriz de realimentação de estado Kr (Shahian & Hassul,1993).

As figuras 4 e 5 mostram o formato dos diagramas de blocos para o sistema sem e com a realimentação de estado, respectivamente:

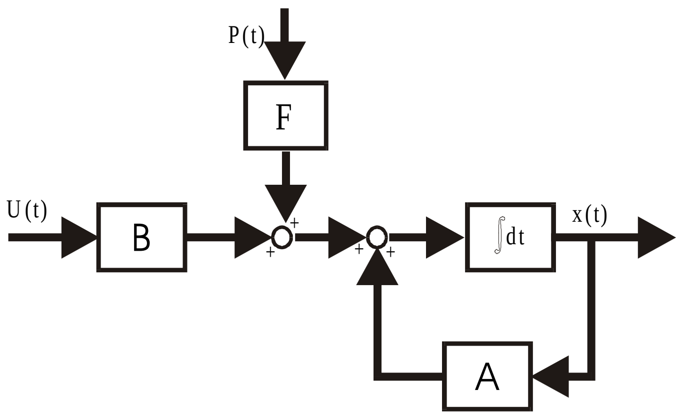

Figura 4

.

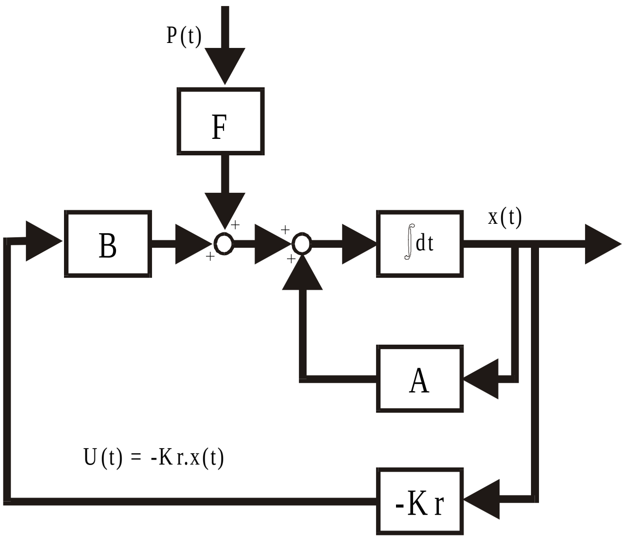

Figura 5

Como resultado da simulação do sistema, pode-se observar (figuras 6 e 7) a variação da deformação δ_4 ao longo do tempo, respectivamente na ausência ou não do sistema de controle ótimo.

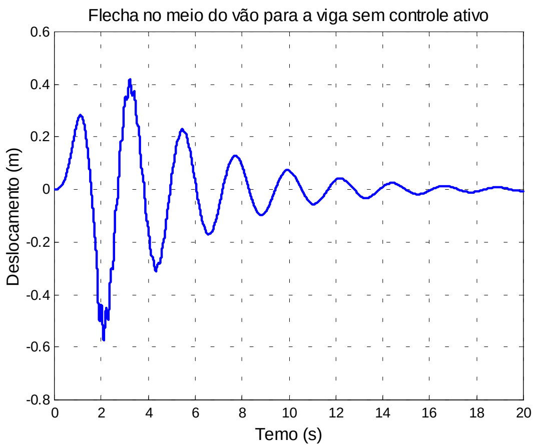

Figura 6 - δ_4 ------

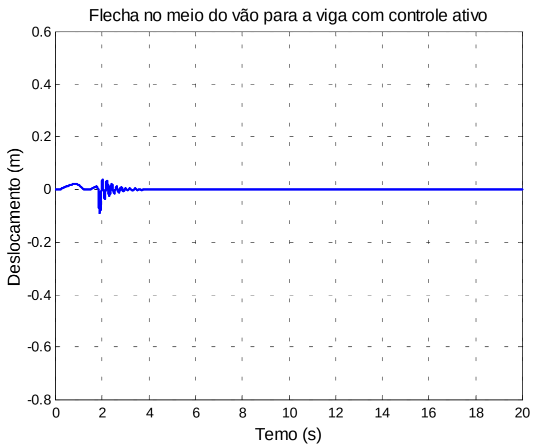

Figura 7 - δ_4 ------

Para a determinação da matriz de realimentação de estado foram utilizadas as seguintes matrizes no índice de desempenho:

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad R = 0{,}001$$

A determinação dos elementos da matriz Q e R em geral é feita através de diversas interações (Shahian & Hassul,1993) e com base na experiência do projetista. Na figura 8, como exemplo do procedimento, podemos acompanhar o comportamento de δ_4 para diferentes valores do elemento Q(4,4) da matriz do índice de desempenho.

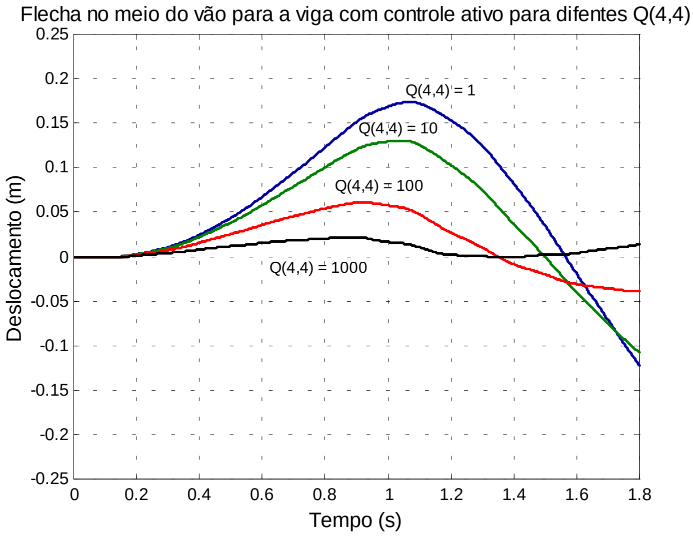

Figura 8

5. CONCLUSÕES

Um método para o controle das vibrações transversais de uma estrutura submetida a um carregamento dinâmico é considerado. O sistema principal estudado é uma viga de ponte de vão único simplesmente apoiada, e a excitação usada é uma carga concentrada que percorre o vão da ponte; o dispositivo de controle empregado consiste de um atuador no meio do vão da viga projetado segundo as técnicas de controle ótimo. Os resultados colocados em gráficos mostram a variação no tempo da flecha central da ponte, para os casos da viga sem e com o dispositivo de controle. Outro gráfico mostra a influência das matrizes ponderadoras no controle do sistema. Analisando os dados encontrados, verifica-se uma mudança acentuada no comportamento da estrutura, na presença do controle, aliada a uma considerável redução nas amplitudes máximas alcançadas pelas deformações.

6. REFERÊNCIAS

- Abdel-Rohman, M. & Leipholz, H. H., 1978, “Active Control of Flexible Structures”, Journal of the Structural Division, Vol. 104, Nº ST8, pp. 1251-1266.
- Abdel-Rohman, M. &. Leipholz, H. H., 1980, “Automatic Active Control of Structures”, Journal of the Structural Division, Vol. 106, Nº ST3, pp. 663-677.

.

- Abdel-Rohman, M. & Nayfeh, A. H. ,1987, “Active Control of Nonlinear oscillations in Bridges”, Journal of Engineering Mechanics, vol.113, pp.355-348.
- Lopez-Yanez, P.A. & Sousa, J.T.G., 1997, “Análise dinâmica de pontes considerando-se um sistema de controle sob a pista”. Proceedings of the XIII CILANCE Congress, Vol IV, Brasília, Brasil, pp 2003-2010.
- Lewis, F.L. & Syrmos, V.L., 1995, “Optimal Control”, Ed. John Wiley & Sons, New York, NY, USA, 129p.
- Shahian, B. & Hassul, M., 1993, “Control Systen Design Using MATLAB”, Editora Prentice-Hall International, New Jersey, United States, 367p.
- Ogata, K., 1993, “ Engenharia de Controle Moderno” Editora Prentice-Hall do Brasil, Rio de Janeiro, Brasil, 685p.
- Warburton, G. B., 1976, “The Dynamical Behaviour of Structures”, Editora Pergamon Press, Oxford, England, 167p.
- Yang, J. N. & Giannopolous F., 1978, “Active Control and Stability of Cable-Stayed Bridge”, Journal of the Engineering division, vol.105, pp.667-694.

7. APÊNDICE A

Matriz de massa da equação 3

$$[\mathrm{M}] = \frac{\rho A_t l}{420}\begin{bmatrix} 4l^2 & -3l^2 & 0 & 13l \\ -3l^2 & 8l^2 & -3l^2 & 0 \\ 0 & -3l^2 & 4l^2 & -13l \\ 13l & 0 & -13l & 312 \end{bmatrix} \qquad \text{(A . 1)}$$

Matriz de rigidez da equação 3

$$[\mathrm{K}] = \frac{\mathrm{EI}}{l^3}\begin{bmatrix} 4l^2 & 2l^2 & 0 & -6l \\ 2l^2 & 8l^2 & 2l^2 & 0 \\ 0 & 2l^2 & 4l^2 & 6l \\ -6l & 0 & 6l & 24 \end{bmatrix} \qquad \text{(A . 2)}$$