

## **DETECÇÃO DE FALHAS EM CAIXAS DE CÂMBIO VIA ANÁLISE TEMPO-FREQÜÊNCIA DE SINAIS DE VIBRAÇÃO**

**Tobias Anderson Guimarães**

**Marcus Antonio Viana Duarte**

Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Mecânica, 38400-902, Uberlândia, MG, Brasil.

E-mail: tobiasg@mecanica.ufu.br, mvduarte@mecanica.ufu.br

### **Resumo**

Componentes transientes de sinais de vibração, geradas por defeitos em dentes de engrenagens, podem ser extraídas por meio de representações tempo-freqüência. Usando a Transformada de Wavelet Contínua (CWT), não é necessário estimar o tempo de duração da componente transiente durante a sua identificação, pois uma análise multiresolução é empregada. Já a Distribuição Pseudo Wigner (PWD), utiliza a vantagem da freqüência instantânea do sinal coincidir exatamente com a curva obtida de cada componente no plano tempo-freqüência, apesar da presença de termos cruzados de interferência. Neste sentido, a Distribuição de Choi-Williams (CWD) consegue manter grande parte das propriedades de interesse da PWD com redução significativa da interferência. Estuda-se a aplicabilidade destas técnicas, em sinais de vibração medidos em caixas de câmbio para detecção da característica transiente provenientes de falhas em dentes de engrenagens, contendo diversos harmônicos da freqüência de rotação.

**Palavras-Chave:** Distribuições tempo-freqüência, Engrenagens, Identificação

### **1) INTRODUÇÃO**

Vibração de engrenagens, é usualmente dominada por harmônicos da freqüência de engrenamento, devido ao erro geométrico do perfil dos dentes que se acoplam periodicamente submetidos à deflexões durante o carregamento. O aumento de deflexão, causado por uma falha inicial localizada em um único dente, reflete-se como uma série de pulsos superpostos ao sinal periódico e espaçados entre si pelo inverso da freqüência de rotação da engrenagem defeituosa. A diminuição drástica da rigidez à flexão do material do dente causado por uma falha distribuída e, excentricidades do diâmetro primitivo da engrenagem são fontes comuns de modulação em amplitude. Em todos estes casos, o Cepstrum de Potência tem mostrado ser de grande valia na detecção do período de repetição da família de bandas laterais presentes no espectro, informando exatamente, o período de modulação associado ao defeito (Randall, 1982).

O caráter transiente e não estacionário da vibração de deflexão provocada por defeitos em dentes de engrenagens, pode entretanto, ser precisamente identificada sabendo-se em quais instantes de tempo existem determinadas componentes de frequência. A natureza multiresolução da Transformada de Wavelet que varia a largura da janela de análise para a decomposição do sinal, resulta em uma alta sensibilidade na detecção de variações locais de curta duração somados à eventos de baixa frequência e longa duração comuns em vibrações de engrenagens. A relação analítica exata da variação entre a frequência e o tempo representada pela frequência instantânea do sinal, obtida via Distribuição de Wigner-Ville, permite identificar facilmente efeitos de modulação em amplitude, frequência, bem como, componentes impulsivas (Qu and Meng, 1991). Sua principal deficiência no entanto, está na geração de termos cruzados de nenhum significado físico para cada par de diferentes componentes do sinal e, infelizmente, sinais de vibração de engrenagens são dominados por harmônicos da frequência de engrenamento, gerando padrões complicados de difícil interpretação. Esta limitação é superada na Distribuição de Choi-Williams, que realiza uma filtragem destes termos de interferência (Choi and Williams, 1989).

É vasto na literatura o número de publicações tratando do estudo de detecção de falhas em dentes de engrenagens em que, as frequências de rotação das engrenagens condutora e conduzida apresentam uma diferença apreciável. Dificuldades ocorrerão, se a relação de transmissão do par de engrenagens de interesse, possuir uma relação de transmissão próxima da unidade, devido à proximidade entre as frequências de rotação dos eixos de entrada e saída comuns em caixas de câmbio veiculares. Neste trabalho, as ferramentas tempo-frequência descritas anteriormente e analisadas à seguir, foram aplicadas em sinais de vibração de aceleração medidos em caixas de câmbios automotivas, contendo uma falha local em um dos dentes do par de engrenagens com estas características.

## 2) FERRAMENTAS TEMPO-FREQÜÊNCIA

### 2.1) Transformada de Wavelet Contínua

A necessidade de um conhecimento “à priori” do sinal  $s(t)$ , para a definição de uma largura apropriada da janela de análise, é o principal inconveniente da Transformada de Fourier de Curta Duração, que obtêm as propriedades tempo-frequência do sinal via modulação em frequência. Para superar esta limitação, a Transformada de Wavelet Contínua (CWT) dada na equação (1), varia a largura de uma janela, obtendo-se diferentes resoluções para decompor o sinal em uma família de funções geradas à partir do seu protótipo  $\psi(t)$ , deslocada no tempo e dilatada por um fator de escala  $r$ , resultando na seguinte integral de convolução:

$$CWT(t,r) = \frac{1}{|r|} \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau) \psi^* \left( \frac{\tau - t}{r} \right) d\tau \quad (1)$$

Por ser uma transformação linear, a CWT possui propriedades similares à Transformada de Fourier. Pela definição acima, frequência é inversamente proporcional ao fator de escala e assim, a CWT proporciona uma maior precisão na localização temporal e perda de informações relacionadas com a frequência do sinal em altas frequências e, inversamente, boa resolução em frequência e pobre resolução temporal em baixas

freqüências, de acordo com o princípio da incerteza. Altas escalas correspondendo à wavelet  $\psi(t)$  dilatada, realiza uma extração das características globais das componentes de baixa freqüência de  $s(t)$  e baixas escalas (altas freqüências com  $\psi(t)$  comprimida) faz uma caracterização minuciosa (de dentro para fora) de detalhes escondidos internamente em  $s(t)$  (Wang and McFadden, 1996).

Apesar de não se constituir propriamente uma base de funções ortogonais, a wavelet Morlet, devido à sua envoltória Gaussiana (mínimo produto tempo largura de banda de acordo com o princípio da incerteza) com oscilação harmônica, tem sido aplicada com êxito na extração de informações transientes de curta duração de sinais (Wang and McFadden, 1996). Wavelets na forma real, introduzem oscilações no plano tempo-escala gerada por sua natureza ondulatória, sendo preferível o seu uso na forma complexa. Outra vantagem do uso da Wavelet Morlet, é a possibilidade de definição de uma relação exata entre escala e freqüência. Se o número de divisões das larguras de banda usada na decomposição do sinal, é a constante de proporcionalidade do logaritmo na base 2 do fator de escala contínuo ( $r$ ) e a dilatação de  $\psi(t)$ , então, analisando a escala correspondente à freqüência de um sinal senoidal, pode-se “rotular” o eixo escala com valores de freqüência.

Quanto maior for a similaridade (correlação) entre o sinal  $s(t)$  e a família de Wavelets escolhida para uma dada aplicação, maiores serão os coeficientes Wavelets calculados pela CWT e vice-versa. Particularmente no caso da Wavelet Morlet, quanto menor a diferença entre as freqüências de  $s(t)$  e de  $\psi(t)$  correspondente à uma determinada escala, maiores serão os valores da CWT. Geralmente, a semelhança entre a forma da envoltória da componente transiente gerada por defeitos em dentes de engrenagens com a envoltória Gaussiana da Wavelet Morlet, torna este tipo de Wavelet, interessante em aplicações de detecção de características desta natureza (Wang and McFadden, 1996).

## 2.2) Distribuição Pseudo Wigner

A Função Densidade Espectral de Potência dada pela magnitude ao quadrado do sinal no domínio da freqüência ( $|S(\omega)|^2$ ) e definida como a Transformada de Fourier da sua função de autocorrelação ( $R(\tau)$ ), mede fisicamente, a densidade de energia do sinal por unidade de freqüência ( $\omega$ ). Estatisticamente,  $|S(\omega)|^2$  representa a função densidade de probabilidade da amostra representando  $S(\omega)$ . Se  $R(\tau)$  é calculada para cada instante de tempo  $t$ , então a Transformada de Fourier do modelo de uma função de autocorrelação instantânea  $R(t, \tau)$  mostrada na equação (2), define a Distribuição de Wigner-Ville (WVD) representada na equação (3) (Cohen, 1995):

$$R(t, \tau) = x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \quad (2)$$

$$WVD(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R(t, \tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (3)$$

Como o sinal  $x(t)$  entra duas vezes no cálculo, a WVD é dita ser uma Transformação Bilinear ou quadrática e deste modo, a densidade de energia do sinal por unidade de tempo e freqüência é calculada diretamente pela equação (3). Desta forma, ao contrário da CWT, não é possível reconstituir inteiramente o sinal à partir da sua WVD, que é de natureza

quadrática. Sob o ponto de vista de identificação, a propriedade mais atraente da WVD, é o fato da frequência instantânea do sinal, corresponder exatamente à curva do plano tempo-frequência. Na realidade,  $x(t)$  que é a representação analítica complexa de  $s(t)$ , possui como parte real o próprio sinal original e como parte imaginária a Transformada de Hilbert de  $s(t)$ . Como  $R(\tau, t)$  é uma função de variável complexa, por definição, tem-se que a WVD será sempre uma quantidade real.

Uma alternativa interessante para se atenuar os termos de interferência, consiste na aplicação de uma janela de análise no cálculo da função de autocorrelação instantânea ( $R(\tau, t)$ ) utilizada na WVD, pois  $R(\tau, t)$ , considera que todos os pontos do sinal em instantes de tempo no passado  $x(t-\tau/2)$  e no futuro  $x(t+\tau/2)$  possuem pesos iguais. O efeito da janela é justamente aplicar pesos maiores à  $R(\tau, t)$  quanto mais próximos estiverem  $x(t+\tau/2)x^*(t-\tau/2)$  do instante de tempo  $t$ , dando uma maior ênfase aos efeitos locais das componentes situadas nas vizinhanças de  $x(t)x^*(t)$  ( $\tau \rightarrow 0$ ). Quanto menor a largura da janela no domínio do tempo, menos importância será dada às componentes do sinal distantes de  $t$ , com a conseqüente redução da interferência, surgindo a chamada Distribuição Pseudo Wigner (PWD) definida na equação (4) (Cohen, 1995):

$$PWD(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) h\left(\frac{\tau}{2}\right) h^*\left(\frac{-\tau}{2}\right) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (4)$$

Onde  $h(\tau/2)$  representa a janela de análise escolhida. Produto no domínio do tempo equívale à convolução no domínio da frequência e assim, a PWD é a convolução entre a WVD do sinal e a WVD da janela de análise, que exerce o papel de um filtro somente no domínio da frequência visando atenuar os termos de interferência (Qu and Meng, 1991). Entretanto, no caso de duas componentes harmônicas presentes ao longo de todo o intervalo de duração do sinal, nunca se terá uma total atenuação dos termos cruzados de interferência, por menor que seja a largura da janela de análise usada na PWD.

### 2.3) Distribuição de Choi-Williams

A Transformada inversa de Fourier da função de autocorrelação instantânea do sinal ( $R(t, \tau)$ ), define uma nova ferramenta tempo-frequência chamada Função de Ambigüidade  $A(\theta, \tau)$ . Cada distribuição tempo-frequência particular, relaciona-se unicamente com uma função do núcleo bidimensional  $\phi(\theta, \tau)$  das variáveis tempo  $\tau$  e frequência  $\theta$  no domínio de ambigüidade, a qual multiplicada por  $A(\theta, \tau)$ , define a função de ambigüidade generalizada ( $M(\theta, \tau)$ ), característica de cada representação tempo-frequência. A Transformada de Fourier bidimensional de  $M(\theta, \tau)$ , permite generalizar em uma única equação, toda forma de Distribuição tempo-frequência definindo a classe geral de Cohen  $C(t, \omega)$  (Cohen, 1995):

$$C(t, \omega) = \frac{1}{4\pi^2} \iiint x\left(t + \frac{u}{2}\right) x^*\left(t - \frac{u}{2}\right) \phi(\theta, \tau) e^{-j(\tau\omega + t\theta - u\theta)} du d\tau d\theta \quad (5)$$

A CWT, WVD e PWD são ambos membros da equação acima possuindo núcleos específicos com as integrais estendendo-se de  $-\infty$  à  $\infty$  (Cohen, 1995). É notado que os auto

termos de  $A(\theta, \tau)$  devido à cada componente individual do sinal, ocupam uma região do domínio de ambigüidade das variáveis  $\theta$  e  $\tau$  passando pela origem e inversamente, os termos cruzados preenchem um espaço neste mesmo domínio não interceptando a origem mantendo-se à uma distância constante deste ponto (Choi and Williams, 1989). O papel da função da núcleo é justamente controlar ou ponderar o domínio de  $A(\theta, \tau)$  de acordo com as propriedades de interesse da representação. Por isto, com o intuito de enfatizar os auto termos da Distribuição tempo-freqüência e atenuar o efeito dos termos de interferência, é esperado que o núcleo  $\phi(\theta, \tau)$  aplique pesos maiores à  $A(\theta, \tau)$  quando  $\theta$  e  $\tau$  estiverem próximos da origem e simultaneamente, menores pesos possíveis à  $A(\theta, \tau)$ , quando  $\theta$  e  $\tau$  estiverem distantes da origem, resultando na função de ambigüidade generalizada.

A Distribuição de Choi-Williams (CWD) que utiliza uma função do núcleo do tipo exponencial ( $\phi(\theta, \tau) = \exp(-\theta^2 \tau^2 / \sigma)$ ), intercepta a origem do plano de ambigüidade e ao mesmo tempo, se anula para valores distantes deste ponto, obtendo-se boa resolução dos auto termos no plano tempo-freqüência com redução considerável tanto de forma quanto de magnitude dos termos cruzados. O parâmetro  $\sigma$  realiza a distribuição dos pesos (fatores de ponderação), sendo o responsável pela relação de compromisso entre a concentração de resolução e o grau de atenuação desejado da interferência. Inserindo o núcleo exponencial na equação (5) e integrando sobre a variável  $\theta$ , tem-se que (Cohen, 1995):

$$CWD(t, \omega) = \frac{1}{4\pi^{3/2}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\tau^2 / \sigma}} \exp\left[-\frac{(u-t)^2}{4\tau^2 / \sigma} - j\tau\omega\right] x\left(u + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(u - \frac{\tau}{2}\right) du d\tau \quad (6)$$

E quando  $\sigma \rightarrow \infty$ , a CWD tende para a WVD, visto que o núcleo exponencial  $\phi(\theta, \tau) = \exp(-\theta^2 \tau^2 / \sigma) \rightarrow 1$ . Para sinais com componentes de freqüência variando lentamente no tempo, mesmo utilizando baixos valores para o parâmetro  $\sigma$ , observa-se uma grande atenuação dos termos de interferência sem prejudicar a concentração de resolução tempo-freqüência das componentes do sinal (Choi and Williams, 1989). Espera-se portanto, que os termos de interferência gerados pelos diversos harmônicos da freqüência de rotação sejam minimizados, facilitando na detecção do padrão transiente provocado pelo defeito.

### 3) METODOLOGIA EXPERIMENTAL

No sistema de engrenagens da caixa de câmbio automotiva em estudo, as engrenagens de dentes helicoidais e retos do eixo primário responsáveis por movimentos de marcha à frente e ré respectivamente, transmite a potência ao par correspondente do eixo secundário, mostrados na figura 1. Como todas as engrenagens excluído o par transmitindo potência, estão girando na mesma freqüência, diferentes harmônicos da rotação não pertencentes ao par de engrenagens da marcha engatada, podem aparecer no Espectro do sinal vibratório.

Os sinais de aceleração de vibração foram adquiridos usando um acelerômetro da Brüel & Kjaer modelo 4317 fixado na carcaça, ligado a um condicionador de sinais e uma placa A/D, com o sistema operando em vazio à rotação constante. Após a amostragem dos sinais no domínio do tempo, realizou-se uma filtragem passa baixa com um filtro digital do tipo Butterworth de 6<sup>a</sup> ordem, com uma freqüência de corte igual à 1/4 da freqüência de aquisição. Em todos os casos, a freqüência de rotação constante do sistema de acionamento do câmbio operando em regime permanente, foi de 35.8 Hz.

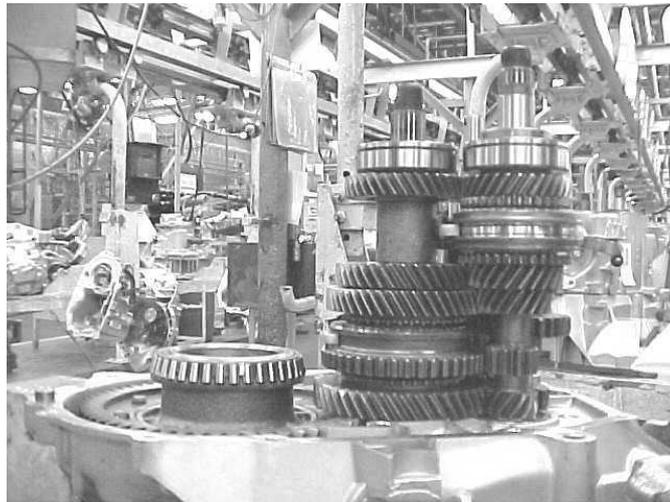


Figura 1 – Fotografia dos eixos primário e secundário da caixa de câmbio veicular.

#### 4) DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

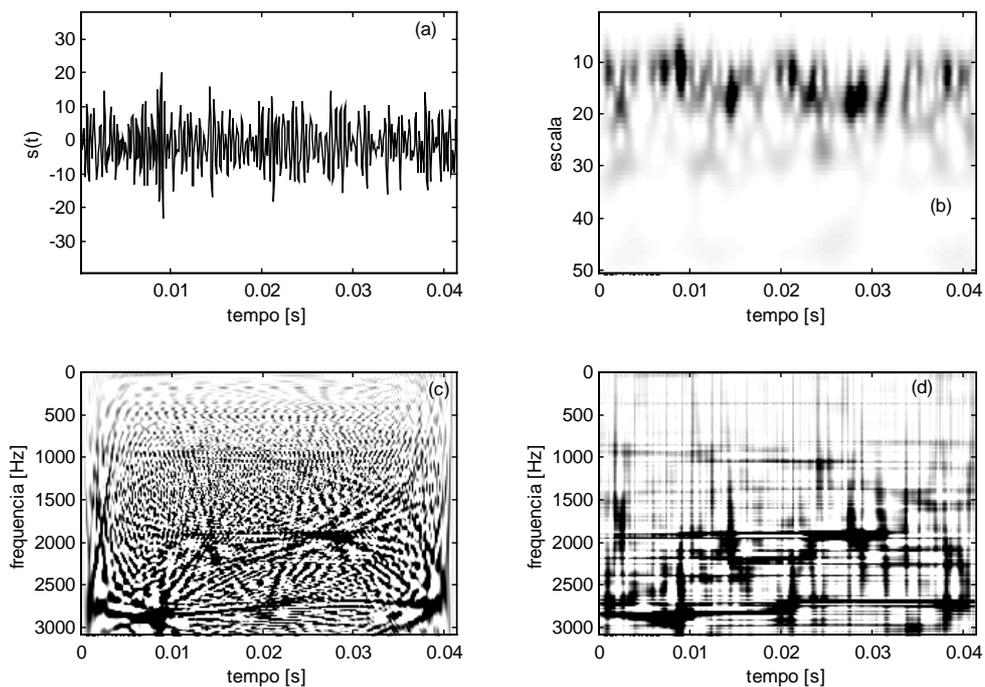


Figura 2 – (a) Sinal no tempo do câmbio sem defeito; (b)  $|CWT|^2$ ; (c) PWD usando uma janela Kaiser-Bessel de largura igual ao tamanho do sinal; (d) CWD para  $\sigma = 0.05$ .

A Transformada de Wavelet Contínua (CWT) do sinal da figura 2(a) mostrado na figura 2(b), ilustra a presença de vários picos distribuídos de forma aleatória causados possivelmente, por ruídos e pela variação entre os dentes das engrenagens. Foi utilizado 12 vezes por oitava para divisão das larguras de banda das Wavelets, com os picos distribuídos numa região de escalas indo de 10 até 20. Os detalhes das componentes de alta e baixa frequência do sinal são complementemente exibidos, devido à alta sensibilidade da CWT à variações transientes. As características transientes dos harmônicos próximos de interesse (27, 29, 33 e 37) correspondentes às escalas de 12 à 18, mesmo aumentando o número de vezes por oitava, acabam no entanto, sendo mascaradas, visto que cada escala, consegue cobrir apenas uma dada região de frequências.

À princípio, a propriedade da frequência instantânea da Distribuição Pseudo Wigner mostrado na figura 2(c), resolveria o problema de resolução para a detecção das características transientes destes harmônicos mas, os termos de interferência gerados pela natureza multicomponente do sinal impede a sua utilização. Estes termos de interferência no entanto, são drasticamente reduzidos na Distribuição de Choi-Williams mostrada na figura 2(d), uma vez que as componentes de frequência do sinal não estão mudando rapidamente com o tempo, já que os sinais foram adquiridos com o câmbio operando em rotação constante. Torna-se possível portanto, visualizar os harmônicos 14 e 37 da rotação da engrenagem conduzida, tanto quanto os múltiplos 5, 27, 29 e 33 da velocidade da engrenagem de 35 dentes. De fato, enquanto a CWD tem melhor resolução que a CWT, a CWT possui maior sensibilidade à variações de amplitude do sinal.

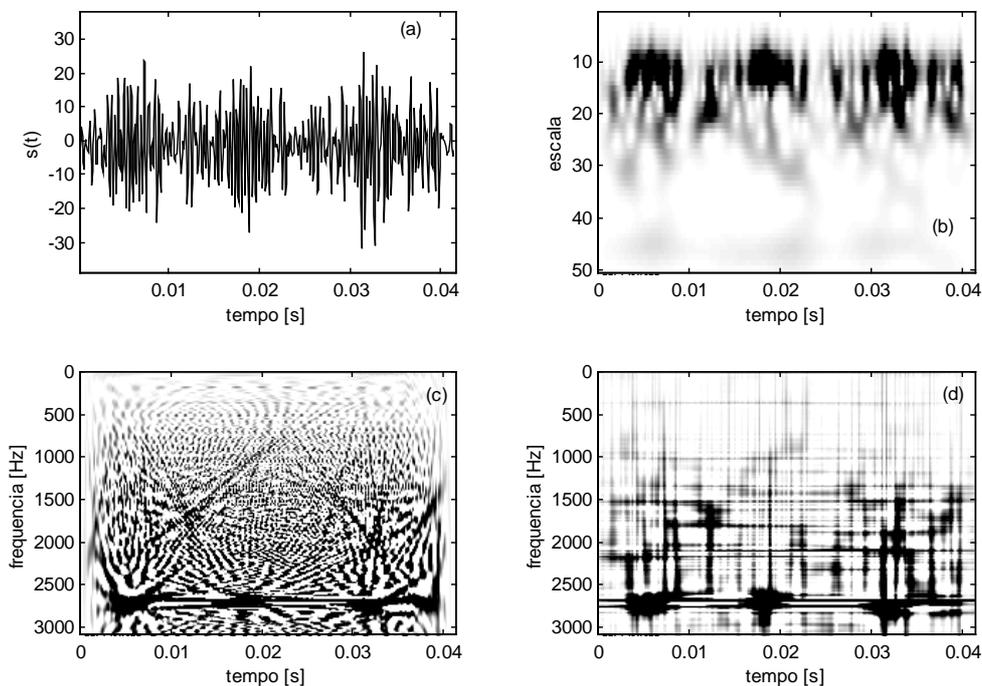


Figura 3 – (a) Sinal no tempo do câmbio com falha na engrenagem de 35 dentes; (b)  $|CWT|^2$ ; (c) PWD usando janela Kaiser de tamanho igual ao sinal; (d) CWD para  $\sigma = 0.05$ .

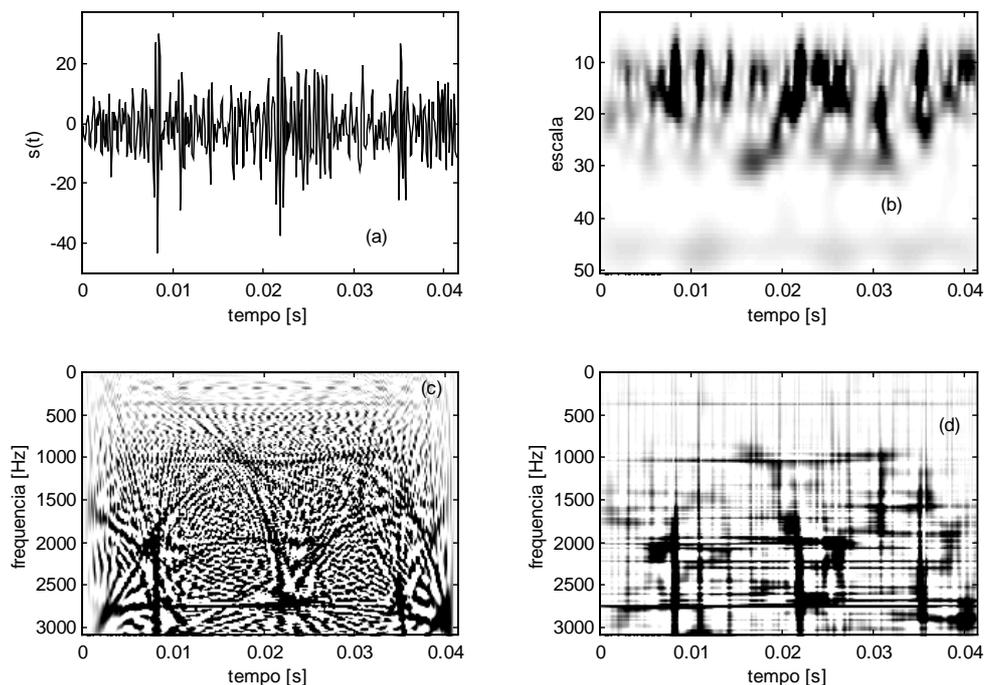


Figura 4 – (a) Sinal no tempo do câmbio com falha na engrenagem de 34 dentes; (b)  $|CWT|^2$ ; (c) PWD usando janela Kaiser de tamanho igual ao sinal; (d) CWD para  $\sigma = 0.05$ .

A Transformada de Wavelet Contínua dos sinais das figuras 3(a) e 4(a), ilustrada nas figuras 3(b) e 4(b) utilizando uma Wavelet Morlet com 12 vezes por oitava, apresenta nas duas situações, um padrão de repetição definido quando comparado à figura 2(b), das características transientes provocadas pelo defeito na escala de 13, que cobre o harmônico de ordem 37 da rotação das engrenagens de 35 e 34 dentes. A CWT da vibração da engrenagem de 35 dentes, ilustra componentes transientes semelhantes localizadas em aproximadamente 0.0058, 0.0188 e 0.0318 s, equiespaçados de 0.013 s, que está associado ao período de rotação da engrenagem, onde o conteúdo de frequências destas componentes está variando com o tempo. Análise semelhante é feita na CWT da vibração da engrenagem defeituosa de 34 dentes mas, neste caso, as componentes transitórias apresentando um padrão parecido geradas pela falha, estão situadas em aproximadamente 0.0085, 0.0220 e 0.0355 s, varrendo as escalas de 9 à 20. Apesar da presença de termos cruzados na PWD mostrada nas figuras 3(c) e 4(c), é possível identificar em ambos os casos, as componentes transientes causadas pela falha, juntamente com o 37<sup>o</sup> harmônico dominante da frequência de rotação das engrenagens de 35 e 34 dentes. Utilizando a Distribuição de Choi-Williams ilustrada nas figuras 3(d) e 4(d), observa-se nitidamente, a presença dos harmônicos de ordem 5, 27, 29, 37 e 38 da rotação da engrenagem condutora, bem como, os múltiplos de ordem 14, 31, 34, 35 e 37 da frequência rotativa da engrenagem de 34 dentes, devido à redução substancial dos termos de interferência. Além disto, verifica-se claramente, o mesmo padrão transiente observado na CWT para ambas as situações. É interessante observar, que a vibração transiente gerada pelo defeito na engrenagem de 34 dentes, excitou uma banda de frequências maior com um período de duração inferior, quando comparado à CWD mostrado na figura 3(d).

## **5) CONCLUSÕES**

A alta concentração de resolução tempo-freqüência, aliada à uma redução drástica dos termos de interferência, foi o diferencial para a grande performance da CWD como ferramenta de identificação de falhas em dentes de engrenagens, conseguindo detectar em todos os casos, tanto o padrão transiente gerado pelo defeito, como os diversos harmônicos da freqüência de rotação. As características transitórias das componentes geradas pela falha no dente da engrenagem foram perfeitamente identificadas usando a CWT, mas não foi possível diferenciar os diversos harmônicos provenientes da fonte do defeito. E no tocante a aplicação da PWD, a presença de termos cruzados dificultando na distinção do padrão transiente dos diversos harmônicos, demonstra a sua limitação para sistemas de engrenagens contendo somente um número reduzido de freqüências dominantes.

## **6) AGRADECIMENTOS**

Os autores agradecem à Fiat Automóveis S/A., ao disponibilizar o banco de dados necessário a realização da pesquisa.

## **7) REFERÊNCIAS**

- Choi, H. I. and Williams, W. J., 1989, "Improved Time-Frequency Representation of Multicomponent Signals Using Exponential Kernels, IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing", Vol. 37, No. 6, pp. 862 – 871.
- Cohen, L., 1995, "Time-Frequency Analysis", Ed. Englewood Cliffs, Prentice Hall.
- Qu, L. and Meng, Q., 1991, "Rotating Machinery Fault Diagnosis Using Wigner Distribution", Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 3, pp. 155 – 166.
- Randall, R. B., 1982, "A New Method of Modeling Gear Faults", ASME Journal of Mechanical Design, Vol. 104, pp. 259 – 267.
- Wang, W. J. and McFadden, P. D., 1996, "Application of Wavelets to Gearbox Vibration Signals For Fault Detection", Journal of Sound and Vibration, Vol. 192, pp. 927 – 939.