

6. CONCLUSÕES

Uma nova concepção de ADV ativo foi proposta, oferecendo a possibilidade de atenuação de vibrações harmônicas com frequência qualquer, garantindo ainda a estabilidade. Desta forma, a configuração proposta permite contornar as limitações dos ADVs passivos. A formulação desenvolvida conduz à interpretação dos ganhos de controle de realimentação em deslocamento e velocidade como variações de rigidez e amortecimento do ADV, o que permite estender, ao ADV ativo, as técnicas clássicas de projeto de ADVs passivos. Os exemplos numéricos apresentados, enfocando análises tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência, ilustraram situações em que o ADV ativo proposto mostrou-se bastante eficiente na atenuação de vibrações.

Dando continuidade a este trabalho, os autores estão atualmente desenvolvendo estudos visando a extensão da formulação a sistemas primários de vários graus de liberdade e a validação experimental empregando testes realizados em laboratório. Nesta validação, fatores adicionais deverão ser considerados, tais como a dinâmica do atuador e o atraso na atuação de controle.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Cunha Jr., S.S., 1999, “Estudo Teórico e Numérico de Absorvedores Dinâmicos de Vibrações”, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, M.G., Brasil, 99p.

Den Hartog, J.P., 1956, “Mechanical Vibrations”, 4th edition, McGraw-Hill Book Co. Inc., New York, US, 436p.

Frahm, H., 1911, “Device for Damping Vibration of Bodies”, US Patent, 989.958.

Ogata, K., 1993, “Engenharia de Controle Moderno”, Ed. Prentice-Hall do Brasil, R. Janeiro, Brasil, 781p.

Stephens, L.S., Rouch, K.E. and Tewani, S.G., 1991, “Theory for an Active Dynamic Vibration Absorber”, Structural Vibration and Acoustics, Vol. 34, pp.89-94.

Sun, J.Q., Jolly, M.R. e Norris, M.A., 1995, “Passive, Adaptive and Active Tuned Vibration Absorbers - A Survey”, Transactions of the ASME, Vol. 117, pp.234-242.

Olgac, N. and Holm-Hansen, B., 1995, “Tunable Active Vibration Absorber: The Delayed Resonator”, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 117, pp.513-519.

Olgac, N. and Hosek, M., 1997, “Active Vibration Absorption Using Delayed Resonator With Relative Position Measurement”, Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 119, pp.131-136.

houve substancial redução das amplitudes de vibração do sistema primário e ainda uma atenuação do movimento da massa reativa.

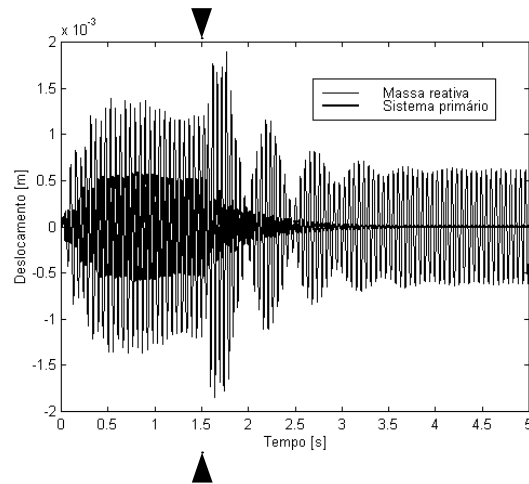


Figura 5. Deslocamentos no tempo do sistema primário e massa reativa.

Terceiro exemplo: Otimização do ADV ativo. Análise no domínio da frequência.

Este exemplo visa ilustrar a sintonização ótima do ADV ativo proposto, conforme procedimento focado na Seção 4. Admitindo o mesmo sistema adotado nos exemplos anteriores, mas sem amortecimento no sistema primário, buscam-se os valores dos parâmetros β e γ que proporcionarão a sintonização ótima do ADV. Empregando as Equações (14) e (15), são obtidos os seguintes valores ótimos dos ganhos de controle:

$$\gamma_{ot} = \left(\frac{\omega_1}{1+\mu} \right)^2 m_2 - k_2 = -173,55 \text{ N/m} \quad (17)$$

$$\beta_{ot} = 2 \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)^3}} \omega_1 m_2 - c_2 = 3,36 \text{ Ns/m} \quad (18)$$

A Figura 6 mostra as curvas de resposta em frequência do sistema primário para os casos sem ADV, com ADV passivo e com ADV ativo ótimo, podendo-se observar, para este último, a maior atenuação das máximas amplitudes em toda a banda de frequência considerada.

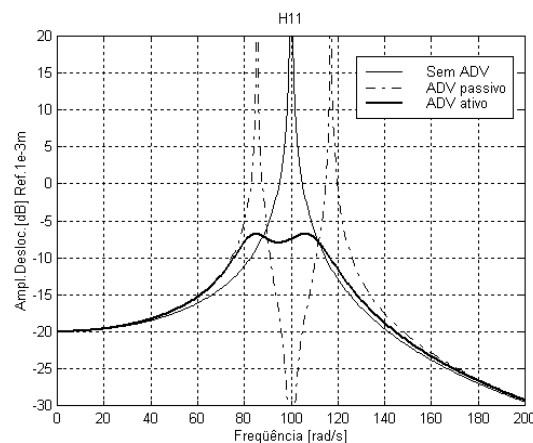


Figura 6. Amplitudes de deslocamento do sistema primário (sintonização ótima).

A Figura 3 mostra ainda a FRF pontual do sistema primário com ADV ativo, podendo-se observar o aparecimento de um zero coincidente com a frequência de excitação.

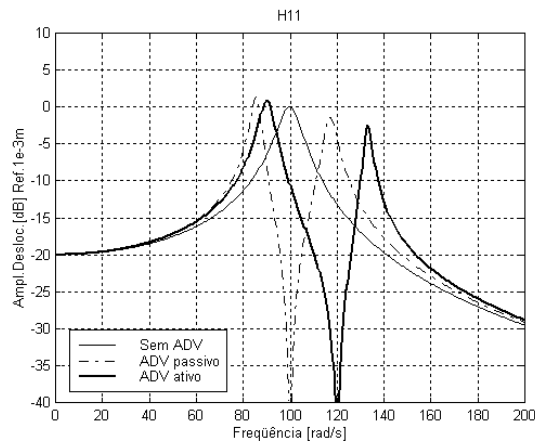


Figura 3. Amplitudes de deslocamento do sistema primário (sintonização constante).

Segundo Exemplo: Sintonização do ADV ativo por alocação de zero. Análise no domínio do tempo.

Uma das características mais interessantes do ADV ativo é a possibilidade de sintonização em tempo real. Para tanto, é necessária a detecção da frequência da excitação harmônica, seguida do cálculo dos ganhos de controle que sintonizam o ADV de acordo com a Equação (9).

Visando ilustrar este procedimento, é apresentado na Figura 4 o diagrama de blocos de um programa computacional implementado em ambiente SIMULINKTM para MATLAB[®]. Neste modelo o sistema primário+ADV passivo é representado em equações de estados, tendo como saídas o deslocamento e a velocidade do sistema primário e da massa reativa. A frequência de excitação é identificada através do sinal de deslocamento do sistema primário e alimenta o cálculo dos parâmetros de controle β e γ , adotando-se $\alpha = 0$. A detecção da frequência é baseada na determinação do período da resposta em regime permanente. Neste exemplo, foi adotado como sistema teste o mesmo utilizado no primeiro exemplo.

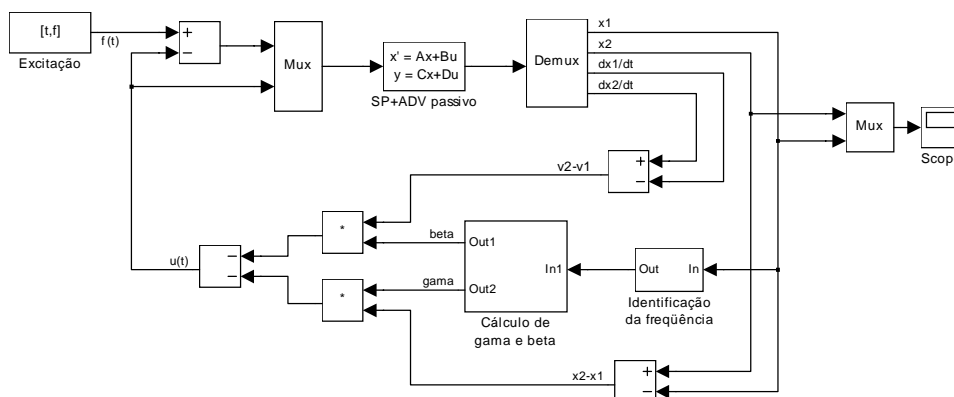


Figura 4. Modelo para simulação de sintonização em tempo real.

A Figura 5 mostra as respostas temporais da massa primária e da massa reativa. Está indicado o instante de tempo em que a frequência de excitação é detectada e no qual o ADV é sintonizado de acordo com (9). Pode-se claramente observar que após a sintonização do ADV

A Figura 2(a) mostra algumas curvas típicas de amplitudes de deslocamento do sistema primário para sintonização ótima (γ_{ot}), observando-se a influência dos fatores de amortecimento e a existência dos pontos invariantes. A Figura 2(b) mostra a influência da sintonização considerando o fator de amortecimento ótimo (β_{ot}). Observa-se que na situação ótima a FRF assume inclinações nulas em ambos os pontos invariantes, os quais se posicionam a amplitudes aproximadamente iguais.

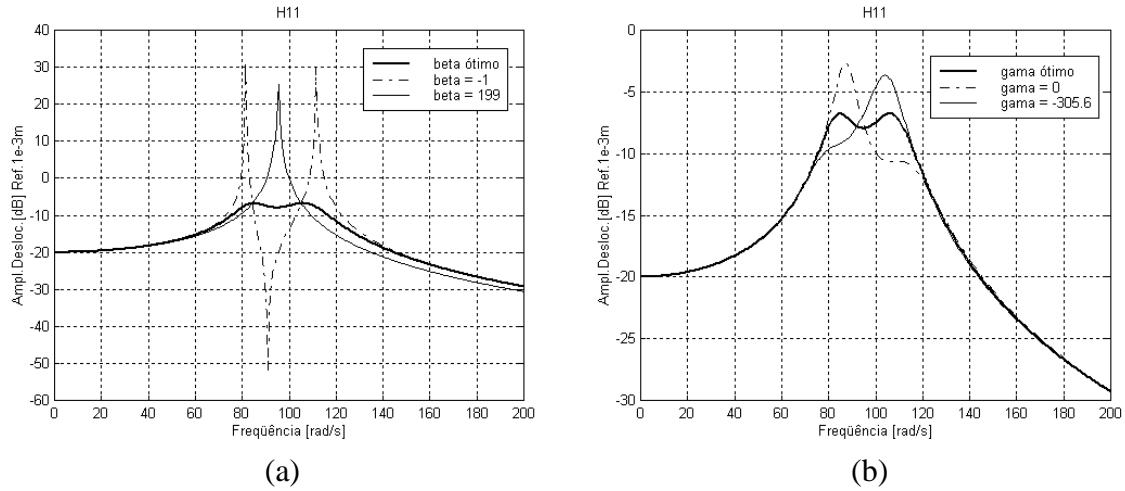


Figura 2. Amplitudes de deslocamento do sistema primário.
(a) γ_{ot} , vários fatores de amortecimento; **(b)** β_{ot} , várias sintonizações.

5. EXEMPLOS NUMÉRICOS

Primeiro Exemplo: Sintonização do ADV ativo por alocação de zero. Análise no domínio da frequência.

Neste exemplo será ilustrada a possibilidade de sintonização do ADV ativo a uma frequência excitadora qualquer, conforme desenvolvimento apresentado na Seção 3.

Será adotado um sistema vibratório primário com $m_1 = 1$ kg, $k_1 = 10.000$ N/m, e $c_1 = 10$ Ns/m. Para este sistema a frequência natural não amortecida é $\omega_1 = 100$ rad/s.

Os parâmetros do ADV passivo são escolhidos para uma sintonização com a frequência natural do sistema primário ($\omega_{2p} = \omega_1 = 100$ rad/s). São adotados os seguintes valores para os parâmetros físicos do ADV: $m_2 = 0,1$ kg, $k_2 = 1.000$ N/m, $c_2 = 0$.

Admitindo que o sistema primário seja submetido a uma excitação de frequência $\Omega = 120$ rad/s, nota-se na Figura 3 que o ADV passivo fica mal sintonizado e a amplitude de oscilação do sistema primário para este valor de frequência resulta ser maior do que aquela que o sistema apresentaria se não houvesse o ADV.

Adicionando ao sistema um elemento com realimentação de controle em deslocamento ($\alpha = 0$; $\beta = 0$; $\gamma \neq 0$), determina-se o valor do ganho γ de modo a garantir a sintonização do ADV ativo com a frequência de excitação ($\omega_{2a} = \Omega = 120$ rad/s), de acordo com a Equação (9).

Assim, obtém-se:

$$\gamma = \omega_{2a}^2 m_2 - k_2 = 440 \text{ N/m} \quad (16)$$

4. SINTONIZAÇÃO ÓTIMA DO ADV ATIVO

Den Hartog (1956) propôs uma técnica de projeto ótimo de ADVs passivos aplicados a sistemas primários não amortecidos, baseada na existência dos chamados *pontos invariantes* da FRF pontual relativa ao sistema primário. Para uma dada razão de massas m_2/m_1 o método visa a determinação dos parâmetros de rigidez e amortecimento do ADV de modo a minimizar a máxima amplitude da resposta harmônica.

Considerando o caso do ADV ativo aplicado a um sistema primário sem amortecimento ($c_1 = 0$), partindo de (8) podem-se expressar as amplitudes da resposta harmônica em termos de um conjunto de parâmetros adimensionais sob a forma:

$$\left(\frac{X_1 k_1}{F_0} \right)^2 = \frac{(2\zeta g)^2 + (g^2 - f^2)^2}{(2\zeta g)^2 (g^2 - 1 + \mu g^2)^2 + \left[\mu g^2 \left(f^2 - \frac{\alpha}{ma + \alpha} \right) - (g^2 - 1)(g^2 - f^2) \right]^2} \quad (10)$$

em que X_1 designa a amplitude da resposta do sistema primário e:

$$\begin{cases} \mu = m_2 / m_1 & \omega_2^2 = (k_2 + \gamma) / (m_2 + \alpha) & \omega_1^2 = k_1 / m_1 \\ f = \omega_2 / \omega_1 & g = \Omega / \omega_1 & \zeta = (c_2 + \beta) / [2(m_2 + \alpha)\omega_1] \end{cases} \quad (11)$$

A Equação (10) é semelhante à equação desenvolvida por Den Hartog para ADVs passivos. Contudo, a presença do parâmetro α nesta equação implica a inexistência de pontos invariantes da FRF. Neste caso, a otimização dos parâmetros do ADV, tendo os ganhos de controle como variáveis de projeto, somente pode ser feita com o emprego de procedimentos numérico-computacionais. Visando a perfeita adaptação à técnica de otimização de Den Hartog, será considerado o caso particular de realimentação apenas com os sinais de velocidade e deslocamento ($\alpha = 0$). Conforme discussão apresentada na Seção 2, os parâmetros β e γ funcionam como variações de amortecimento e rigidez introduzidas no absorvedor. Regulando-se apenas estes dois parâmetros pode-se conseguir a sintonização ótima para o ADV.

O procedimento de otimização baseado nos pontos invariantes conduz às seguintes expressões para os parâmetros ótimos em função da razão de massas (Den Hartog, 1956):

$$f_{ot} = \frac{1}{(1 + \mu)} \quad (\text{sintonização ótima}) \quad (12)$$

$$\zeta_{ot} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)^3}} \quad (\text{fator de amortecimento ótimo}) \quad (13)$$

Associando as definições (11) com as Equações (12) e (13), chega-se às seguintes expressões para os ganhos ótimos:

$$\gamma_{ot} = \left(\frac{\omega_1}{1 + \mu} \right)^2 m_2 - k_2 \quad (14)$$

$$\beta_{ot} = 2 \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)^3}} \omega_1 m_2 - c_2 \quad (15)$$

$$\begin{cases} a_0 = m_2\alpha + m_1(m_2 + \alpha) \\ a_1 = (m_1 + m_2)(c_2 + \beta) + c_1(m_2 + \alpha) \\ a_2 = k_1(m_2 + \alpha) + c_1(c_2 + \beta) + (k_2 + \gamma)(m_1 + m_2) \\ a_3 = c_1(k_2 + \gamma) + k_1(c_2 + \beta) \\ a_4 = k_1(k_2 + \gamma) \end{cases}$$

A aplicação do *critério de estabilidade de Routh* (Ogata, 1993), conduz à seguintes condições de estabilidade: a) todos os coeficientes da equação característica devem ser positivos ; b) as seguintes desigualdades devem ser satisfeitas:

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1} > 0 \\ c_1 &= \frac{b_1 a_3 - a_1 a_4}{b_1} > 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Com base neste critério, a estabilidade é assegurada quando as seguintes condições são satisfeitas pelos ganhos de controle:

$$\alpha > \frac{-m_1 m_2}{(m_1 + m_2)} \quad (5)$$

$$\beta > -c_2 \quad (6)$$

$$\gamma > -k_2 \quad (7)$$

3. SINTONIZAÇÃO DO ADV ATIVO POR ALOCAÇÃO DE ZERO

A partir das equações de movimento apresentadas na seção anterior, e admitindo uma excitação harmônica do tipo $f(t) = F_0 e^{i\Omega t}$, obtém-se a Função de Resposta em Frequência (FRF) pontual relativa à massa 1 (sistema primário):

$$H_{11}(\Omega) = \frac{-(m_2 + \alpha)\Omega^2 + (c_2 + \beta)i\Omega + k_2 + \gamma}{a_0\Omega^4 - a_1i\Omega^3 - a_2\Omega^2 + a_3i\Omega + a_4} \quad (8)$$

Considerando inicialmente o ADV não amortecido e sem realimentação em velocidade ($c_2 = \beta = 0$), observa-se que a FRF acima possui um zero, correspondente a uma frequência de anti-ressonância dada por:

$$\Omega^2 = \omega_{2a}^2 = \frac{k_2 + \gamma}{m_2 + \alpha} \quad (9)$$

Assim, é possível anular as vibrações harmônicas a uma frequência Ω qualquer, mediante a sintonização do ADV através do ajuste dos ganhos de realimentação γ e/ou α de modo a satisfazer a relação (9) e as condições de estabilidade (5) e (7).

Com base no exposto, pode-se interpretar a técnica de controle como um procedimento de *alocação do zero* da FRF $H_{11}(\Omega)$ mediante a escolha adequada dos ganhos de realimentação.

sinais de deslocamento, velocidade e aceleração relativos entre a massa reativa e o sistema primário, que pode ser escrita como:

$$u(t) = -[\alpha(\ddot{x}_2 - \ddot{x}_1) + \beta(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + \gamma(x_2 - x_1)] \quad (1)$$

sendo α , β e γ denominados *ganhos de realimentação* de aceleração, velocidade e deslocamento, respectivamente.

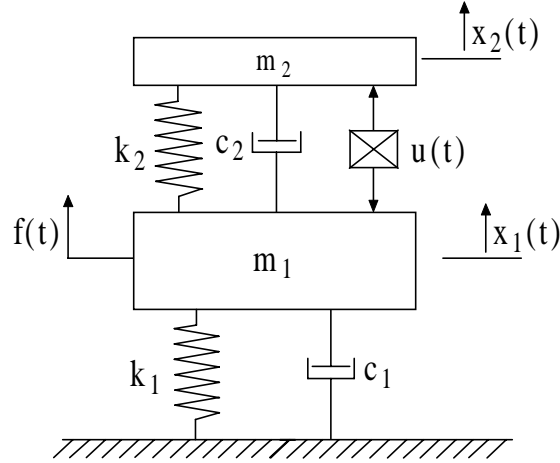


Figura 1 – Sistema primário com ADV ativo.

Para o sistema em questão as equações de movimento são:

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{F(t)\} \quad (2)$$

em que:

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 + \alpha & -\alpha \\ -\alpha & m_2 + \alpha \end{bmatrix} \quad [C] = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 + \beta & -(c_2 + \beta) \\ -(c_2 + \beta) & c_2 + \beta \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 + \gamma & -(k_2 + \gamma) \\ -(k_2 + \gamma) & k_2 + \gamma \end{bmatrix} \quad \{x(t)\} = \begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{Bmatrix} \quad \{F(t)\} = \begin{Bmatrix} f(t) \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Pode-se observar nas equações do movimento que os parâmetros β e γ atuam como coeficientes de amortecimento e rigidez acrescentados aos elementos passivos do absorvedor, permitindo aumentar ou diminuir o valor efetivo destes parâmetros. Esta interpretação não se aplica ao parâmetro α uma vez que ele intervém também nos termos fora da diagonal da matriz de inércia do sistema, o que descaracteriza sua atuação como simples acréscimo à massa do ADV.

Desenvolvendo as equações acima e passando ao domínio de Laplace obtém-se a equação característica do sistema:

$$a_0 s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + a_4 = 0 \quad (3)$$

na qual:

podem ser implementadas, incluindo os absorvedores múltiplos e os absorvedores constituídos por elementos estruturais contínuos.

Classicamente, o projeto ótimo de um ADV puramente passivo, que conduz à escolha dos valores dos parâmetros de inércia, amortecimento e rigidez, é baseado na hipótese de que a excitação seja harmônica com uma frequência fixa (Den Hartog, 1956). Embora os ADVs passivos apresentem as vantagens de não requerer energia e não causar instabilidade, é largamente reconhecido que estes dispositivos têm sua aplicabilidade limitada na medida em que perdem sua eficiência quando a frequência da excitação é variada (Sun *et al.*, 1995)

Várias formas de se contornar esta limitação vêm sendo estudadas, incluindo o desenvolvimento de ADVs adaptativos e ativos. Os ADVs adaptativos são aqueles cujos parâmetros físicos de massa, rigidez e amortecimento são ajustáveis, conferindo ao dispositivo a possibilidade de sintonização em uma gama maior de frequências. Por outro lado, os ADVs ativos dispõem de um elemento ativo (atuador) colocado paralelamente aos elementos passivos que suportam a massa do absorvedor, sendo a força exercida pelo atuador calculada através de uma estratégia de controle previamente estabelecida. Uma revisão de algumas das principais contribuições à teoria e prática dos ADVs passivos, adaptativos e ativos é apresentada por Sun *et al.* (1995).

No que diz respeito aos ADVs ativos, Stephens *et al.* (1991) propõem uma configuração cujo atuador é realimentado por uma combinação dos sinais de velocidade e aceleração do sistema primário. Naquele trabalho é estudada a estabilidade do sistema de controle, são estabelecidas as equações para definição da condição ótima de operação, e curvas de desempenho do ADV são obtidas numericamente em função da razão de massas para vários valores dos ganhos de realimentação. No entanto, observa-se que o tipo de realimentação adotado não possibilita a sintonização do ADV para uma frequência de excitação qualquer.

Olgac e Holm-Hansen (1995) propõem um novo conceito de ADV ativo denominado Ressonador Defasado (*Delayed Resonator*), que usa um atuador realimentado com o sinal de deslocamento da massa reativa defasado no tempo. Mais tarde Olgac e Hosek (1997), iriam expandir o conceito do ressonador defasado com a utilização de medidas relativas de posição. Estes se mostraram eficientes na atenuação de vibrações, com a vantagem de terem uma faixa de estabilidade teoricamente semi-infinita. Contudo, a análise de estabilidade e de desempenho é dificultada pelo fato de que as funções de transferência envolvem expressões transcendentais.

No presente trabalho é proposta uma nova concepção de ADV ativo utilizando uma realimentação dada por uma combinação linear dos sinais de deslocamento, velocidade e aceleração relativos entre a massa reativa e o sistema primário. Conforme será visto, esta configuração permite obter uma ampla faixa de sintonização dentro da qual é assegurada a estabilidade.

Nas seções seguintes são desenvolvidas as equações do movimento para o conjunto sistema primário+absorvedor, seguindo-se uma análise de estabilidade. É também apresentado o equacionamento para a sintonização do absorvedor com uma frequência de excitação qualquer e para a sintonização ótima no domínio da frequência, através da variação dos ganhos de realimentação. Por fim, os procedimentos de sintonização e a eficiência do absorvedor ativo são avaliados através de exemplos numéricos.

2. EQUAÇÕES DE MOVIMENTO E ANÁLISE DE ESTABILIDADE

O sistema mostrado na Figura 1 consiste de um sistema primário de um grau de liberdade (m_1, c_1, k_1) excitado por uma força designada por $f(t)$. Ao sistema primário é acoplado um ADV (m_2, c_2, k_2) com um elemento ativo que exerce uma força dada por uma combinação dos

TEORIA E AVALIAÇÃO COMPUTACIONAL DE UM ABSORVEDOR DINÂMICO DE VIBRAÇÕES ATIVO

Rodrigo França Alves Marques

Domingos Alves Rade

Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Mecânica

Caixa Postal 593, CEP 38400-902, Uberlândia, MG, Brasil

E-mail: rmarques@mecanica.ufu.br, domingos@ufu.br

Resumo

O assunto abordado neste trabalho é o da atenuação de vibrações estruturais com o uso de absorvedores dinâmicos de vibrações. Objetivando conferir a estes dispositivos a capacidade de auto-sintonização, propõe-se a inclusão de um atuador entre a estrutura primária e a massa reativa, sendo a força de atuação expressa como uma combinação linear de medidas relativas de deslocamento, velocidade e aceleração. Inicialmente são desenvolvidas as equações do movimento para o conjunto sistema primário+absorvedor, seguindo-se uma análise de estabilidade. É também apresentado o equacionamento para a sintonização do absorvedor com uma frequência de excitação qualquer e para a sintonização ótima no domínio da frequência através da variação dos ganhos de realimentação, sendo os valores dos parâmetros físicos do ADV mantidos fixos. Os procedimentos de sintonização e a eficiência do absorvedor ativo são finalmente avaliados mediante a apresentação de exemplos numéricos.

Palavras-chave: Controle de vibrações, Absorvedor dinâmico de vibrações

1. INTRODUÇÃO

As estruturas de construção civil, máquinas e equipamentos industriais estão freqüentemente sujeitos a vibrações mecânicas que podem comprometer seu correto funcionamento, ou ainda conduzir a falha prematura ou desconforto de operadores e usuários. Nestas situações, depara-se com o problema de controlar os níveis de vibração, de modo a assegurar condições satisfatórias de operação, segurança e conforto. Várias estratégias de atenuação de vibrações de sistemas mecânicos vêm sendo estudadas, incluindo desde técnicas simples baseadas na introdução de materiais amortecedores passivos, até o uso de sofisticados sistemas de controle ativo em malha fechada. Neste contexto, o emprego de absorvedores dinâmicos de vibrações (ADVs), cuja invenção é devida a Frahm (1911), tem-se revelado uma estratégia eficiente e econômica, tendo sido objeto da atenção de engenheiros e pesquisadores, tanto no âmbito acadêmico quanto no industrial.

Na sua forma mais simples um ADV é um dispositivo de parâmetros concentrados de massa, rigidez e amortecimento que, uma vez acoplado à estrutura primária, cujas vibrações deseja-se atenuar, é capaz de absorver a energia vibratória nos pontos de conexão. Conforme mostrado no estudo realizado por Cunha Jr. (1999), configurações mais complexas de ADVs