

# DESENVOLVIMENTO DE UM ATUADOR PARA ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL ACÚSTICA

**Gustavo Dalben Rossetto**

**Belisário Nina Huallpa**

**José Roberto de França Arruda**

Universidade Estadual de Campinas, Laboratório de Vibroacústica, Departamento de Mecânica Computacional da Faculdade de Engenharia Mecânica, CEP 13083-970, Caixa Postal 6122, Campinas, SP, Brasil. E-mail: [dalben@fem.unicamp.br](mailto:dalben@fem.unicamp.br)

## Resumo

O estudo do comportamento acústico de cavidades tem sido cada vez mais alvo de estudos que visam otimizar dimensões e materiais utilizados na busca de uma qualidade acústica determinada. Nesse sentido, o desenvolvimento de atuadores acústicos torna-se fundamental para a obtenção de melhores modelos experimentais. Neste trabalho é apresentado um atuador de alta impedância, com dimensões pequenas, e que funciona como monopólo quando em um campo livre. As características do atuador são verificadas com testes em uma sala de medidas acústicas (ambiente que simula um campo livre), onde microfones colocados em várias posições confirmam o funcionamento do atuador como o de um monopólo. Para melhor compreensão do funcionamento deste atuador numa cavidade, foi feito um estudo numa caixa onde as funções de resposta em frequência são teoricamente conhecidas. O atuador gera a excitação acústica e um microfone percorre várias posições na caixa. Resultados analíticos, numéricos e experimentais são comparados.

**Palavras chaves:** Atuadores acústicos, monopólo, análise modal, cavidades, campo livre.

## 1. INTRODUÇÃO

Em princípio, um alto-falante pode ser usado como fonte de velocidade de volume. Entretanto, existem algumas exigências que devem ser atendidas tais como o nível sonoro e a faixa de frequência do som produzido, o padrão de diretividade (omnidirecional), e a independência da velocidade de volume produzido com relação ao ambiente acústico (i.e. a impedância acústica deve ser alta). Baseando-se em [4], foi desenvolvido um atuador que atende aos compromissos apresentados acima. Este atuador promove a excitação acústica a partir de um alto-falante conectado a um tubo com bocal (figura 1) instrumentado com um microfone. Este tubo apresentará ondas estacionárias características e, para altas frequências, dependendo de seu comprimento comparado ao comprimento de onda do som, sua função de transferência não será simples. Se o diâmetro interno do tubo é pequeno, o amortecimento causado pelo atrito com as paredes vai suavizar a resposta em frequência. No caso de alto-falantes normais,

projetados para radiar em um campo praticamente livre com baixa impedância, o tubo vai apresentar uma impedância muito maior, e a eficiência do alto-falante cônico radiando neste tubo de diâmetro pequeno vai ser muito baixa. Felizmente existem alto-falantes especiais projetados para trabalharem em alta impedância que são as unidades “*horn-drive*”. Conectando este tipo de alto-falante em um tubo de diâmetro pequeno, teremos uma fonte sonora de relativamente alta impedância com pequenas dimensões. Dependendo do comprimento do tubo, sua frequência característica vai gerar picos e vales, mas que serão suavizados pelo amortecimento das paredes do tubo. Além do mais, essas unidades “*horn-drive*” possuem normalmente alta potência e a perda de alguma eficiência não inviabiliza seu uso.

É muito importante que a velocidade de volume da fonte sonora seja, numa larga faixa de frequência, independente do ambiente acústico. E isso é esperado da fonte que estamos apresentando porque a impedância interna do tubo com pequeno diâmetro será sempre maior que a impedância de radiação, mesmo quando colocado em ambientes confinados. Neste trabalho, a formulação do cálculo da velocidade da fonte (“*source strength*”) será apresentada e o atuador acústico será testado numa cavidade de seção retangular. Resultados numéricos (Método dos Elementos Finitos), analíticos e experimentais serão comparados, e vantagens e desvantagens deste novo atuador apontadas.



**Figura 1** – Bocal construído

## 2. FORMULAÇÃO

O campo de pressão gerado por um monopólio em campo livre [2] é:

$$p(r,t) = i\rho_0ck \frac{Q}{4\pi r} e^{i(\omega t - kr)} \quad (1)$$

A força da fonte ( $Q$ ) pode ser escrita como função da amplitude complexa da pressão a uma distância  $r$  e representa a velocidade de volume:

$$Q = \hat{p}(r) \frac{4\pi r}{i\rho_0ck} \quad (2)$$

Como no caso do monopólio as ondas acústicas são esféricas (omnidirecional), pode-se escrever uma função de transferência para um determinado raio a partir da fonte sonora:

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}(r)}{\hat{p}(0)} \quad (3)$$

A força da fonte é rescrita:

$$Q = \hat{p}(0) \cdot \hat{H} \cdot \frac{4\pi r}{i\rho_0 c k} = \hat{p}(0) \cdot \hat{H} \cdot \frac{4\pi r}{i\rho_0 \omega} \quad (4)$$

Para se obter a aceleração de volume necessária para a construção das FRFs (Funções de Resposta em Frequência), basta multiplicar a equação 4 por  $i\omega$ . A aceleração de volume resulta:

$$a_{volume} = i\omega \times Q = \frac{4\pi r}{\rho_0} \cdot \hat{H} \cdot \hat{p}(0) \quad (5)$$

A comprovação da fonte sonora como monopólo em campo livre será baseada na manipulação dos auto-espectros da fonte, do ponto distante  $r$  da fonte, e deste ponto em relação à fonte. Essas definições estão apresentadas a seguir:

Auto-espectro da fonte:

$$G_{00} = \langle \hat{p}(0)^* \cdot \hat{p}(0) \rangle \quad (6)$$

Auto-espectro no ponto distante  $r$ :

$$G_{rr} = \langle \hat{p}(r)^* \cdot \hat{p}(r) \rangle \quad (7)$$

Auto-espectro no ponto  $r$  em relação à fonte:

$$G_{r0} = \langle \hat{p}(r)^* \cdot \hat{p}(0) \rangle \quad (8)$$

onde  $\langle \ \rangle$  denota a esperança matemática, aproximada pela média, e  $*$  o par conjugado.

A função de transferência pode ser escrita como:

$$\hat{H} = \frac{G_{r0}}{G_{rr}} \quad (9)$$

As amplitudes complexas da pressão em  $r$  e de seu conjugado são:

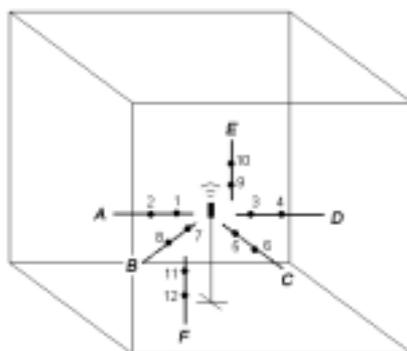
$$\hat{p}(r) = \hat{H} \cdot \hat{p}(0) \quad (10)$$

$$\hat{p}(r)^* = \hat{H}^* \cdot \hat{p}(0)^* \quad (11)$$

O auto-espectro do ponto distante  $r$  da fonte resulta:

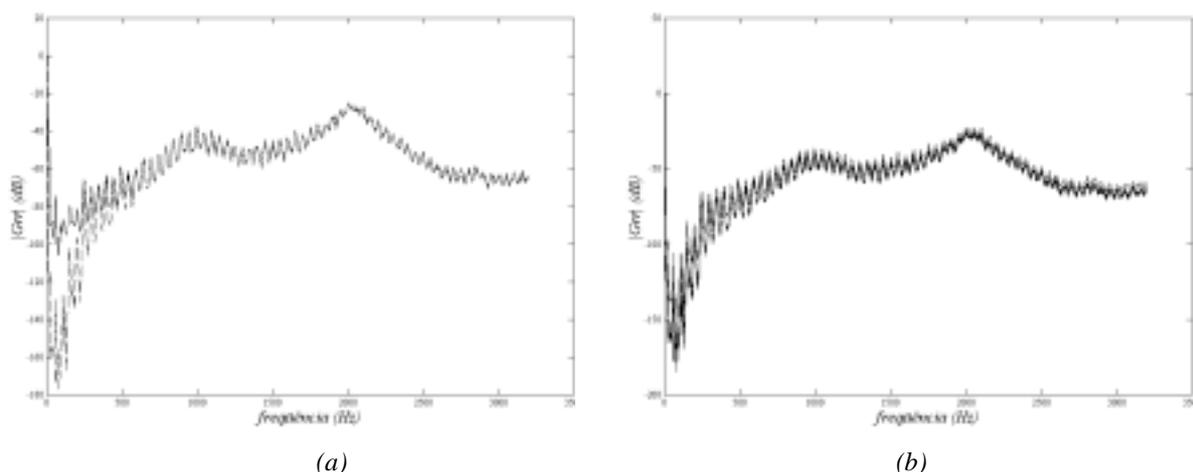
$$G_{rr} = \langle \hat{p}(r)^* \cdot \hat{p}(r) \rangle = |\hat{H}|^2 G_{00} \quad (12)$$

Medições feitas em uma sala de medições acústicas, cuja frequência de corte é de aproximadamente 400Hz, posicionando um microfone de eletreto em várias posições, comprovaram o comportamento de monopólo da fonte. A figura 2 mostra as posições do microfone para as medições dos auto-espectros. As posições ímpares estão a 20cm da fonte sonora, e as posições pares a 40cm.



**Figura 2** – Posições de medição

Foram feitos os cálculos dos auto-espectros  $G_{rr}$  a partir da medição do microfone da fonte e comparados com as medições do microfone afastado da fonte. A figura 3(a) apresenta os resultados para a posição 7 e a figura 3(b) a comparação dos auto-espectros calculados em diferentes pontos distantes 20cm da fonte. A partir da frequência de corte da sala, os auto-espectros são bastante coincidentes, confirmando a hipótese de comportamento de monopólio da fonte sonora.

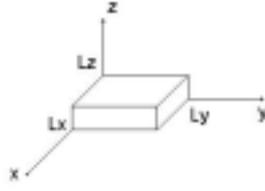


**Figura 3** – (a) Comparação dos valores calculado[- -] e medido[—] do auto-espectro na posição 7  
(b) Comparação de auto-espectros calculados em vários pontos distantes 20cm da fonte

Uma função de transferência  $\hat{H}$  para uma distância de 20cm à fonte foi então gerada para uma faixa de frequência de 0 a 2kHz. Obtida esta função de transferência, a velocidade de volume pode ser calculada a partir dos valores medidos pelo microfone do atuador.

### 3. APLICAÇÃO NUMA CAVIDADE DE SEÇÃO RETANGULAR

O atuador desenvolvido foi testado numa cavidade de seção retangular (figura 6) em que uma de suas dimensões ( $z$ ) é menor que as outras duas ( $x$  e  $y$ ). As dimensões utilizadas para  $L_x$ ,  $L_y$  e  $L_z$  foram, respectivamente, 19,9cm, 25,4cm e 3cm. As pequenas dimensões utilizadas se justificam pela busca de um desacoplamento entre a estrutura e o fluido. Com essa pequena cavidade foi possível construir uma estrutura suficientemente rígida para que apenas os fenômenos acústicos fossem estudados.



**Figura 6** – cavidade de seção retangular

Quanto à geometria da cavidade, por tratar-se de um caso que possui solução analítica [2], ela permitiu avaliar e validar não só o funcionamento do novo atuador como também um modelo obtido pelo MEF.

### 3.1 Solução analítica

Em [2] é desenvolvida uma solução analítica por superposição modal. Cada modo  $r$  ( $l, m, n$ ) é caracterizado por índices ligados ao número de onda nas três direções ortogonais:

$$p_r = \sum_r A_r \phi_r \quad (13)$$

onde

$$\phi_r = \cos(k_{xl}x) \cos(k_{ym}y) \cos(k_{zn}z) \quad (14)$$

Os números de onda ( $k_{xl}$ ,  $k_{ym}$  e  $k_{zn}$ ) são determinados pelas condições de contorno de velocidades nulas nas paredes ( $\vec{n} \cdot \vec{u} = 0$ ;  $\vec{n}$  denotando o vetor normal às paredes). Substituindo esta expressão da pressão na equação homogênea da onda

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (15)$$

obtem-se as frequências naturais circulares de cada modo ( $l, m, n$ ):

$$\omega_{lmn} = c \sqrt{\left(\frac{l\pi}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{L_z}\right)^2} \quad (16)$$

Aplicando a superposição modal [1] na equação não-homogênea da onda

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -\frac{\partial G}{\partial t} \quad (17)$$

constrói-se a Função de Resposta em Frequência analítica do sistema com a fonte colocada no ponto  $(x_0, y_0, z_0)$  do domínio:

$$FRF(x, y, z, \omega) = \rho \cdot \sum_{r=1}^{\infty} \frac{\phi_r(x_0, y_0, z_0) \phi_r(x, y, z)}{\mu_r (\omega_r^2 - \omega^2)} \quad (18)$$

onde

$$\mu_r = \frac{I_r}{c^2} \quad \text{e} \quad I_r = \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^{L_z} \phi_r^2 dx dy dz \quad (19)$$

### 3.2 Modelo de Elementos Finitos

A distribuição de pressão na cavidade é aproximada por elementos finitos [3] usando-se elementos triangulares lineares bidimensionais (figura 7). A análise bidimensional é justificada para uma faixa de frequência de 0 a 5.717Hz, quando começam a existir modos na direção de menor comprimento da cavidade.

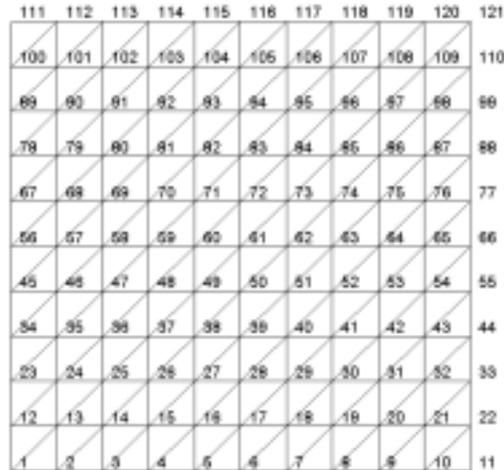


Figura 7 – Malha de Elementos Finitos

A equação dinâmica homogênea do sistema de equações pode ser escrita como:

$$[E]\{\ddot{p}\} + [H]\{p\} = \{0\} \quad (20)$$

onde  $[E]$  é a matriz de compressibilidade e  $[H]$  a matriz volumétrica. Construídas essas matrizes, os autovalores  $\omega_r$  e os autovetores  $\{\psi_r\}$  são facilmente obtidos. Uma simples rotina foi implementada em MATLAB<sup>®</sup> para resolver este problema. As Funções de Resposta em Frequência são calculadas diretamente por superposição modal [1]:

$$FRF(i, j, \omega) = \rho_{ar} \left( [H] - \omega^2 [E] \right)_{ij}^{-1} \quad (21)$$

Os índices  $i$  e  $j$  na equação 22 representam os nós de resposta e excitação do sistema, respectivamente.

### 4. MONTAGEM EXPERIMENTAL

A montagem experimental está apresentada esquematicamente na figura 8. A caixa envolvendo a cavidade foi construída em madeira, exceto na tampa superior, que foi construída em acrílico para facilitar a visualização da posição do microfone. Dois microfones, um na saída do atuador e outro percorrendo o interior da cavidade, foram utilizados (microfones de eletreto com sensibilidade nominal de 25mV/Pa). A movimentação do microfone no interior da cavidade foi feita com 3 fios de nylon fixados ao microfone e saindo para o exterior da caixa por pequenos orifícios feitos em suas paredes laterais.

O alto-falante utilizado é o NOVIK DRIVER ND 2500 do tipo “horn-drive”. Sua impedância nominal é de 8Ω a 1.200Hz com potência de 50W RMS acima de 500Hz e 70W RMS acima de 1.200Hz. Sua faixa de resposta em frequência é de 330Hz a

7.600Hz. Um tubo de 12,7mm de diâmetro interno e 3m de comprimento conectou o alto-falante ao bocal instrumentado.

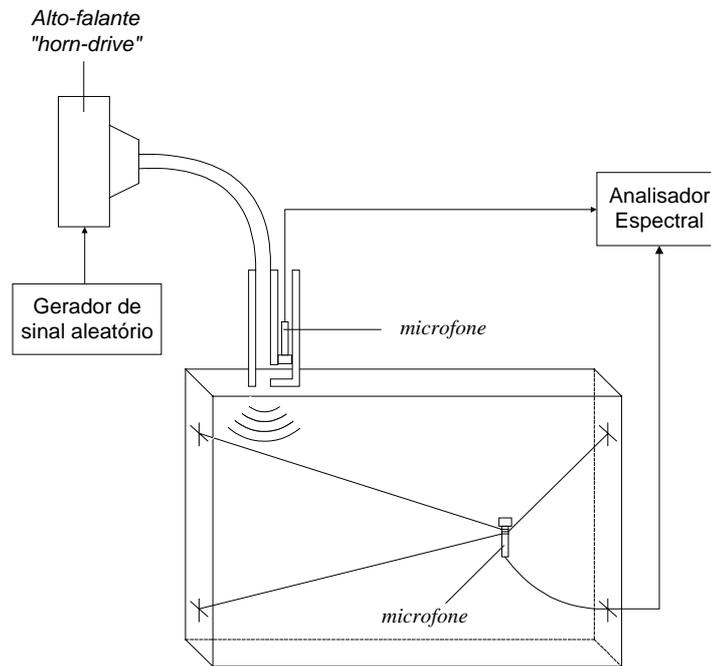


Figura 8 – Montagem experimental

## 5. RESULTADOS

A figura 9 mostra a comparação entre as Funções de Resposta em Frequência (FRFs) analítica (equação 19), numérica (equação 22) e experimental nos nós 54 e 103 com o sistema sendo excitado no nó 112 (ver figura 7). Excetuando uma região de baixa frequência (0 a 200Hz) em que o tipo de alto-falante utilizado (“horn-drive”) não tem boa eficiência, os resultados apresentaram bastante similaridade. Foi necessária a inserção de um amortecimento artificial nos modelos analítico e numérico para que a comparação pudesse ser feita com o modelo experimental, que tem dissipação de energia pelo atrito do ar nas paredes, as frestas entre as placas de madeira e os pequenos orifícios utilizados para a passagem do cabo do microfone e dos fios de nylon que posicionavam este microfone.

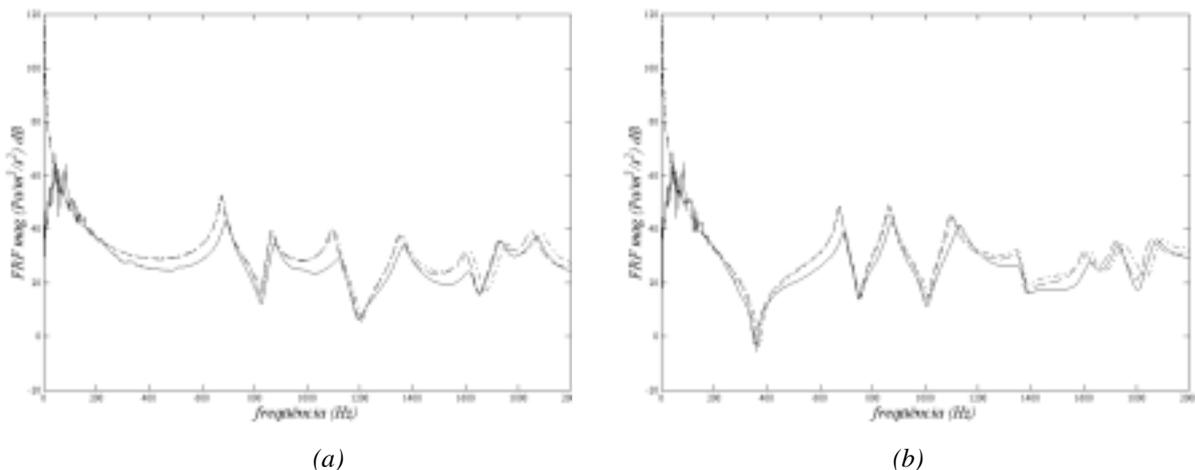


Figura 9 – Comparação das FRFs analítica[- -] , numérica (MEF) [-.] e experimental[—] nos nós (a) 54 e (b) 103

A tabela 1 mostra uma comparação entre as frequências naturais obtidas experimentalmente com as dos modelos analítico e numérico, sendo os parâmetros modais experimentais extraídos utilizando-se o método da exponencial complexa [1]. Os resultados são bastante próximos, mas as frequências naturais experimentais se afastam um pouco do modelo analítico devido às imprecisões de construção e à presença dos orifícios. Outra fonte de imprecisão é o ruído dos dados experimentais, principalmente devido à função de transferência  $\hat{H}$  de calibração. As diferenças existentes entre os modelos analítico e numérico a partir de 1.000Hz se devem à discretização do domínio. A utilização de um número maior de elementos tende a diminuir essas diferenças.

*Tabela 1 – Comparação entre as frequências naturais*

<i>Modo</i>	<i>Analítico (Hz)</i>	<i>MEF (Hz)</i>	<i>Experimental (Hz)</i>	<i>Erro Experimental/Analítico (%)</i>
<b>1</b>	675,2	675,9	695,2	2,96
<b>2</b>	861,8	865,3	875,0	1,53
<b>3</b>	1.094,8	1.102,8	1.128,1	3,04
<b>4</b>	1.350,4	1.355,9	1.368,9	1,37
<b>5</b>	1.602,0	1.621,3	1.623,5	1,34
<b>6</b>	1.723,6	1.751,9	1.731,3	0,45
<b>7</b>	1.851,1	1.889,1	1.875,9	1,34

## 6. CONCLUSÕES

Um atuador acústico de pequenas dimensões e alta impedância foi desenvolvido. Ele foi testado numa cavidade de seção retangular, que possui solução analítica. Uma solução numérica por elementos finitos foi construída e as Funções de Resposta em Frequência analítica, numérica e experimental foram comparadas. Os resultados apresentaram boa similaridade. A alta impedância da cavidade devido às suas pequenas dimensões não criou dificuldades ao atuador, que comprovou assim não estar limitado aos meios acústicos práticos em que atua. As medições em baixa frequência apresentaram bastante ruído e desvio significativo com relação à solução analítica devido à baixa eficiência do alto-falante do tipo “*horn-drive*” na faixa de frequência de 0 a 330Hz.

## 7. AGRADEIMENTOS

Os autores são gratos ao CNPq e à FAPESP pelo apoio financeiro.

## 8. REFERÊNCIAS

- [1] Ewins, D. J., “*Modal Testing and Practice*”, RSP/John Wiley & sons (1984).
- [2] Kinsler, Lawrence E.; Frey, Austin R.; Coppens, Alan B.; Sanders, James V., “*Fundamentals of Acoustics*”, third edition, John Wiley & sons (1982).
- [3] Kwon, Young W.; Bang, Hyochoong, “*The Finite Element Method using Matlab*”, CRC Press (1997).
- [4] Van Tol, F. H.; Verheij, J. W., “*Loudspeaker for reciprocal measurements of near field sound transfer functions on heavy road vehicle engines*”, TNO Institute of Applied Physics (1993).