DETERMINAÇÃO DAS PROPRIEDADES TERMOFISICAS DE MATERIAIS USANDO O METODO DA ALETA

Fernando Fernandes Vieira (*)
Carlos Antônio Pereira de Lima (*)
Geralda Gilvânia Cavalcante de Lima (*)
Zaqueu Ernesto da Silva (**)
Carlos Antônio Cabral dos Santos (**)
(*) Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, Departamento de Química, Caixa Postal 781, 58100-970, Campina Grande, PB, Brasil. E-mail: fernando@les.ufpb.br
(**) Universidade Federal da Paraíba, Laboratório de Energia Solar, CT/CPGEM-DTM, Caixa Postal 5115, 58051-970, João Pessoa, PB, Brasil

Resumo.

A aplicação do método da estimação de parâmetros em problemas de condução de calor em regime transiente, tem por objetivo determinar a difusividade térmica do corpo de prova e o coeficiente de transferência da calor para o ambiente. O método da estimação de parâmetros, fornece ferramentas eficientes para a análise de dados experimentais, usados na obtenção de parâmetros que surgem durante a modelagem matemática de fenômenos físicos. Os modelos podem ser na forma de equações algébricas, diferenciais ou integrais. Inicialmente foi feita a modelagem do sistema, através da resolução das equações diferenciais, obtidas dos balanços de energia sobre o sistema. Foi desenvolvido um código computacional para a simulação dos dados experimentais, como também para a estimação dos parâmetros desejados. Os resultados obtidos para os parâmetros α e h, mostraram que o método da estimação dos parâmetros se adapta perfeitamente a resolução deste tipo de problema

Palavras-chaves: Estimação, Difusividade, Calor, Simulação

1 - INTRODUCAO:

Usualmente assume-se que tanto em aplicações teóricas como práticas, os parâmetros físicos que aparecem nos modelos matemáticos são precisamente conhecidos. Em muitos casos, no entanto, a predição exata destes parâmetros é muito mais difícil que a determinação de uma solução aproximada. A análise do problema inverso de estimação de parâmetros em condução de calor (Beck & Arnold, 1977) tem sido usada com sucesso na caracterização térmica de diferentes tipos de materiais.

A determinação de propriedades termofísicas é feita para caracterizar os materiais; pela necessidade de conhecê-los e consequentemente aperfeiçoá-los. A caracterização térmica dos materiais constitui um domínio importante ligadas á transferência de calor. Quando um material estudado pode ser considerado ideal, os métodos de medidas se aplicam diretamente;

caso contrário tem-se que estabelecer modelos de transferência de calor adaptados ao problema físico em consideração.

De maneira geral, a determinação de uma grandeza termofísica necessita deve seguir os seguintes passos: Desenvolvimento de um modelo termocinético teórico(problema direto) e de uma experiência que leve em conta as características da amostra e o ambiente; Medida das grandezas fundamentais: temperatura e fluído; utilização de um método de identificação de parâmetros(método inverso); Confrontação entre dados teóricos e experimentais.

Os métodos de obtenção de dados experimentais podem ser classificados em: Métodos em regime permanente, onde o tempo não intervém. Esses métodos permitem alcançar unicamente a condutividade térmica e os métodos em regime variável , onde as medidas efetuadas são função do tempo. Esses permitem a identificação de vários parâmetros: condutividade, difusividade, efusividade ou capacidade térmica.

A contribuição das técnicas inversas no domínio da metrologia térmica é particularmente importante em várias direções como na escolha do modelo matemático, dos parâmetros sensíveis(otimização), da variável explicativa(intervalo de tempo e freqüência), de modo geral, a concepção otimizada das experiências.

O problema inverso da condução de calor (IHCP) foi primeiro estudado por Stoltz (1960), desde então muitos métodos tem sido proposto e diversos autores (Beck et al.,1985; Hensel, 1991; Alifanov, 1994; Kurpitz e Novak, 1995) estudaram este problema particular. Em um recente artigo Scarpa e Milano(1995) mostraram como a robusta técnica de filtro de Kalman poderia ser usada para a alta sensibilidade de IHCP para medições dos erros.

O presente trabalho tem como objetivo a aplicação do método da estimação de parâmetros em um problema de condução de calor em regime transiente, para determinar a difusividade térmica do corpo de prova e o coeficiente de transferência de calor para o ambiente. O método de medida utilizado foi o método da barra. Apesar deste método ser usado mais freqüentemente para regime permanente, com este trabalho verifica-se que ele também pode ser utilizado em regime transiente, consequentemente isto é uma contribuição no avanço deste método.

O procedimento computacional para a estimação dos parâmetros térmicos desejados foi desenvolvido em linguagem FORTRAN. Para mostrar a precisão do código computacional, na estimação da difusividade térmica através das medições de temperatura, foi simulada a estimação da difusividade térmica do cobre.

2 - DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Considere a seguinte montagem experimental (Fig. 01) para a determinação das propriedades termofísicas de materiais sólidos opacos.

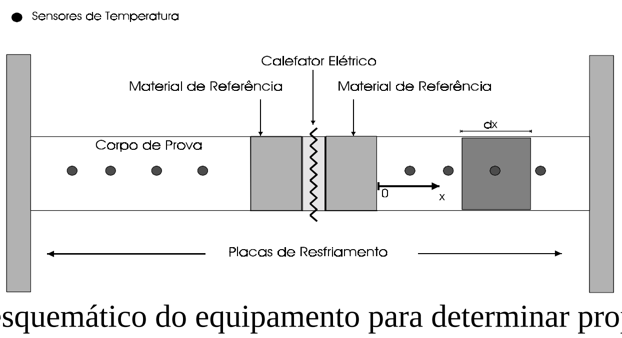


Figura 1. Diagrama esquemático do equipamento para determinar propriedades termofísicas

O sistema encontra-se inicialmente em equilíbrio térmico, caracterizado pela temperatura ambiente (T_∞) No instante t = 0, a superfície em x = 0 é exposta a um fluxo da calor constante (q = constante), enquanto que a superfície em x = L é mantida a temperatura constante (T_0). O cilindro troca calor por convecção, em sua superfície lateral, com o ambiente. São consideradas as seguintes hipóteses: propriedades físicas constantes e condução unidirecional transiente.

O objetivo da analise é estimar a difusividade térmica (α) do material e o coeficiente de transferência de calor por convecção (h).

Aplicando um balanço energético no volume de controle da figura 1, obtemos, a seguinte equação diferencial:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - M\alpha (T - T_\infty) \tag{1}$$

onde

$$M = \frac{h.P}{k.A}$$ sendo que

P = perimetro, k = condutividade térmica e A= área da seção transversal

A equação (1), deve ser resolvida, com as seguintes condições de contorno e inicial:

$$q = -k\frac{\partial T}{\partial x} \qquad \text{para } x = 0 \tag{2}$$

$$T = T_0 \qquad \text{para } x = L \tag{3}$$

e condição inicial

$$T(x,0) = T_\infty \tag{4}$$

Para estimar α e h foram simulados as colocações de 4 sensores de temperatura (figura 1) no corpo de prova, os quais registraram a temperatura em intervalos de tempos iguais a 1 segundo até o sistema atingir o regime estacionário.

3 - SOLUÇÃO DO PROBLEMA DIRETO

A resolução do problema direto foi feito usando-se o método das diferenças finitas, usando-se um esquema implícito avançado no tempo e centrado no espaço. A discretização da equação 01 e das condições de contorno e inicial são mostradas a seguir:

$$T_i^{t+1} = \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2}\left(T_{i-1}^{t+1} - 2T_i^{t+1} + T_{i+1}^{t+1}\right) - M\alpha\Delta t\left(T_i^{t+1} - T_\infty\right) + T_i^t \tag{5}$$

$$T_1^{t+1} = T_2^{t+1} + \frac{q\Delta x}{k} \tag{6}$$

$$T_m^{t+1} = T_0 \tag{7}$$

O sistema de equações, resultante da discretização da equação diferencial e das condições de contorno, foi resolvida utilizando-se a subrotina TRIDAG (Press et al, 1989)

4 - MÉTODO DE IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS

A técnica da identificação dos parâmetros foi utilizada para determinar os valores da difusividade térmica (α) e do coeficiente de transferência de calor convectivo (h).

O principio básico dos métodos de estimação de parâmetros, consiste na minimização da função que representa a diferença quadrática entre os valores experimentais (Y_{exp}) e os calculados pelo modelo teórico (Y_{mod}) que representa o sistema experimental.

$$F(\alpha, h, x, t) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \left[Y_{\exp} - Y_{\text{mod}}(\alpha, h, x, t) \right]^2 \tag{8}$$

A minimização da função F é feita da seguinte forma: a derivada da função F em relação a cada um dos parâmetros deve ser igual a zero.

$$\frac{\partial F}{\partial \alpha} = -2 \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{N} \left(T_{Exp} - T_{Mod} \right) \frac{\partial T_{Mod}}{\partial \alpha} = 0 \tag{9}$$

$$\frac{\partial F}{\partial h} = -2 \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{N} \left(T_{Exp} - T_{Mod} \right) \frac{\partial T_{Mod}}{\partial h} = 0 \tag{10}$$

A derivada primeira da variável dependente (Temperatura) com relação ao parâmetro desconhecido (difusividade térmica ou coeficiente de transferência de calor) é chamada de coeficiente de sensibilidade. Estes coeficientes são de extrema importância no processo de identificação de parâmetros, pois fornecem informações sobre a grandeza da variação da resposta do modelo, devido as perturbações dos parâmetros. Alem do mais, eles fornecem informações sobre a identificabilidade do sistema (Beck & Arnold, 1977).

Para que todos os parâmetros de um determinado modelo possam ser identificados simultaneamente, todos os seus coeficientes de sensibilidade devem ser linearmente independentes.

No caso do sistema em estudo os coeficientes de sensibilidade (X_i) foram calculados apartir da derivação numérica da solução direta do problema, da seguinte forma:

$$X_1 = \frac{\partial T}{\partial \alpha} = \frac{Y_{Mod}(x, t, \alpha + \Delta\alpha, h) - Y_{Mod}(x, t, \alpha, h)}{\Delta\alpha} \tag{11}$$

$$X_2 = \frac{\partial T}{\partial h} = \frac{Y_{Mod}(x, t, \alpha, h + \Delta h) - Y_{Mod}(x, t, \alpha, h)}{\Delta h} \tag{12}$$

5 - PROCEDIMENTO COMPUTACIONAL

Um dos métodos mais simples e eficientes para a minimização da função F (eq. 8) é o método de Gauss (ou método da linearização). Este método além de simples, tem a vantagem de especificar a direção e o tamanho da correção a ser aplicada em cada iteração no vetor dos parâmetros desconhecidos. Este método é eficiente na procura de um mínimo que esteja razoavelmente bem definido e que as estimativas iniciais dos parâmetros estejam próximo da região do mínimo.

O caso em analise trata-se de estimação não linear, neste caso usa-se um processo iterativo para determinar os parâmetros, usando-se as seguintes equações.

$$b^{(k+1)} = b^{(k)} + P\left[X^T.\varepsilon\right] \tag{13}$$

$$P = \left[X^T.W.X + U\right]^{-1} \tag{14}$$

onde:

X : Matriz dos coeficientes de sensibilidade

X^T : Matriz transposta dos coeficientes de sensibilidade

ε : Matriz coluna, que representa a diferença entre T_{exp}-T_{mod}

b : Matriz coluna contendo os parâmetros estimados

O procedimento iterativo inicia com $b^{(0)}$ e em cada iteração o vetor *b* é corrigido até que o critério de tolerância seja alcançado

$$\left|\frac{b^{(k+1)} - b^{(k)}}{b^{(k)} + \xi}\right| < \delta$$

$\delta = 10^{-3}$ e $\xi = 10^{-10}$

6 - RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os dados experimentais foram obtidos através da simulação numérica, usando a solução direta do problema.

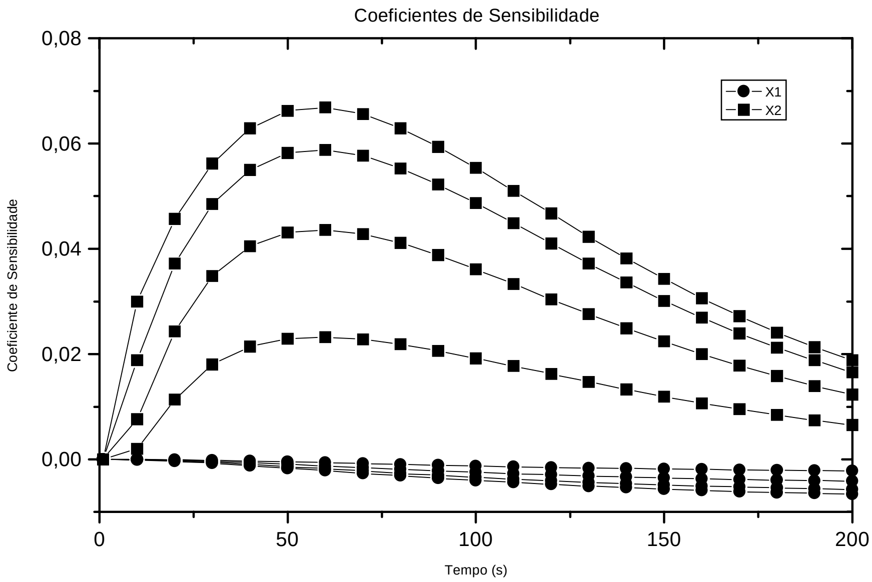
As simulações foram feitas considerando-se um corpo de prova feito de cobre, com as seguintes dimensões: D = 20,00 mm e L = 100,00 mm.

Para validar a metodologia empregada e verificar a influencia da existência de erros de medição sobre os valores dos parâmetros, forma introduzidos erros aleatórios sobre a solução exata, da seguinte forma:

$$T_{\exp} = T_{exata} + \varpi.\sigma \tag{15}$$

Onde ϖ representa números aleatórios, cuja distribuição é Gaussiana e σ é o desvio padrão das medições (σ = 0,05). Os erros aleatórios forma obtidos através da utilização da subrotina DRNNOR da biblioteca numérica IMSL.

A figura (2) mostra os coeficientes de sensibilidade com relação aos parâmetros identificados, podemos observar que eles são linearmente dependentes, o que torna possível



sua estimação simultânea.

Figura 2. Coeficientes de Sensibilidade dos Parâmetros Identificados

A figura (3) mostra os valores experimentais simulados e o perfil de temperatura ajustado, de acordo com os parâmetros identificados.

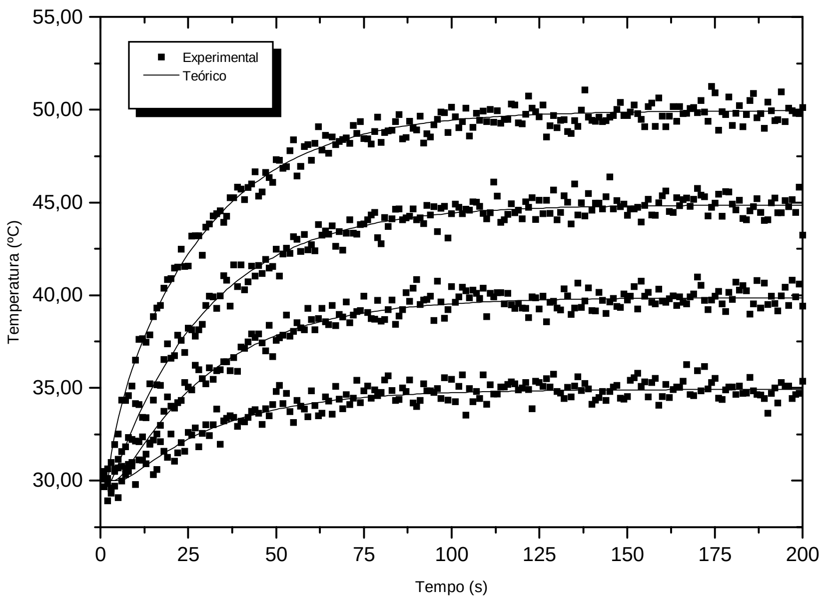


Figura 3. Perfil de Temperatura Experimental e Teórico no interior do corpo de prova

Os valores obtidos na estimação da difusividade térmica do cobre e do coeficiente de transferência de calor, foram respectivamente:

Tabela 1. Valores Estimados dos Parâmetros

PARAMETRO	VALOR
Difusividade Térmica (m^2/s)	11.16×10^{-5} ($\pm 9.10 \times 10^{-13}$)
Coeficiente de Transferência de Calor ($W/m^{2o}C$)	25,01 ($\pm$ 0,47)

7 – CONCLUSÃO

O problema inverso de condução de calor foi resolvido para estimar a disfusividade térmica de um material opaco e o coeficiente de transferência de calor por convecção, utilizando-se o método da aleta. O perfil de temperatura experimental foi obtido através de simulação numérica e o método de Gauss foi utilizado de forma iterativa para a estimação de parâmetros, tendo em vista que trata-se de um problema de estimação não linear. Os valores estimados da difusividade térmica e do coeficiente de transferência de calor, estão de acordo com os valores encontrados na literatura.

8 - BIBLIOGRAFIA

- Alifanov, O. M., 1994, "Inverse Heat Transfer Problems", Springer-Verlag Publishers, Berlin.
- Beck, J. V., Blackwell, B., and St. Clair Jr., C. R., 1985 "Inverse Heat Conduction: Ill-Posed Problems", Wiley-Interscience, New York, USA
- Beck, J.V and Arnold, K. J., 1977,"Parameter Estimation in Engineering and Science", Jonh Willey & Sons, New York, USA, 502p.
- Hensel, E., 1991, "Inverse Theory and Applications for Engineers", Prentice Hall Publishers, Englewood Cliffs, NJ.
- Kurpisz, K., and Nowak, A. J., 1995, " Inverse Thermal Problems" , Computacional Mechanics Publications, Southampton, United Kingdom.
- Press, W.; Flannery, B. P.; Tenkolsky, S. A. and Vetterling, W. T. "Nuemrical Recipes: The Art of Scientific Computing (FORTRAN Version)", Cambridge Press, Cambridge, 1989
- Scarpa, F., and Milano, G., 1995, " Kalman Smoothing Technique Applied to the Inverse Heat Condution Problem", Numerical Heat Transfer, Part B, Vol. 28, pp. 79-96.