

CONVECÇÃO INTERNA TRANSIENTE COM DIFUSÃO AXIAL: SOLUÇÃO VIA TRANSFORMADA INTEGRAL E FILTRO EM REGIME PERMANENTE

Gondim, Romberg Rodrigues

Universidade Federal da Paraíba - CT/DTM, Campus I, Laboratório de Energia Solar
Cx. P. 5115 – CEP 58051-970 – João Pessoa, PB, Brasil.

E-mail: romberg@les.ufpb.br

Cotta, Renato Machado

Laboratório de Transmissão e Tecnologia do Calor - Engenharia Mecânica, EE/COPPE/UFRJ
Universidade Federal do Rio de Janeiro, Cx. P. 68503 - CEP 21945-970, Rio de Janeiro, RJ.

E-mail: cotta@serv.com.ufrj.br

Resumo

O problema de convecção forçada transiente entre placas paralelas é resolvido para um escoamento completamente desenvolvido e em desenvolvimento térmico, considerando-se a presença do termo de difusão axial na equação da energia. A análise realizada utiliza a Técnica da Transformada Integral Generalizada com dupla transformação e uma solução filtro puramente difusiva em regime permanente. Esta simulação permite uma avaliação da variação do número de Peclet na situação transiente, como também reproduz os resultados disponíveis na literatura para o caso mais crítico computacionalmente de número de Peclet infinito.

Palavras-chave: Convecção Transiente, Transformada Integral, Difusão Axial, Solução Filtro

1. INTRODUÇÃO

O estudo da convecção forçada transiente tem sido objeto de interesse em muitas pesquisas, devido a sua crescente importância prática na engenharia, em particular no controle ativo de equipamentos térmicos. A literatura se mostra bastante vasta em soluções e simulações para convecção forçada no interior de dutos para situações em regime permanente (Shah & Bhatti, 1987), em particular para escoamentos laminares. Soluções analíticas e/ou puramente numéricas para regime permanente encontram-se facilmente disponíveis para uma série de situações de interesse prático. Os problemas transientes por sua vez ainda apresentam desafios e motivações tanto sob o ponto de vista da proposição de algoritmos de solução quanto de interpretação física.

Dentre os problemas de convecção forçada transiente tratados na literatura recente, as situações de perturbações abruptas ou periódicas de alta frequência nas condições de entrada e de contorno dos canais representam casos-teste de difícil tratamento analítico e computacional. Na presente breve revisão citamos apenas algumas contribuições que utilizaram variações e combinações de métodos analíticos e numéricos nos últimos anos,

como a combinação de Transformada Integral e Transformada de Laplace (Cotta&Ozisik, 1986, Kim et al., 1990, Macedo & Quaresma, 1997), Transformada Integral no domínio complexo (Cotta & Ozisik, 1986b, Guedes et al., 1989, Kakaç et al., 1990, Santos et al., 1995), Diferenças Finitas com esquema *upwind* modificado (Cotta et al., 1986), e Transformada Integral combinada a Diferenças Finitas(Cotta & Gerk, 1994, Santana et al., 1999).

Mais recentemente, tem-se utilizado a Técnica da Transformada Integral Generalizada – G.I.T.T. (Cotta, 1993, Cotta, 1998), como ferramenta de solução híbrida analítico – numérica, em que a idéia básica consiste na transformação de um sistema de equações diferenciais parciais num sistema de equações diferenciais ordinárias, eliminando a dependência espacial em formulações transientes. Tem-se então a vantagem de não requerer geração de malha em relação aos métodos numéricos clássicos e de permitir um controle sobre o erro relativo dos resultados, estabelecido *a priori* e controlado automaticamente.

No presente trabalho busca-se a solução do problema de convecção forçada transiente diretamente via Transformada Integral, por transformação dupla da equação de energia para o problema bidimensional em geometria de placas paralelas. O termo de difusão longitudinal de calor é mantido na equação de energia para escoamento laminar completamente desenvolvido hidrodinamicamente e em desenvolvimento térmico, e a solução completa do problema é encontrada com a utilização da Técnica da Transformada Integral Generalizada - GITT (Gondim, 1997). Apresenta-se uma análise de convergência das expansões duplas propostas numa ampla faixa do número de Peclet. Esta formulação mais geral também permite um estudo mais aprofundado sobre os valores do número de Peclet adotados como critério de emprego ou não do termo de difusão axial na equação de energia para a situação transiente.

2. DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

É analisado um escoamento laminar hidrodinamicamente desenvolvido no interior de um duto de placas paralelas, submetido a convecção forçada transiente em desenvolvimento térmico. Considera-se o escoamento incompressível, as propriedades físicas constantes e os efeitos de dissipação viscosa, convecção livre e conjugação com a parede desprezíveis.

O sistema em estudo é constituído por um duto de placas paralelas infinitas na largura, de comprimento L^* , no interior do qual escoam um fluido newtoniano. O sistema assim definido está inicialmente em equilíbrio térmico a uma temperatura T_0 . É então provocada uma perturbação em degrau na temperatura de entrada do fluido no canal, T_e . As paredes são sólidas, impermeáveis e são mantidas à temperatura T_0 . O escoamento laminar e completamente desenvolvido ocorre na direção x sendo simétrico em relação a y , conforme mostrado na fig. 1.

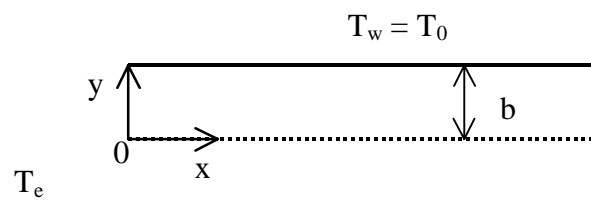


Figura 1 – Sistema de coordenadas e geometria do problema

2.1 Adimensionalização do Problema

Considerando os grupos adimensionais:

$$x = \frac{x^*/b}{\text{Re Pr}} = \frac{x^*}{b \text{Pe}}; \quad y = \frac{y^*}{b}; \quad u = \frac{u^*}{4u_{av}}; \quad t = \frac{\alpha t^*}{b^2}; \quad L = \frac{L^*/b}{\text{Re Pr}};$$

$$T = \frac{T^* - T_0}{T_e - T_0}; \quad \text{Re} = \frac{u_{av} 4b}{\nu}; \quad \text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha}; \quad \text{Pe} = \text{Re Pr} = \frac{u_{av} 4b}{\alpha} \quad (1)$$

onde T^* representa o campo de temperatura, u^* a velocidade (longitudinal), α a difusividade térmica, x^* a coordenada longitudinal, y^* a coordenada transversal e t^* o tempo.

O problema é definido matematicamente pelo sistema diferencial parcial a duas dimensões espaciais:

$$\frac{\partial T(x,y,t)}{\partial t} + u(y) \cdot \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial x} = \frac{\partial^2 T(x,y,t)}{\partial y^2} + \frac{1}{\text{Pe}^2} \frac{\partial^2 T(x,y,t)}{\partial x^2}; \quad 0 < y < 1, \quad x > 0, \quad t > 0 \quad (2)$$

$$T(x,y,0) = 0, \quad x \geq 0, \quad 0 \leq y \leq 1 \quad (3)$$

$$T(0,y,t) = 1, \quad T(L,y,t) = 0, \quad t > 0, \quad 0 \leq y \leq 1 \quad (4, 5)$$

$$\frac{\partial T(x,0,t)}{\partial y} = 0, \quad T(x,1,t) = 0, \quad t > 0, \quad x \geq 0 \quad (6, 7)$$

onde Re , Pr , Pe , u_{av} e ν representam o número de Reynolds, o número de Prandtl, o número de Peclet, a velocidade média e a viscosidade cinemática do fluido, respectivamente.

3. TRANSFORMAÇÃO DO PROBLEMA

Com o intuito de acelerar a convergência das expansões em autofunções, separa-se o potencial $T(x,y,t)$, da Eq. (2), da seguinte forma:

$$T(x,y,t) = \theta(x,y,t) + F(x,y) \quad (8)$$

onde $F(x,y)$ é solução de um problema difusivo em regime permanente, funcionando como filtro para homogeneizar as condições de contorno do problema original, e $\theta(x,y,t)$ é o novo potencial a ser determinado via transformação integral.

3.1 Cálculo do Filtro $F(x,y)$

Para determinar $F(x,y)$ apoia-se no seguinte problema de difusão em regime permanente:

$$\frac{\partial^2 F(x,y)}{\partial y^2} + \frac{1}{\text{Pe}^2} \frac{\partial^2 F(x,y)}{\partial x^2} = 0; \quad F(0,y) = 1, \quad F(L,y) = 0, \quad 0 \leq y \leq 1 \quad (9,10,11)$$

$$\frac{\partial F(x,0)}{\partial y} = 0, \quad F(x,1) = 0, \quad x > 0 \quad (12,13)$$

A solução para o filtro transformado e sua inversão foram encontradas com o auxílio da Técnica da Transformada Integral Clássica, em Gondim (1997), e são dadas por:

$$\bar{F}_g(x) = \bar{f}_g e^{-(Pe\beta_g x)}; \quad F(x,y) = \sum_{g=1}^{\infty} \tilde{Y}_g(y) \bar{f}_g e^{-(Pe\beta_g x)}; \quad \text{onde, } \bar{f}_g = \frac{(-1)^{g+1}}{NY_g^{1/2} \beta_g} \cdot \quad (14, 15, 16)$$

3.2 Aplicação da Solução Filtro

Aplicando o Filtro (8) nas eqs. (2-7), tem-se:

$$\frac{\partial \theta(x,y,t)}{\partial t} + u(y) \frac{\partial \theta(x,y,t)}{\partial x} = \frac{\partial^2 \theta(x,y,t)}{\partial y^2} + \frac{1}{Pe^2} \frac{\partial^2 \theta(x,y,t)}{\partial x^2} + G(x,y) \quad (17)$$

$$\theta(x,y,0) = -F(x,y), \quad \theta(0,y,t) = 0, \quad \theta(L,y,t) = 0 \quad (18,19,20)$$

$$\left. \frac{\partial \theta(x,y,t)}{\partial y} \right|_{y=0} = 0, \quad \theta(x,1,t) = 0, \quad \text{onde, } G(x,y) = -u(y) \frac{\partial F(x,y)}{\partial x} \quad (21,22,23)$$

3.3 Transformação do Problema na Direção "y"

Para resolver a Eq.(17), usando a Técnica da Transformada Integral Generalizada, GITT, é necessário como primeiro passo, definir um problema auxiliar de autovalor, o qual fornecerá a autofunção usada para propor a expansão do potencial:

$$\frac{d^2 \tilde{Y}_g(y)}{dy^2} + \beta_g^2 \tilde{Y}_g(y) = 0; \quad 0 < y < 1; \quad \frac{d\tilde{Y}_g(0)}{dy} = 0; \quad \tilde{Y}_g(1) = 0 \quad (24,25,26)$$

onde \tilde{Y}_g e β_g são as autofunções normalizadas e os autovalores, Gondim (1997).

Escreve-se a função $\theta(x,y,t)$ como uma expansão que tem como base as autofunções oriundas do problema de autovalor, onde $\bar{\theta}_n(x,t)$ é uma função desconhecida que depende de x e t . Usando o operador $\int_0^1 \tilde{Y}_n(y) dy$ e observando-se a propriedade de ortogonalidade do problema auxiliar, obtém-se o par de fórmulas, Transformada – Inversa, respectivamente:

$$\bar{\theta}_n(x,t) = \int_0^1 \tilde{Y}_n(y) \theta(x,y,t) dy; \quad \theta(x,y,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{Y}_n(y) \bar{\theta}_n(x,t) \quad (27,28)$$

Operando a Eq.(17) com o operador $\int_0^1 \tilde{Y}_n(y) dy$ e aplicando a Eq. da Inversa (28) a cada termo, a equação filtrada fica transformada no sistema diferencial parcial:

$$\frac{\partial \bar{\theta}_n(x,t)}{\partial t} + \sum_{m=1}^{\infty} A1_{nm} \frac{\partial \bar{\theta}_m(x,t)}{\partial x} = -\beta_n^2 \bar{\theta}_n(x,t) + \frac{1}{Pe^2} \frac{\partial^2 \bar{\theta}_n(x,t)}{\partial x^2} + \bar{G}_n(x) \quad (29)$$

onde:

$$A1_{nm} = \int_0^1 \tilde{Y}_n(y) \tilde{Y}_m(y) u(y) dy, \quad \text{e, } \bar{G}_n(x) = - \int_0^1 u(y) \tilde{Y}_n(y) \frac{\partial F(x,y)}{\partial x} dy \quad (30,31)$$

E, transformando a condição inicial (18) e as condições de contorno (19,20):

$$\bar{\theta}_n(x,0) = -\bar{f}_n e^{-(Pe\beta_n x)}; \quad \bar{\theta}_n(0,t) = 0; \quad \bar{\theta}_n(L,t) = 0 \quad (32,33,34)$$

3.4 Transformação na Direção Longitudinal e Reordenamento das Expansões Duplas

Objetivando a simplificação da análise matemática, e uma melhor performance no código computacional, faz-se uma mudança de variável no domínio de x , considerando um truncamento do duto, numa posição suficientemente afastada da entrada (L):

$$\xi = \frac{x}{L} \quad (35)$$

Para transformar o sistema (29-34) na direção " ξ ", define-se previamente o problema auxiliar (Gondim, 1997) nesta direção:

$$\frac{d^2 \tilde{X}_k(\xi)}{d\xi^2} + \lambda_k^2 \tilde{X}_k(\xi) = 0; \quad 0 < \xi < 1; \quad \tilde{X}_k(0) = 0; \quad \tilde{X}_k(1) = 0 \quad (36,37,38)$$

onde $\tilde{X}_k(\xi)$ e λ_k são as autofunções normalizadas e os autovalores, respectivamente.

Considerando o potencial $\bar{\theta}_n(\xi,t)$ como uma expansão que tem como base as autofunções do problema de autovalor associado, após manipulações matemáticas, encontra-se o par Transformada - Inversa:

$$\bar{\theta}_{nk}(t) = \int_0^1 \tilde{X}_k(\xi) \bar{\theta}_n(\xi,t) d\xi; \quad \bar{\theta}_n(\xi,t) = \sum_{k=1}^{\infty} \tilde{X}_k(\xi) \bar{\theta}_{nk}(t) \quad (39,40)$$

Operando cada termo da equação (29), observando a transformação do domínio (35), e, com o objetivo de reduzir os custos, otimizando o código computacional, transforma-se os somatórios duplos das expansões em somatório simples, através de um processo de pré-seleção dos termos das expansões, a partir do ordenamento dos autovalores originais. Esta redução gera um agrupamento de dois índices em um, ou seja, $\bar{\theta}_{nk}(t) \rightarrow \tilde{\theta}_i(t)$ e $\bar{\theta}_{ml}(t) \rightarrow \tilde{\theta}_j(t)$.

Assim, a Eq.(29) e a condição inicial (32), são reescritas como:

$$\tilde{\theta}_i'(t) + \sum_{j=1}^{\infty} C1_{ij} \tilde{\theta}_j(t) = \tilde{G}_i \quad ; \quad \tilde{\theta}_i(0) = -\bar{f}_n \left(\int_0^1 \tilde{X}_k(\xi) e^{-(Pe\beta_n L\xi)} d\xi \right) \quad (41,42)$$

onde:

$$C1_{ij} = \frac{1}{L} (A1_{nm} B1_{kl}) + \phi_i^2 \delta_{nm} \delta_{kl}; \quad \phi_i^2 = \beta_n^2 + \frac{\lambda_k^2}{Pe^2 L^2}; \quad \tilde{G}_i = \int_0^1 \tilde{X}_k(\xi) \bar{G}_n(\xi) d\xi \quad (43,44,45)$$

O processo de seleção para o reordenamento é feito através do autovalor global ϕ_i^2 , e estes são ordenados em ordem crescente segundo o esperado grau de importância dos termos individualmente no somatório simples.

4. ALGORITMO COMPUTACIONAL

O sistema diferencial ordinário infinito dado pelas equações (41-45), deve ser truncado numa determinada ordem finita, de tal forma que se permita obter soluções convergidas numa determinada precisão preestabelecida. O truncamento será aqui assumido em nt termos para a expansão global após o reordenamento.

Substituindo a equação (40) na equação (28), fazendo o agrupamento de índices e introduzindo o truncamento da expansão global em nt termos, e ng termos para a expansão do filtro, obtém-se o potencial original a partir da Eq.(8):

$$T(\xi, y, t) = \left[\sum_{i=1}^{nt} \tilde{Y}_n(y) \tilde{X}_k(\xi) \tilde{\theta}_i(t) \right] + \left[\sum_{g=1}^{ng} \tilde{Y}_g(y) \bar{f}_g e^{-(\beta_g Pe L \xi)} \right] \quad (46)$$

Considerando o perfil de velocidade do fluido no escoamento completamente desenvolvido, a temperatura média de mistura é dada por:

$$T_{av}(\xi, t) = \frac{3}{2} \left\{ \int_0^1 (1-y^2) \left[\sum_{i=1}^{nt} \tilde{Y}_n(y) \tilde{X}_k(\xi) \tilde{\theta}_i(t) + \sum_{g=1}^{ng} \tilde{Y}_g(y) \bar{f}_g e^{-(\beta_g Pe L \xi)} \right] dy \right\} \quad (47)$$

O termo fonte do filtro é encontrado aplicando o perfil de velocidade na Eq.(31), com o domínio modificado, e redefinindo, $\bar{F}_g(x)$, Eq.(14), em função de ξ , e observando a definição de \bar{f}_g dada por (16); tem-se então da Eq.(45):

$$\begin{aligned} \tilde{G}_i = \frac{3}{2} \frac{Pe}{NY_n^{0.5}} & \left\{ \left((-1)^{n+1} \int_0^1 \tilde{X}_k(\xi) e^{-(\beta_n Pe L \xi)} d\xi \right) - \right. \\ & \left. - \sum_{g=1}^{ng} (-1)^{g+1} \left(\int_0^1 \tilde{Y}_n(y) \tilde{Y}_g(y) y^2 dy \right) \left(\int_0^1 \tilde{X}_k(\xi) e^{-(\beta_g Pe L \xi)} d\xi \right) \right\} \end{aligned} \quad (48)$$

5. RESULTADOS E ANÁLISE

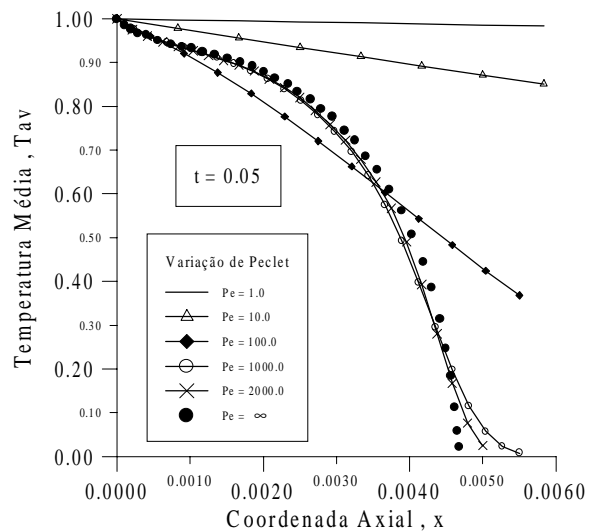
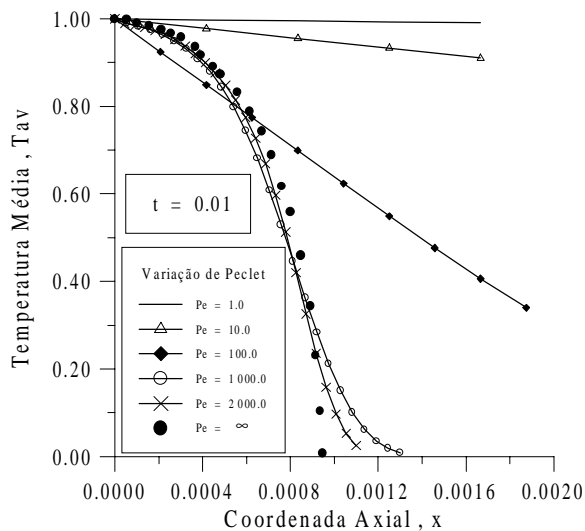
O código computacional foi elaborado na linguagem Fortran (Microsoft Powerstation). A solução numérica do problema de valor inicial é encontrada com a utilização da subrotina DIVPAG, disponível na biblioteca IMSL (1989), para resolver sistemas de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem com alto grau de rigidez. O controle de erro relativo é preestabelecido na subrotina e foi aqui adotado com o valor 10^{-4} . Os tempos adimensionais de interesse selecionados para este estudo foram 0.01 e 0.05, , que serviram para a validação do código numa comparação com os resultados em formulação de camada limite ($Pe \rightarrow \infty$) por Cotta e Gerk(1994), fazendo o número de Peclet tender para infinito na presente formulação, quando o termo correspondente à difusão axial torna-se progressivamente menos relevante, conforme Figuras 2 e 3, e os dois conjuntos de solução *benchmark* tendem a se aproximar.

Os números de Peclet adotados foram, $Pe = 1, 10, 100, 1000$ e 2000 , onde pode-se avaliar o comportamento da solução do problema com a progressiva diminuição da presença da difusão axial. Observa-se que mesmo para os maiores valores de Pe (1000 e 2000), certamente já dentro da faixa usualmente recomendada para o abandono da difusão térmica axial na formulação, na região da frente térmica transiente é ainda percebida a difusão de calor na direção x , tendo em vista a combinação específica de condições inicial e de contorno que leva ao acentuado gradiente térmico na direção axial nessa região.

Uma análise de convergência foi feita para a solução nos diferentes valores do número de Peclet, adotando-se para cada um deles, um comprimento de duto, L , grande o suficiente para que a imposição da condição de contorno a jusante ($x = L$) não perturbasse os resultados na região de entrada térmica, e a síntese desta análise é mostrada na Tabela 1.

Tabela 1 - Comportamento da convergência da temperatura média transiente, $T_{av}(x,t)$, em várias posições, x , para :

Pe = 1.0 e L = 1.0		t = 0.01				
nt \ x	.0187500	.0937500	.1687500	.2437500	.3187500	
100	.8925	.5035	.2304	.0838	.0239	
300	.8917	.5007	.2286	.0839	.0246	
350	.8915	.4996	.2284	.0838	.0250	
400	.8917	.5004	.2285	.0839	.0247	
Pe = 1.0 e L = 1.0		t = 0.05				
nt \ x	.0333333	.1666667	.3000000	.4333333	.5666667	
100	.9105	.5755	.3273	.1721	.0995	
300	.9071	.5757	.3275	.1722	.0996	
350	.9071	.5758	.3276	.1722	.0996	
400	.9071	.5759	.3278	.1723	.0996	
Pe = 2000.0 e L = 0.006		t = 0.01				
nt \ x	.0000458	.0002292	.0004125	.0005958	.0007792	
100	.9766	.9595	.9076	.7698	.5585	
300	.9880	.9646	.8996	.7859	.5235	
350	.9886	.9647	.9015	.7880	.5280	
400	.9894	.9641	.8999	.7742	.5127	
Pe = 2000.0 e L = 0.006		t = 0.05				
nt \ x	.0002083	.0010417	.0018750	.0027083	.0035417	
100	.9701	.9280	.8881	.7606	.5854	
300	.9740	.9258	.8800	.7902	.6276	
350	.9745	.9253	.8794	.7916	.6294	
400	.9749	.9266	.8803	.7904	.6268	



Figuras 2 e 3 – Perfis de temperatura média para $t = 0,01$ e $t = 0,05$, respectivamente: Comparação entre modelos com e sem difusão axial.

Graficamente, todas as soluções das figuras 2 e 3 já atingiram convergência na escala utilizada. Entretanto, pode ser claramente observada a dificuldade de convergência para quatro dígitos significativos na região da frente térmica transiente, onde o filtro permanente não representa bem a solução, e acaba por produzir um termo fonte na formulação filtrada que se torna de alguma importância nesta faixa da solução. Como alternativa de solução para

obtenção de resultados com altíssima precisão pode-se propor a solução analítica do sistema diferencial ordinário transformado, factível tendo em vista seu carácter linear, buscando-se ordens de truncamento mais elevadas a custos computacionais ainda moderados. Entretanto, a proposição de filtros transientes adaptativos (Macêdo et al., 1999) parece representar a alternativa mais adequada a essas situações, pelo acompanhamento analítico e explícito da frente térmica transiente onde os efeitos da convecção longitudinal não-transformável exatamente se tornam mais relevantes.

6. REFERÊNCIAS

- Cotta, R.M., 1993, *Integral Transforms in Computational Heat and Fluid Flow*, CRC Press, Boca Raton, Fl.
- Cotta, R.M., Ed., 1994, *The Integral Transform Method in Thermal and Fluids Sciences and Engineering*, Begell House, Inc., New York, 1998.
- Cotta, R.M. & M.N. Ozisik, Transient Forced Convection in Laminar Channel Flow with Stepwise Variations of Wall Temperature, *Can J. Chem. Eng.*, V. 64, pp. 734-742, 1986.
- Cotta, R.M., M.N. Ozisik, & D.S. McRae, Transient Heat Transfer in Channel Flow with Step Change in Inlet Temperature, *Num. Heat Transfer*, V. 9, pp. 619-630, 1986.
- Cotta, R.M. and M.N. Ozisik, Laminar Forced Convection in Ducts with Periodic Variation of Inlet Temperature, *Int J. Heat Mass & Transfer*, V. 29, Nº 10, pp. 1495-1501, 1986.
- Cotta, R.M. & Gerk, J.E.V., Mixed Finite-Difference/Integral Transform Approach for Parabolic-Hyperbolic Problems in Transient Forced Convection, *Numerical Heat Transfer, Part B*, V.25, pp.433-448, 1994.
- Gondim, R.R., 1997, *Convecção Forçada Transiente Interna com Difusão Axial: Solução Via Transformada Integral*, D.Sc. Tese, Universidade Federal do Rio de Janeiro/COPPE-PEM, Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.
- Guedes, R.O.C., M.N. Ozisik, and R.M. Cotta, Conjugated Periodic Turbulent Forced Convection in a Parallel Plate Channel, *J. Heat Transfer*, V. 116, pp. 40-46, February 1994. *IMSL Library, Math/Lib.*, Houston, Texas, 1989.
- Kakaç, S., W. Li and R.M. Cotta, Unsteady Laminar Forced Convection in Ducts with Periodic Variation of Inlet Temperature, *J. Heat Transfer*, V. 112, pp. 913-920, 1990.
- Kim, W.S., R.M. Cotta, and M.N. Ozisik, Laminar Internal Forced Convection with Periodically Varying, Arbitrarily Shaped Inlet Temperature, 9th Int. Heat Transfer Conference, Paper # 16-TR-17, pp. 383-388, Jerusalem, Israel, August 1990.
- Macedo, E.N. and J.N.N. Quaresma, Transient Laminar Forced Convection Heat Transfer in Circular and Parallel-Plates Ducts of Herschel-Bulkley Fluids, *Proc. of the 14th Brazilian Congress of Mechanical Engineering, COBEM 97*, Bauru, São Paulo, Brasil, December 1997 (CD-ROM).
- Macedo, E.N., R.M. Cotta, and H.R.B. Orlande, Local-Instantaneous Filtering in the Integral Transform Solution of Nonlinear Diffusion Problems, *Computational Mechanics*, V.23, pp.524-532, 1999.
- Santana, L.F.M., R.M. Cotta, and L.C.G. Pimentel, Hybrid Approach for Fully Transient Turbulent Forced Convection Inside Smooth Parallel-Plate Channels, *Proc. of the 15th Brazilian Congress of Mechanical Engineering, COBEM 99*, Águas de Lindóia, São Paulo, Brasil, December 1999 (CD-ROM); also, *Hybrid Meth. Eng.*, V.2, no.3, in press.
- Santos, C.A.C., D.M. Brown, S. Kakaç and R.M. Cotta, Analysis of Unsteady Forced Convection in Turbulent Duct Flow, *J. Thermophysics & Heat Transfer*, Vol. 9, Nº 3, pp. 508-515, 1995.
- Shah, R.K. & M.S. Bhatti, Laminar Convective Heat Transfer in Ducts, in: S. Kakaç, R.K. Shah, and W. Aung (eds.), *Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer*, chap.3, pp.3.1-3.137, Wiley, 1987.