

CONVECÇÃO MISTA NUMA CAVIDADE RETANGULAR COM ENTRADA E SAÍDA DE FLUIDO

Rogério Fernandes Brito

Genésio José Menon

João Batista Dias

Escola Federal de Engenharia de Itajubá, Departamento de Engenharia Mecânica

Av. BPS, 1303 – 37500-000 – Itajubá – MG – Brasil – E-mail: genesio@iem.efei.br

Resumo

No presente trabalho estuda-se numericamente a convecção mista causada pelas forças de empuxo e pelo escoamento de fluido que entra numa cavidade retangular semi-aberta. A cavidade tem as superfícies verticais direita e esquerda mantidas, respectivamente, nas temperaturas adimensionais $\theta = 1$ e $\theta = 0$. As superfícies horizontais são mantidas isoladas termicamente. A superfície vertical esquerda tem duas aberturas por onde circula um fluido. O fluido entra frio com temperatura adimensional $\theta = 0$ pela abertura inferior e sai adiabaticamente pela abertura superior. O escoamento é considerado em regime laminar e as propriedades físicas do fluido são constantes, exceto a densidade nos termos de empuxo. As equações de conservação bidimensionais são escritas em termos de variáveis adimensionais, utilizando a formulação função corrente-vorticidade. O problema é resolvido através do método de elementos finitos e os resultados são apresentados para o regime permanente. O número de Nusselt médio na parede quente (Nu_h) é calculado para os números de Grashof (Gr) iguais a 0, 10^4 , 10^5 e 5×10^5 , para os números de Reynolds (Re) iguais a 1, 10, 50 e 100, para número de Prandtl (Pr) igual a 0,7 e razão de aspecto da cavidade (A) igual a 2. São mostradas as distribuições de função corrente adimensional (ψ) e de temperatura adimensional (θ).

Palavras-chave: Convecção Mista, Transferência de Calor, Elementos Finitos.

1. INTRODUÇÃO

O estudo da convecção mista em cavidades semi-abertas é de interesse em várias aplicações industriais, tais como: no resfriamento de centrais termelétricas, tanques de armazenamento de fluidos, resfriamento de equipamentos eletrônicos e outros.

O processo de convecção mista que ocorre numa cavidade semi-aberta, contendo um fluido que circula nesta cavidade, pode ser analisado como resultante de duas formas básicas de convecção, sendo elas: a convecção natural causada por forças de empuxo e a convecção forçada devido à circulação de fluido frio que entra na cavidade com uma determinada distribuição de velocidades.

A convecção natural ocorre quando um fluido fica sujeito a um gradiente horizontal de temperatura, na presença de um campo gravitacional. Devido a esse gradiente, provoca-se uma variação na densidade, resultando-se no aparecimento de forças de empuxo. A partir do instante que estas forças superam as forças de resistência viscosa do fluido, dá-se o início do processo de transferência convectiva do calor. A intensidade da convecção natural é caracterizada pelo número de Grashof (Gr).

A convecção forçada ocorre quando um fluido está sujeito a uma certa distribuição de velocidades, forçando-se assim, a transferência de calor entre o fluido e o equipamento em questão. A intensidade da convecção forçada é caracterizada pelo número de Reynolds (Re).

São vários os estudos da convecção mista em cavidades semi-abertas. Alguns bons trabalhos desenvolvidos por pesquisadores são: Oosthuizen e Paul (1985), Safi e Loc (1994), etc.

Oosthuizen e Paul (1985) utilizaram o método de elementos finitos e analisaram numericamente a transferência de calor, devido ao processo de convecção mista, numa cavidade retangular semi-aberta com duas aberturas para o escoamento do fluido. Variam-se as posições das aberturas da cavidade, bem como o sentido de escoamento através destas aberturas.

Safi e Loc (1994) estudaram numericamente a transferência de calor de um fluido escoando numa cavidade retangular semi-aberta. A cavidade era formada por uma entrada, localizada na região superior da superfície vertical à esquerda, e uma saída localizada na região inferior da superfície vertical à direita. Foram considerados dois tipos de condições de contorno para as superfícies verticais e horizontais. No primeiro, as superfícies eram condutoras e no segundo, eram consideradas adiabáticas.

No presente trabalho é estudada numericamente a convecção mista causada pelas forças de empuxo e pela circulação de fluido que entra na cavidade retangular, conforme ilustra a Figura 1. A cavidade tem razão de aspecto $A=H/L=2$, sendo H a altura da cavidade e L a largura. O comprimento adimensional da região de entrada e saída de fluido é $D=0,2$. O fluido entra frio em $A'B'$ com um perfil de velocidades parabólico na parte inferior da cavidade. O modelo numérico considera que o fluido sai em $E'F'$ adiabaticamente na parte superior da cavidade com um perfil de velocidades também parabólico. Os resultados numéricos foram obtidos, utilizando-se o método de elementos finitos, a partir de um programa computacional desenvolvido pelos autores, em linguagem FORTRAN. Para o presente estudo foi utilizada uma malha uniforme com 2970 elementos triangulares lineares, conforme mostra a Figura 2. O programa computacional calcula o número de Nusselt médio na superfície quente (Nu_h) em função dos diversos parâmetros geométricos e térmicos. São apresentadas as distribuições de função corrente adimensional (ψ) e temperatura adimensional (θ).

2. DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

2.1 Adimensionalização

Com a finalidade de generalizar a análise teórica são definidas através da Equação (1), as seguintes grandezas adimensionais: tempo, coordenada horizontal, coordenada vertical, velocidade horizontal, velocidade vertical, pressão e temperatura.

$$\tau = \frac{U_o t}{H}, X = \frac{x}{H}, Y = \frac{y}{H}, U = \frac{u}{U_o}, V = \frac{v}{U_o}, P = \frac{p}{\rho U_o^2}, \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c}, \quad (1)$$

sendo: U_o a velocidade média de fluido na entrada da cavidade; u, v as componentes de velocidades nas direções x, y ; t o tempo; p a pressão; T a temperatura; T_c a temperatura da superfície fria e T_h a temperatura da superfície quente.

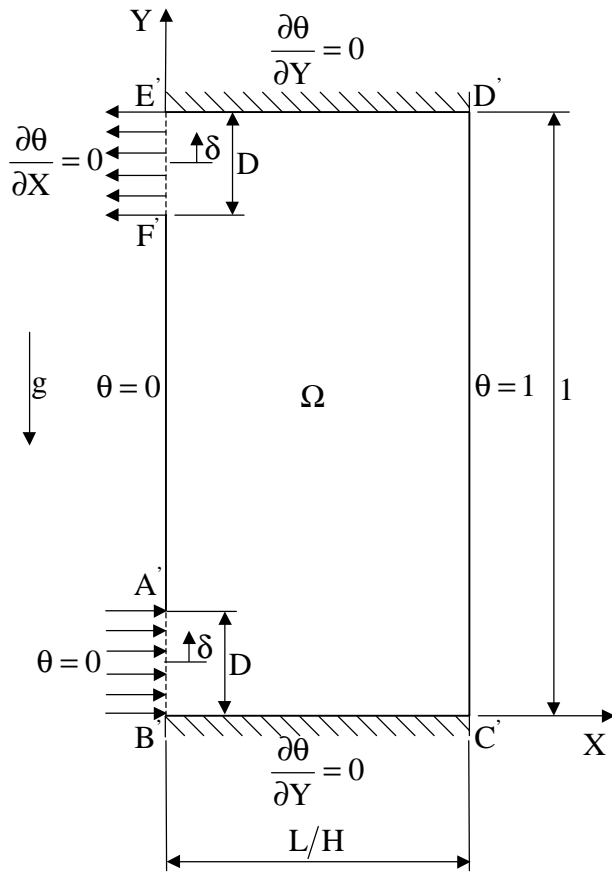


Figura 1 – Cavidade estudada.

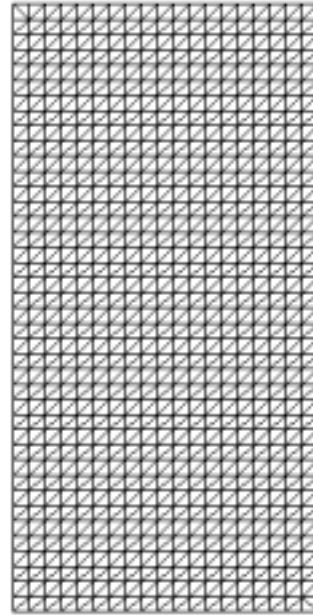


Figura 2 – Malha de elementos finitos utilizada.

2.2 Equações governantes

O estudo da convecção mista é baseado nas equações de conservação da massa, quantidade de movimento e energia. Na formulação do problema, são consideradas as seguintes hipóteses:

- regime não permanente;
- escoamento bidimensional e laminar;
- escoamento incompressível;
- a função dissipação viscosa foi desprezada;
- as propriedades físicas do fluido (ρ, μ, c_p, K) são constantes, exceto a densidade nos termos de empuxo;
- sem geração interna de calor;
- os efeitos de compressibilidade são desprezados.

Mediante as considerações acima, as equações de conservação adimensionais, em termos de função corrente adimensional (ψ), temperatura adimensional (θ) e vorticidade adimensional (ω), são as seguintes:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial Y^2} = -\omega, \quad (2)$$

$$\frac{1}{\text{RePr}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) + \left(\frac{\partial \psi}{\partial X} \frac{\partial \theta}{\partial Y} - \frac{\partial \psi}{\partial Y} \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) = \frac{\partial \theta}{\partial \tau}, \quad (3)$$

$$\frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial Y^2} \right) + \left(\frac{\partial \psi}{\partial X} \frac{\partial \omega}{\partial Y} - \frac{\partial \psi}{\partial Y} \frac{\partial \omega}{\partial X} \right) + \frac{\text{Gr}}{\text{Re}^2} \frac{\partial \theta}{\partial X} = \frac{\partial \omega}{\partial \tau}; \quad (4)$$

onde a função corrente adimensional (ψ) e a vorticidade adimensional (ω) são definidas por:

$$\frac{\partial \psi}{\partial Y} = U, \quad -\frac{\partial \psi}{\partial X} = V \quad \text{e} \quad \omega = \frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y}, \quad (5)$$

e os números adimensionais de Prandtl (Pr), Grashof (Gr) e Reynolds (Re) são dados, respectivamente, por:

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha}, \quad \text{Gr} = \frac{g\beta(T_h - T_c)H^3}{\nu^2}, \quad \text{Re} = \frac{U_o H}{\nu}, \quad (6)$$

sendo: ν a viscosidade cinemática, α a difusividade térmica, g a aceleração da gravidade e β o coeficiente de expansão volumétrica.

O cálculo do número de Nusselt médio na superfície quente (Nu_h) é dado por:

$$\text{Nu}_h = \frac{1}{S} \int_S \text{Nu}_x \, dS \quad \text{e} \quad \text{Nu}_x = \left. \frac{\partial \theta}{\partial X} \right|_s = \frac{1}{2A_e} \left[(Y_j - Y_k) \theta_i + (Y_k - Y_i) \theta_j + (Y_i - Y_j) \theta_k \right], \quad (7)$$

sendo: A_e é a área do elemento, os índices i, j, k representam os pontos nodais do elemento e Nu_x o valor do número de Nusselt local na superfície quente.

2.3 Condições iniciais e de contorno

As condições iniciais para todo o domínio computacional (Ω), conforme mostra a Figura 1, são para $\tau = 0$:

$$\psi = \theta = \omega = 0. \quad (8)$$

As condições de contorno adotadas nas paredes e nas fronteiras abertas consideraram as seguintes hipóteses: a) não existe escorregamento do fluido nas paredes; b) a parede vertical esquerda é fria e isotérmica; c) a parede vertical direita é quente e isotérmica; d) as paredes horizontais são adiabáticas; e) o fluido entra frio e isotérmico na fronteira inferior; f) o fluido sai adiabaticamente na fronteira superior.

Com estas considerações, as condições de contorno são as seguintes, para $\tau > 0$:

a) nas paredes horizontais ($0 < X < L/H, Y = 0$ e 1):

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0, \quad \psi = \frac{\partial \psi}{\partial X} = \frac{\partial \psi}{\partial Y} = 0, \quad \omega_w = \frac{3(\psi_B - \psi_N)}{\ell^2} - \frac{\omega_N}{2}; \quad (9)$$

b) na fronteira aberta inferior de entrada de fluido ($X = 0, 0 < Y < D$):

$$\theta = 0, \frac{\partial \psi}{\partial X} = 0, \psi = \frac{1}{2}D + \frac{3}{2}\delta - \frac{2\delta^3}{D^2}, \omega = \frac{12\delta}{D^2}; \quad (10)$$

c) na parede vertical esquerda ($X = 0, D < Y < 1 - D$):

$$\theta = 0, \frac{\partial \psi}{\partial X} = \frac{\partial \psi}{\partial Y} = 0, \psi = D, \omega_w = \frac{3(\psi_B - \psi_N)}{\ell^2} - \frac{\omega_N}{2}; \quad (11)$$

d) na fronteira aberta superior de saída de fluido ($X = 0, 1 - D < Y < 1$):

$$\frac{\partial \theta}{\partial X} = 0, \frac{\partial \psi}{\partial X} = 0, \psi = \frac{1}{2}D - \frac{3}{2}\delta + \frac{2\delta^3}{D^2}, \omega = -\frac{12\delta}{D^2}; \quad (12)$$

e) na parede vertical direita ($X = L/H, 0 < Y < 1$):

$$\theta = 1, \psi = \frac{\partial \psi}{\partial X} = \frac{\partial \psi}{\partial Y} = 0, \omega_w = \frac{3(\psi_B - \psi_N)}{\ell^2} - \frac{\omega_N}{2}; \quad (13)$$

onde: δ é a coordenada vertical medida a partir do centro das fronteiras abertas, conforme mostra a Figura 1; ω_w é a vorticidade do fluido junto ao contorno; ψ_B é o valor da função corrente no contorno; ψ_N é o valor da função corrente num ponto situado a uma pequena distância ℓ do contorno; ω_N é o valor da vorticidade também situado a uma distância ℓ do contorno.

3. RESULTADOS

Para a escolha da malha utilizada neste trabalho, fez-se um estudo da influência do refinamento da malha sobre os resultados do número de Nusselt médio na superfície quente (Nu_h). As malhas utilizadas foram 360, 1190, 1520 e 2970 elementos. Observou-se que a convergência dos valores do número de Nusselt médio na superfície quente (Nu_h) ocorreu à medida que o número de elementos aumenta. Para uma malha com 1520 elementos o desvio do resultado do número de Nusselt (Nu_h), em relação à malha com 2970 elementos, foi menor do que 0,40%, o que pode ser considerado satisfatório. Mesmo assim, escolheu-se a malha com espaçamento uniforme de 2970 elementos para o estudo deste trabalho.

Para efeito de validação do código computacional, foi estudado o caso limite quando $Re \rightarrow 0$, o qual recai no caso de convecção natural. Esta situação limite foi testada usando programas de convecção natural, em cavidades retangulares fechadas estudadas por Brito (1999), e mista, desenvolvido no presente trabalho, com a finalidade de verificar os desvios nos resultados obtidos para o número de Nusselt médio na superfície quente (Nu_h). Neste teste foram considerados os seguintes parâmetros: número de Grashof $Gr = 10^4, 10^5$ e 5×10^5 ; número de Prandtl fixo em $Pr = 0,7$ e razão de aspecto da cavidade $A = 2$. Foi utilizada uma malha uniforme 28×56 equivalente a 2970 elementos. O maior desvio no cálculo do número de Nusselt médio da superfície quente (Nu_h) foi de $-7,95\%$ para $Gr = 5 \times 10^5$ e o menor desvio foi de $-4,53\%$ para $Gr = 10^4$. Por outro lado, o programa computacional desenvolvido por Brito (1999), para o estudo de convecção natural em

cavidades retangulares fechadas, foi testado e comparado com o caso estudado experimentalmente por Ozoe et al. (1974). O valor do desvio encontrado foi de 6,65% , para $Gr = 2 \times 10^4$ e $Pr = 0,733$.

A Figura 3 mostra as linhas de corrente e as isothermas desenvolvidas dentro da cavidade retangular semi-aberta, após o sistema atingir o regime permanente.

A Figura 4 apresenta os resultados do número de Nusselt médio na superfície quente (Nu_h) versus o número de Reynolds (Re). O número de Grashof (Gr) variou de $Gr = 0$ a 5×10^5 , com número de Prandtl $Pr = 0,7$ e razão de aspecto $A = 2$.

A Figura 3 mostra as distribuições da função corrente adimensional (ψ), no lado esquerdo da página. O valor do número de Reynolds foi fixado em $Re = 1$ e variou-se o valor de Grashof de $Gr = 0$ a 10^5 . Das Figuras 3a e 3e para $Gr = 0$, observa-se um caso de convecção forçada pura, onde as linhas de corrente mostram como se comporta o escoamento no interior da cavidade. Quando as linhas da função corrente encontram-se mais próximas uma das outras, maior é a velocidade neste local. Com o aumento do número de Grashof, aumenta-se a vazão de fluido que circula dentro da cavidade retangular semi-aberta. Das Figuras 3b e 3f, como se tem um baixo valor do número de Reynolds ($Re = 1$), predomina-se o efeito da convecção natural.

As distribuições da temperatura adimensional (θ) aparecem no lado direito da Figura 3. As diferenças de temperaturas entre duas isotérmicas próximas é constante. Da Figura 3e para $Re = 1$ e $Gr = 0$, o fluxo de calor ocorre, predominantemente por condução, a qual pode ser visto pelas distribuições, quase que paralelas, entre as isothermas em quase toda região de fluido da cavidade. Da Figura 3f, com o aumento do número de Grashof, aumenta-se a circulação de fluido na cavidade, implicando em maiores trocas de calor nas regiões de fluido onde as linhas isotérmicas se encontram próximas uma das outras.

Para as Figuras 3c, 3d, 3g e 3h, observa-se agora uma pequena recirculação de fluido somente para um valor de Grashof mais alto, conforme é mostrado na Figura 3d para $Gr = 10^5$. Para todos os valores de Grashof, a convecção forçada predomina sobre a convecção natural. À medida que se aumenta o número de Grashof, maior é o fluxo de calor na parede isotérmica quente. Ainda das Figuras 3c, 3d, 3g e 3h, observa-se que devido ao aumento do número de Reynolds, aumenta-se a região de fluido frio na cavidade e conseqüentemente, maior é o fluxo de calor próximo à parede isotérmica quente.

Da Figura 4, observou-se que quando cresce o número de Reynolds, o valor do número de Nusselt médio na superfície quente (Nu_h) também cresce para toda a faixa do número de Reynolds. Para um dado valor do número de Reynolds, por exemplo $Re = 10$, tem-se valores diferentes do Nusselt (Nu_h) para cada valor de Grashof (Gr). Notou-se que os valores de Nusselt (Nu_h), para o caso de $Re \rightarrow 0$, recaem no problema de convecção natural.

4. CONCLUSÕES

Através dos resultados obtidos neste estudo, foi possível analisar a influência das variações dos números de Reynolds (Re) e Grashof (Gr) nos resultados do número de Nusselt médio (Nu_h) e assim, verificar qual o tipo predominante de convecção. Também observou-se que com o aumento do número de Reynolds (Re), para todos os valores de Grashof (Gr), aumentou-se consideravelmente a região de fluido, na temperatura alta, próxima à parede quente com altos gradientes de temperatura, mostrando assim a importância do efeito da convecção forçada no processo de resfriamento da parede quente. Para valores baixos do número de Reynolds (Re), observou-se que os resultados do Nusselt (Nu_h) se

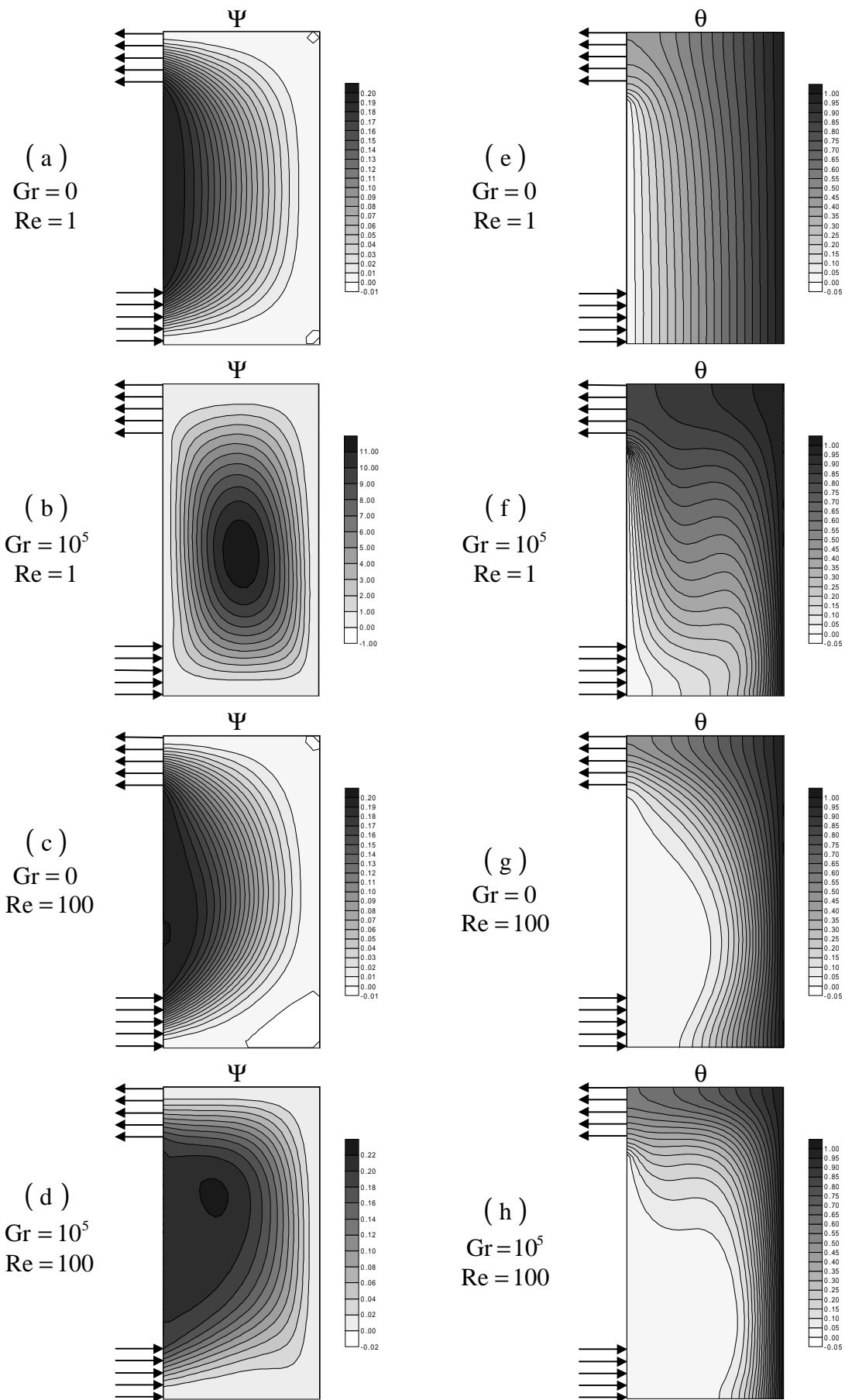


Figura 3 – Distribuições da função corrente (ψ) e da temperatura adimensional (θ) para $Pr = 0,7$; $A = 2$; $D = 0,2$.

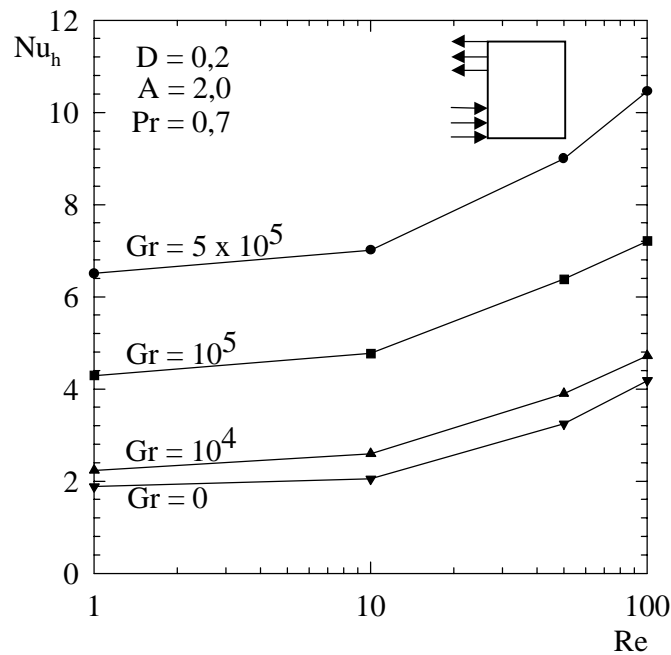


Figura 4 – Número de Nusselt médio na superfície quente (Nu_h) versus número de Reynolds (Re).

apresentaram muito próximos dos resultados do número de Nusselt (Nu_h) para problemas de convecção natural numa cavidade retangular fechada. Com os resultados obtidos, pode-se visualizar, por meio das linhas de correntes e isotermas, as regiões com maiores velocidades e maiores gradientes de temperaturas, e assim, prever em qual situação haverá uma maior troca de calor com a superfície quente. Observou-se que, para a faixa do número de Reynolds (Re) estudada, para valores baixos de (Re), predominou-se o efeito da convecção natural e para um valor maior deste, predominou-se o efeito da convecção forçada, independente da faixa do número de Grashof utilizada neste trabalho.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Brito, R. F., 1999, “Simulação Numérica da Transferência de Calor e do Escoamento de Fluidos”, Dissertação de Mestrado, EFEI, Itajubá, M.G., Brasil, 162p.
- Oosthuizen, P.H. e Paul, J.T. , 1985, “Mixed Convective Heat Transfer in a Cavity”, Proceedings of the 23th National Heat Transfer Conference, Denver, U.S.A., pp. 159-169.
- Ozoe, H., Yamamoto, K., Sayama, H. e Churchill, S. W., 1974, “Natural Circulation in an Inclined Rectangular Channel Heated on One Side and Cooled on the Opposing Side”, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 17, pp. 1209-1217.
- Safi, M. J. e Loc, T. P., 1994, “Development of Thermal Stratification in a Two-Dimensional Cavity: a Numerical Study”, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 37, pp. 2017-2024.