

## DETERMINAÇÃO DA RESISTÊNCIA TÉRMICA DE CONTATO UTILIZANDO UM SINAL PERIÓDICO

### **Celso Rosendo Bezerra Filho**

Universidade Federal da Paraíba, Departamento de Engenharia Mecânica  
Rua Aprígio Veloso, 882 Campina Grande, PB, Brasil CEP 58109-970

### **Michel Laurent**

Centre de Thermique de Lyon  
20, Av. Albert Einstein Bât. 404, Villeurbanne, France CEP 69621

### **Martim Raynaud**

Centre de Thermique de Lyon  
20, Av. Albert Einstein Bât. 404, Villeurbanne, France CEP 69621

### **Resumo**

*Quando dois corpos estão em contato e um fluxo de calor os atravessa, surge uma queda adicional de temperatura na interface que em regime permanente é caracterizado por uma grandeza denominada de resistência térmica de contato (RTC). A medida desta resistência tem recebido cada vez mais atenção em virtude de sua importância em áreas como a microeletrônica, forjagem, projeto de válvulas de motores de automóveis, etc. Diversas técnicas de medida desta resistência tem sido utilizadas ao longo dos anos. Neste artigo utiliza-se um método que utiliza uma excitação térmica periódica, afim de medir a RTC entre dois corpos em contato para dois valores diferentes da pressão mecânica. A medição da RTC é feita de forma indireta através de relações matemáticas que expressam a mesma, ora em função de uma razão de amplitudes, ora em função da defasagem do sinal com relação a um dado ponto referência. Para atingir este objetivo, um dispositivo experimental foi construído afim de se obter, através de um processo de identificação, as amplitudes e defasagens necessárias aos modelos que permitem a determinação da RTC utilizando as amplitudes e defasagens medidas.*

Palavras-chave: Resistência de contato, Condutância de contato, Regime periódico

## **1. INTRODUÇÃO**

A resistência térmica de contato (RTC) é uma grandeza que caracteriza a dificuldade encontrada pelo calor para atravessar a interface de dois materiais em contato. A origem da RTC esta nas irregularidades apresentadas pelas superfícies. Devido a estas irregularidades superficiais, os verdadeiros contatos ocorrem apenas em alguns pontos discretos da interface

resultando assim numa área de contato real muito pequena em relação área de contato aparente (segundo Bardon (1972), a área de contato real é da ordem de 1% da área de contato aparente). Entre os pontos de contato real existem cavidades, que em geral, são preenchidas por um fluido intersticial que desempenha um papel fundamental na RTC.

Matematicamente, a RTC é uma discontinuidade expressa através da seguinte relação:

$$R = \frac{T_1^0 - T_2^0}{\phi} \quad (1)$$

onde  $T_1^0$ ,  $T_2^0$  e  $\phi$  são respectivamente as temperaturas extrapoladas até a superfície teórica de contato (K) e o fluxo de calor que atravessa a interface ( $W/m^2$ ).

O conhecimento da RTC é uma condição necessária para solução de problemas de condução de calor onde dois ou mais corpos estão acoplados.

Apresenta-se neste artigo uma técnica de medida indireta da RTC que utiliza um sinal térmico periódico e estuda-se a influencia da pressão mecânica sobre a mesma. Descreve-se também o dispositivo experimental e o modelo matemático utilizados.

## 2. DISPOSITIVO EXPERIMENTAL

Afim de medir de forma indireta a RTC utilizando um sinal térmico, foi construído um dispositivo experimental no Centre de Thermique de Lyon, cuja descrição e detalhes são apresentados à seguir. Este dispositivo é mostrado na Figura 1.

A apresentação e o funcionamento do dispositivo experimental é feita considerando o mesmo constituído de quatro sistemas que são: sistema de aplicação da carga mecânica, sistema de aquecimento, sistema de produção do vácuo e o sistema de aquisição. As amostra utilizadas também serão descritas nesta seção.

O sistema de aplicação da carga é constituído por um cilindro pneumático. A força aplicada sobre a amostra por este cilindro é mantida constante por um válvula reguladora de pressão e medida por um captor de força (12) situado entre a extremidade do eixo do cilindro pneumático e o isolante (11).

O sistema de aquecimento é constituído do aquecedor (10) e de uma fonte de alimentação estabilizada (4). O aquecedor é feito de um disco de níquel de 42 mm de diâmetro e 4 mm de espessura. Dentro deste disco de níquel foi feita uma cavidade de 3.2 mm de profundidade, onde foi colocada uma resistência elétrica feita com fio "thermocoax" e bobinada em dupla espiral, afim de eliminar os efeitos de correntes parasitas provocadas pelo fenômeno de indução elétrica. A resistência foi soldada no interior da cavidade do disco e os espaços livres foram preenchidos com uma liga de cobre. O conjunto foi então usinado afim de se ter uma superfície plana e garantir um bom contato entre o aquecedor e a amostra. Para evitar as perdas pela parte superior do aquecedor, um isolante (11) feito de Vespel ( $\lambda=0.47$  W/mK) é colocado entre o aquecedor e o captor de força.

Para produzir uma potência periódica com uma determinada frequência, utiliza-se uma fonte de alimentação estabilizada (4) controlada por um programa de computador (2) feito em Viewdac. Com este programa, comanda-se um sinal periódico para alimentação, a qual fornece a tensão retificada de V (volts), para o aquecedor dada por:

$$V = V_m |\cos(\omega_c t)| \quad (2)$$

onde  $V_m$  é a amplitude de tensão (volts),  $\omega_e$  é a frequência elétrica (rad/s) e  $t$  é o tempo (s). Esta tensão gera uma potência elétrica periódica,  $P_e$  (W), produzida no aquecedor dada por:

$$P_e = P_m [1 + \cos(\omega t)] \quad (3)$$

onde  $P_m$  é a potência média (W) e  $\omega$  é a frequência térmica (rad/s), que é o dobro da frequência elétrica.

O sistema de refrigeração é constituído de um cryothermostato (banho regulador de temperatura) (1) que mantém a temperatura do fluido de refrigeração (água) aproximadamente constante, com uma variação de mais ou menos 0.1 °C. Este fluido absorve o calor que atravessa a amostra em teste.

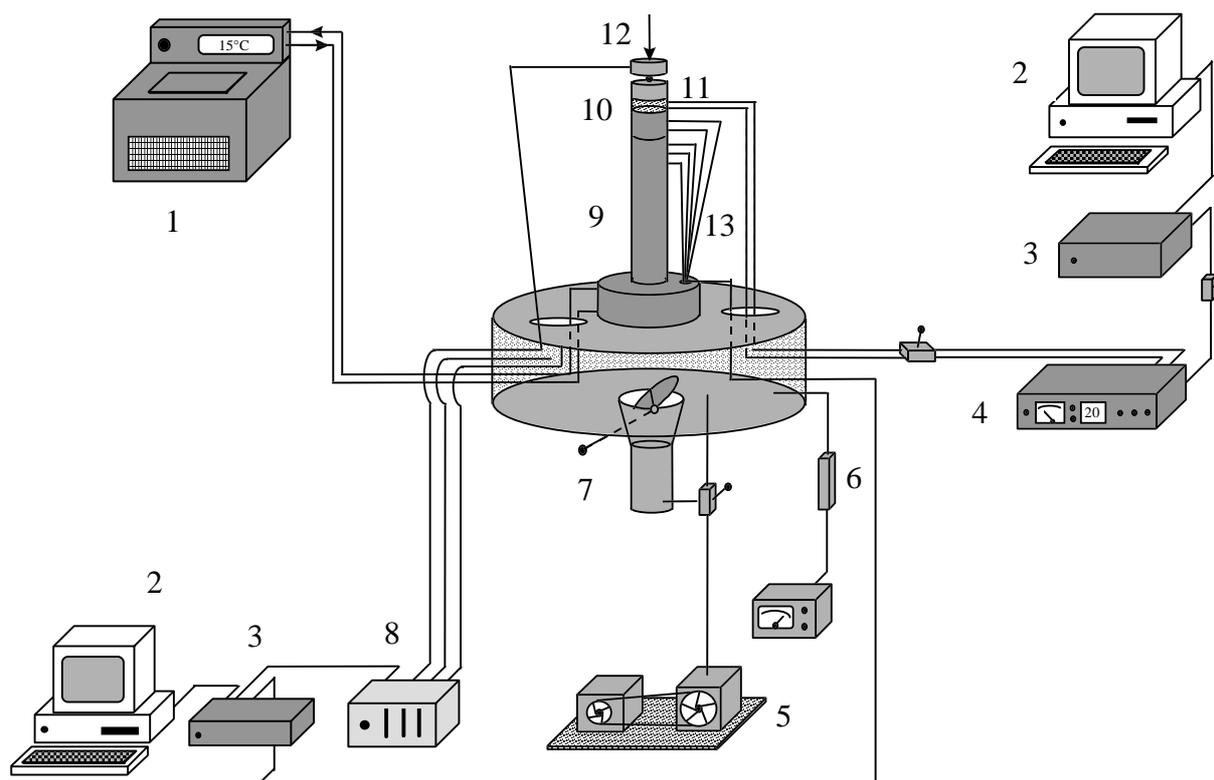


Figura 1. Dispositivo experimental

O sistema de vácuo é constituído de uma bomba de palhetas (5) que produz o vácuo dentro de um grande cilindro de vidro, onde é colocada a amostra para o ensaio. Este vácuo, da ordem de 2 Pa, é medido com um manômetro de vácuo tipo Pirani (6).

O sistema de aquisição é constituído de duas unidades Keithley K500/575 (3). Uma das unidades é utilizada para geração da potência periódica enquanto a outra é utilizada para aquisição das tensões registradas pelos termopares. A resolução máxima teórica da carta de aquisição de temperaturas é de 1.5  $\mu$ V (0.04°C) para termopares do tipo K.

A amostra testada é constituída de dois cilindros (9 e 10) de cobre comercial com 42 mm de diâmetro e 10 e 90 mm de altura respectivamente. Como o cobre é um ótimo condutor de calor pode-se trabalhar com frequências elevadas, pois, o amortecimento das variações de temperatura ao longo da amostra é pequeno e conseqüentemente se tem um sinal mensurável nas diversas posições onde os termopares são instalados.

As evoluções de temperatura na amostra são registradas por sete termopares tipo K (cromel-alumel) (13) de 80  $\mu$ m de diâmetro que são soldados sobre a mesma por descarga

capacitiva: dois no cilindro superior e cinco no inferior. Cada um dos fios do termopar é soldado de maneira independente sobre o cilindro. Como as duas junções estão a mesma temperatura, o material intermediário não modifica a temperatura medida (Fig. 2).

Para faixa de temperatura utilizada nos ensaios (inferior à 60°C), a relação entre a mesma em °C e a tensão em  $\mu\text{V}$  do termopar tipo K é linear. Desta forma pode-se utilizar no modelo diretamente as tensões em  $\mu\text{V}$  no lugar das temperaturas em °C.

Este dispositivo experimental permitirá obter as razões de amplitudes e as defasagens necessárias ao modelo apresentado à seguir.

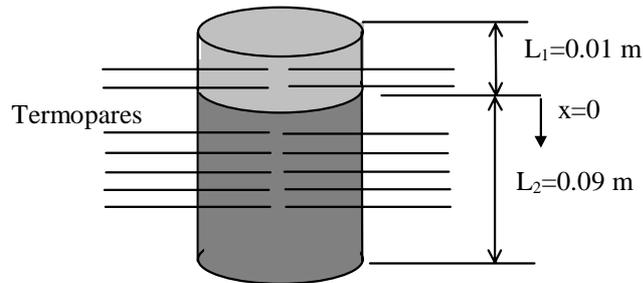


Figura 2

### 3. MODELO

O objetivo deste artigo é determinar a RTC utilizando um sinal periódico com diferentes frequências e verificar o efeito da pressão mecânica de contato sobre a mesma. A determinação desta RTC é realizada de forma indireta a partir de um modelo matemático que utiliza ora a razão de amplitudes, ora as defasagens com relação a um ponto tomado como referência. Os testes são realizados no vácuo, o que significa que o coeficiente de transferência de calor por convecção é próximo de zero. Desta forma, o número de Biot para nas condições experimentais é muito inferior a 0.1, e pode-se supor que a temperatura em cada seção transversal da amostra é uniforme e o processo de condução de calor unidimensional.

Considerando as propriedades térmicas constantes, tem-se que a equação que rege o fenômeno de condução é:

$$\frac{\partial^2 T_i}{\partial x^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T_i}{\partial t}, \quad i = 1, 2, \quad -L_1 \leq x \leq L_2, \quad t > 0 \quad (4)$$

onde  $T_i$  é a temperatura (K) no cilindro  $i$ ;  $x$  é a coordenada espacial (m),  $a$  é a difusividade térmica ( $110 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  para o cobre utilizado) e  $t$  é o tempo (s).

A condição inicial é:

$$T_i(x, 0) = T_\infty \quad -L_1 \leq x \leq L_2 \quad (5)$$

onde  $T_\infty$  é a temperatura da fonte fria (K).

Sobre a parte superior da amostra, impomos um fluxo de calor periódico com uma dada frequência. Este fluxo periódico é idêntico à potência dissipada pelo aquecedor. Desta forma, temos como condição de fronteira em  $x = -L_1$  (ver Fig. 1):

$$\lambda \frac{\partial T_1(-L_1, t)}{\partial x} = \varphi_0 + \varphi_0 \cos(\omega t) \quad (6)$$

onde  $\lambda$  é a condutividade térmica (375 W/mK para o cobre),  $\varphi_0$  é o fluxo de calor (W/m<sup>2</sup>) e  $\omega=2\pi f$  (f é a frequência do sinal do térmico em Hz).

Na interface entre os dois tem-se as seguintes relações:

$$T_1(0, t) - T_2(0, t) = -R\lambda \frac{\partial T_1(0, t)}{\partial x} \quad (7)$$

$$\frac{\partial T_1(0, t)}{\partial x} = \frac{\partial T_2(0, t)}{\partial x} \quad (8)$$

onde R é a resistência térmica de contato (Km<sup>2</sup>/W).

Na extremidade inferior da amostra, tem-se uma troca de calor com um fluido refrigerante cuja temperatura é constante. Assumiremos, então, que a condição de fronteira em  $x=L_2$  é uma condição de temperatura imposta, ou seja:

$$T_2(L_2, t) = T_\infty \quad (9)$$

O modelo térmico é então dado pelas Eqs. (4), (5), (6), (7), (8) e (9). Fazendo  $\theta_i(x, t) = T_i(x, t) - T_\infty$ , temos:

$$\frac{\partial^2 \theta_i}{\partial x^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial \theta_i}{\partial t}, \quad i = 1, 2 \quad (10)$$

$$\theta_i(x, 0) = 0 \quad (11)$$

$$\theta_2(x, 0) = 0 \quad (12)$$

$$-\lambda \frac{\partial \theta_1(-L_1, t)}{\partial x} = \varphi_0 + \varphi_0 \cos(\omega t) \quad (13)$$

$$\theta_1(0, t) - \theta_2(0, t) = -R\lambda \frac{\partial \theta_1(0, t)}{\partial x} \quad (14)$$

$$\frac{\partial \theta_1(0, t)}{\partial x} = \frac{\partial \theta_2(0, t)}{\partial x} \quad (15)$$

$$\theta_2(L_2, t) = 0 \quad (16)$$

O campo de temperatura solução deste modelo é a soma de três campos térmicos: um permanente ( $T_p$ ), um transitório ( $T_t$ ) e um senoidal ( $T_s$ ) (sem a componente contínua). Quando o tempo aumenta, a perturbação transiente ligada a condição inicial tende a zero (Carslaw & Jaeger, 1959) e o campo de temperatura é a soma de dois campos térmicos: um permanente e outro senoidal. A soma destes dois campos constitui o regime periódico estabelecido. A solução deste problema é apresentada em Filho (1998).

A solução que interessa é apenas a componente senoidal. Chamando de  $x_r$  a posição do ponto adotado como referência (no cilindro superior) e de  $x$  uma posição qualquer (no cilindro inferior), obtêm-se a seguinte relação para a temperatura senoidal nesses pontos:

$$\frac{T_{s_2}(x, t)}{T_{sr}(x_r, t)} = \frac{-\{2\sinh[M(x - L_2)]\}}{\{2MR\lambda \cosh(ML_2) \cdot \cosh(Mx_r) - 2\sinh[M(x_r - L_2)]\}} \quad (17)$$

onde

$$M = \sqrt{\frac{\omega}{2a}}(1 + j) = m(1 + j) \quad (18)$$

Onde  $m = \sqrt{\frac{\omega}{2a}}$ ,  $j = \sqrt{-1}$ .  $M$  é portanto um numero complexo.

A razão de temperaturas, Eq. (17), tem uma amplitude,  $A$  (adimensional), e uma defasagem,  $\Psi$  (graus), dada por:

$$A(x, x_r) = \left[ \frac{(f_{2R}(x))^2 + (f_{2I}(x))^2}{(f_R(x_r))^2 + (f_I(x_r))^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (19)$$

$$\Psi(x, x_r) = \arctg\left[\frac{f_I(x_r)}{f_R(x_r)}\right] - \arctg\left[\frac{f_{2I}(x)}{f_{2R}(x)}\right] \quad (20)$$

onde

$$f_R(x_r) = 2mR\lambda \{ \cos[m(L_2 + x_r)] \cosh[m(L_2 + x_r)] - \sin[m(L_2 + x_r)] \sinh[m(L_2 + x_r)] + \cos[m(L_2 - x_r)] \cosh[m(L_2 - x_r)] - \sin[m(L_2 - x_r)] \sinh[m(L_2 - x_r)] \} - 4 \cos[m(x_r - L_2)] \sinh[m(x_r - L_2)] \quad (21)$$

$$f_I(x_r) = 2mR\lambda \{ \sin[m(L_2 + x_r)] \sinh[m(L_2 + x_r)] + \cos[m(L_2 + x_r)] \cosh[m(L_2 + x_r)] + \sin[m(L_2 - x_r)] \sinh[m(L_2 - x_r)] + \cos[m(L_2 - x_r)] \cosh[m(L_2 - x_r)] \} - 4 \sin[m(x_r - L_2)] \cosh[m(x_r - L_2)] \quad (22)$$

$$f_R(x) = -4 \cos[m(x - L_2)] \sinh[m(x - L_2)] \quad (23)$$

$$f_I(x) = -4 \sin[m(x - L_2)] \cosh[m(x - L_2)] \quad (24)$$

A partir da expressão da razão da amplitude, eq. (19), obtém-se uma equação do segundo grau em  $R$  ( $CR^2 + DR + E = 0$ ), enquanto da expressão da defasagem, obtém-se uma equação do primeiro grau em  $R$  ( $FR + G = 0$ ). A RTC é determinada utilizando-se uma média aritmética das resistências obtidas para cada um dos cinco termopares instalados no cilindro inferior (como referência, adota-se o termopar instalado no cilindro superior).

#### 4. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

À partir das medidas das variações periódicas de temperaturas realizadas pelos termopares, vamos identificar o valor médio, a amplitude e a fase minimizando a função:

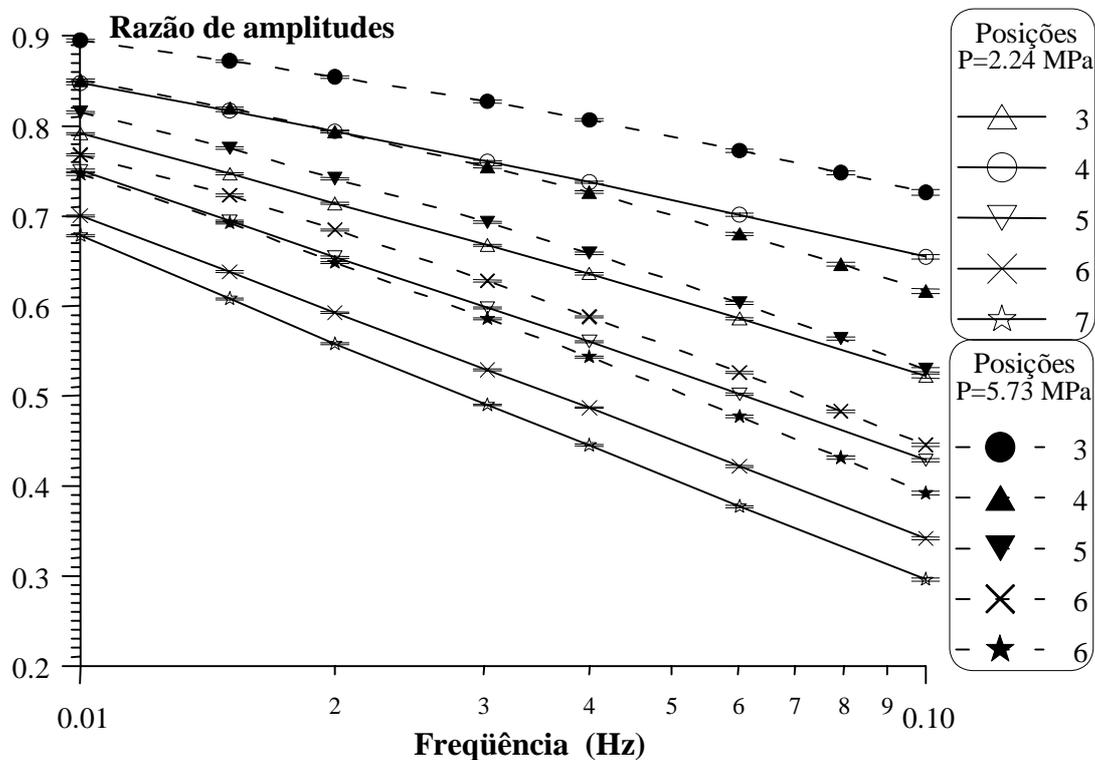
$$S(VM, A_T, \Psi_T) = \sum_{i=1}^{4000} (T_{exp} - T_{mod})^2 \quad (25)$$

onde  $VM$ ,  $A_T$ ,  $\psi_T$  são respectivamente o valor médio, a amplitude e a defasagem de temperatura e,  $T_{exp}$  e  $T_{mod}$  ( $T_{mod} = VM + A_T \cos(\omega t - \Psi_T)$ ) são respectivamente as temperaturas fornecidas pelos dados experimentais e pelo modelo. A identificação é realizada utilizando-se 20 períodos com 200 pontos de medida (4000 pontos no total) e utilizando-se um programa desenvolvido por Press e al. (1992), que usa o método de Levenberg-Marquard.

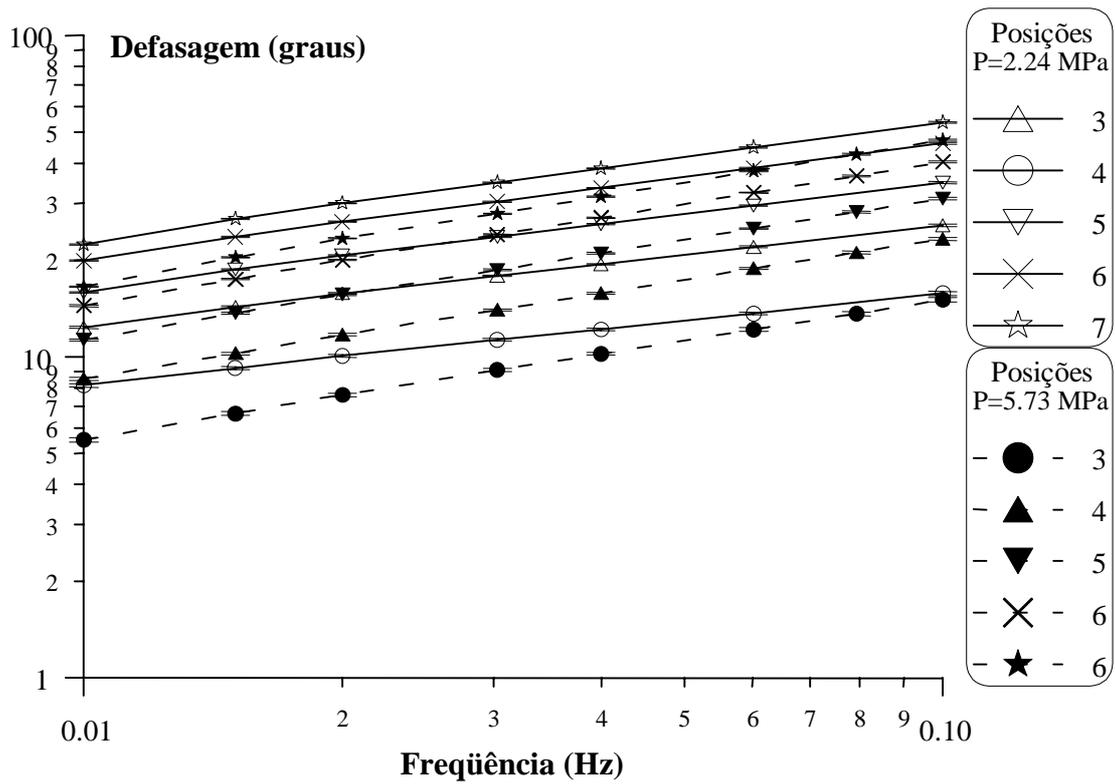
## 6. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

A amostra testada, que é constituída de dois cilindros de cobre, teve suas superfícies de contatos preparadas no torno e apresentaram rugosidades de  $0.397 \mu\text{m}$  e  $0.999 \mu\text{m}$  respectivamente. Os ensaios foram feitos num vácuo de 2 Pa, onde primeiro se utilizou uma pressão mecânica de contato 2.24 MPa e em seguida uma pressão mecânica de 5.73 MPa. Em cada ensaio foi usada uma frequência de excitação térmica diferente. As frequências utilizadas foram: 0.010 Hz, 0.015 Hz, 0.020 Hz, 0.0303 Hz, 0.040 Hz, 0.602 Hz, 0.079 Hz, 0.100 Hz. Os resultados das razões de amplitudes e defasagens são mostradas nas Figuras 3 e 4 para os ensaios realizados. Pode-se constatar, para uma dada pressão mecânica, que a medida que a frequência aumenta a razão de amplitudes diminui, enquanto que a defasagem aumenta. Nas mesmas Figuras 3 e 4, pode-se verificar que quanto maior for a carga mecânica, para uma dada frequência, maior será a razão de amplitudes e menor será a defasagem. Isto é esperado fisicamente, pois a resistência de contato diminui quando aumentamos a pressão mecânica.

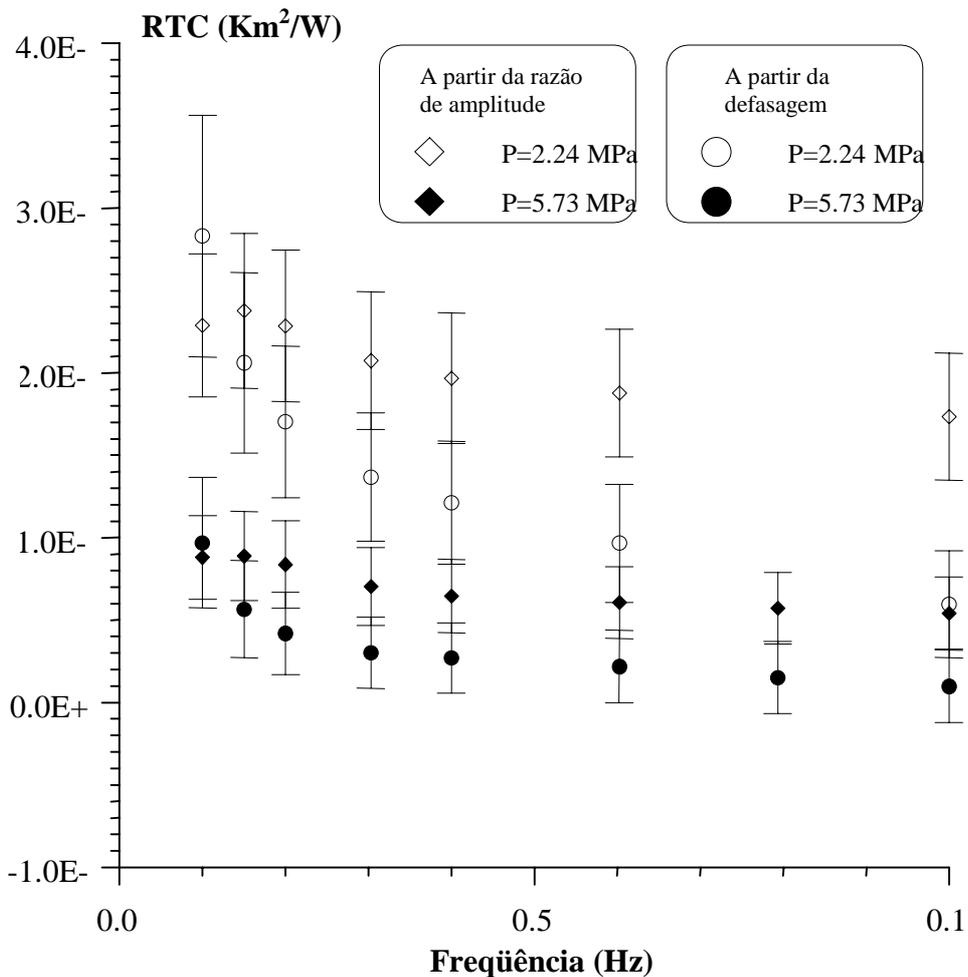
Os valores das resistências determinados através das expressões de R a partir da razão de amplitudes e da defasagem são mostrados na Figura 5. Pode-se constatar que quando a pressão mecânica aumenta, a resistência de contato diminui. Este fenômeno é atribuído a um aumento da área real de contato, que para o caso de deformações plásticas das asperezas, é proporcional a razão entre a pressão mecânica e a microdureza do material.



**Figura 3.** Razão de amplitudes de temperatura (referência: primeiro termopar).



**Figure 4.** Defasagem de temperatura (referência: primeiro termopar).



**Figure 5.** Resistência de contato obtida a partir da razão de amplitudes e defasagem

A Figura 5 mostra também que a RTC varia para uma dada pressão mecânica em função da frequência. Estas variações, que são mais importantes em frequências mais baixas podem ter suas causas nas características construtivas do aquecedor, nos erros nas propriedades térmicas utilizadas ou ainda nos microdeslocamentos provocados pelo sinal periódico que modificariam os picos de rugosidade em contato real melhorando o contato e diminuindo a RTC.

## 8. CONCLUSÃO

A técnica de medida da RTC utilizando um sinal periódico é muito simples e fornece uma boa idéia de sua ordem de grandeza. A utilização da mesma técnica permite obter algumas propriedades térmicas como a difusividade (usando a componente senoidal do sinal) e a condutividade térmica (usando a componente continua). Entretanto, a medida que trabalha-se com materiais menos condutores, precisa-se utilizar frequências mais baixas, que tem o inconveniente na demora de obtenção dos resultados, pois para que o regime se torne estabelecido, precisa-se de um tempo longo.

### *Agradecimentos*

Meus agradecimentos vão para o CNPq e o Departamento de Engenharia Mecânica do Centro de Ciências e Tecnologia da UFPb pelo apoio durante os meus estudos de doutorado onde tive a oportunidade de realizar este trabalho.

### REFERÊNCIAS

- Bardon, J. P. Introduction à l'étude des résistances thermiques de contact. *Rév. Gén. Therm.*, 1972, N° 125, p. 429-445.
- Carslaw, W. S. and Jaeger, J. C. *Conduction of Heat in Solids*. 2nd Edition. Oxford: Clarendon Press, 1959. 509 p.
- Filho, C. R. B. Etude des resistances thermiques de contact en regimes periodique. Thèse de Doctorat : Institut National des Sciences Appliqués de Lyon, 1998, 214 p.
- Press, H. N., Teukolsky, S.A., Vetterling, W. T. and Flannery, B. P. *Numerical Recipes in Fortran*. Second Edition. Cambridge: Cambridge University Press, 1992, 934 p.