

# CONVECÇÃO NATURAL TRANSIENTE EM CAVIDADES TRIANGULARES ISÓSCELES COM UM FLUXO DE CALOR CONSTANTE.

**Maurício Araujo Zanardi**

**Felipe Rinaldo Queiroz Aquino**

UNESP- Universidade Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho”, Departamento de Energia, 12516-410, Guaratinguetá, SP, Brasil, E-mail: mzanardi@feg.unesp.br

## Resumo

É estudada a convecção natural do ar em regime transiente e permanente em cavidades triangulares isósceles com um fluxo de calor constante em uma de suas faces. Alguns casos de condições de contorno térmicas foram simuladas para várias inclinações das faces e vários números de Grashof. As equações bidimensionais de conservação de massa, momento e energia, com a aproximação de Boussinesq são resolvidas usando um método de diferença finita. O procedimento numérico adaptado é baseado no algoritmo SIMPLE. As isotérmicas são apresentadas para algumas simulações estudadas e o número de Nusselt normalizado é apresentado em função do número de Grashof e da razão entre a altura e a base ( $A=H/L$ ) da cavidade.

**Palavras-chave:** convecção natural transiente, cavidade triangular.

## 1. INTRODUÇÃO

A convecção natural em cavidades é muito importante nas aplicações da engenharia, por exemplo, no estudo térmico em circuitos eletrônicos, sótãos, painéis solares, etc.. Muitos estudos de convecção natural em cavidades foram realizados para formas geométricas retangulares, trapezoidais, cilíndricas, circulares e triangulares.

Gershuni et al. (1974) realizaram a primeira simulação numérica em uma cavidade de forma triangular. Akinset & Coleman (1979/82) estudaram uma cavidade prismática com a seção em forma de um triângulo retângulo com a base resfriada e as paredes inclinadas adiabáticas. Kushwaha (1982) resolveu um caso análogo usando o método de elementos finitos. Poulidakos & Bejan (1983) estudaram a convecção natural transiente em uma cavidade com a seção reta em forma de um triângulo isósceles onde todas as paredes foram consideradas isotérmicas. Flack et al. (1979/80) realizaram um estudo experimental de transferência de calor por convecção natural em uma cavidade triangular considerando diferentes condições de temperatura nas paredes. Campo et al. (1988), usando o método de elementos finitos, estudaram a convecção natural do ar dentro de uma cavidade triangular onde várias combinações de condições de contorno foram utilizadas, para diferentes números de Grashof e várias relações entre a altura e a largura da cavidade. Ghassemi & Roux (1989) estudaram um método numérico baseado na aproximação do volume de controle de Patankar, para resolver o sistema de equações diferenciais deste tipo de cavidade. Karyakin et al. (1988), analisaram a convecção natural laminar transiente em cavidades triangulares para vários casos de condições de contorno térmicas, considerando as paredes adiabáticas ou com temperaturas

constantes. Flack & Brun (1995), estudaram três casos de cavidades triangulares, considerando as paredes laterais e a base isotérmicas.

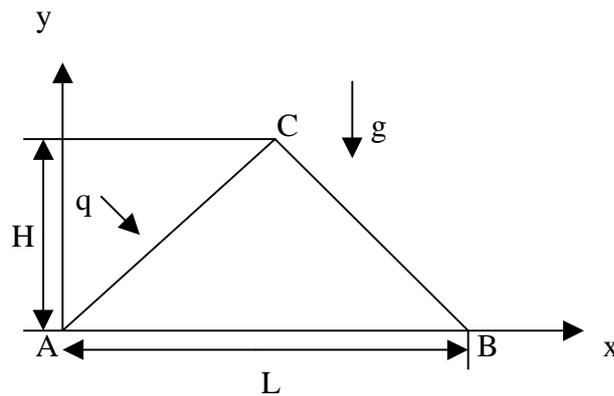
Yedder e Bielen (1997) estudaram a convecção natural laminar em cavidades retangulares com uma parede exterior a temperatura constante e a parede oposta recebendo um fluxo de calor constante. Hasami & Chung (1998) analisaram a convecção natural e radiação em uma cavidade triangular.

Este trabalho utiliza o método de volumes de controle de Patankar para o cálculo do estado estacionário e do estado transiente para a convecção natural do ar em cavidades triangulares isósceles, com um fluxo de calor constante normal imposto em uma face, enquanto a outra é mantida isotérmica (fria) e a base horizontal adiabática.

## 2. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Consideremos uma cavidade prismática longa com a seção reta em forma de um triângulo isósceles (Fig.1). O vetor aceleração angular é perpendicular à base.

As seguintes hipóteses simplificadoras são utilizadas: o escoamento é bidimensional e laminar; os gradientes de temperatura são moderados de tal modo que a aproximação de Boussinesq é válida; são desprezados a dissipação viscosa e o trabalho realizado pelas forças de compressão.



**Figura 1.** Região de convecção triangular com fluxo de calor constante na parede esquerda.

Considerando as condições acima estabelecidas, as equações básicas para o estudo de convecção natural transiente, podem ser escritas, na forma adimensional (karyakin,1988), como se segue:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \text{Pr} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \text{Pr}^2 Gr \theta - \frac{\partial p}{\partial y} + \text{Pr} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \quad (4)$$

nas quais  $Pr$  é o número de Prandtl;  $Gr$  é o número de Grashof.

Para se obter as quantidades adimensionais, as seguintes variáveis foram definidas:

$$x = \frac{x'}{L}; \quad y = \frac{y'}{L}; \quad u = \frac{u'L}{\alpha}; \quad v = \frac{v'L}{\alpha}; \quad p = \frac{p' + \rho_0 g y'}{\rho_0 (\alpha/L)^2}; \quad \theta = \frac{T - T_c}{Lq/k}; \quad t = \frac{\alpha}{L^2} t' \quad (5)$$

onde  $L$  é o comprimento da base da cavidade,  $H$  a sua altura;  $\rho_0$  é a massa específica do fluido;  $\alpha$  é a difusividade térmica ( $m^2/s$ );  $g$  é aceleração da gravidade ( $m/s^2$ );  $T$  é a temperatura dimensional (K);  $q$  é o fluxo de calor ( $watt/m^2$ ). As grandezas com o sobrescrito “linha” são dimensionais.

As equações (1) - (4) estão sujeitas às seguintes condições de contorno

$$\begin{aligned} u = v = 0, \quad \partial \theta / \partial x = -1 & \quad \text{para } 0 \leq x \leq 0.5, \quad y = 2Hx/L \\ u = v = 0, \quad \theta = 0 & \quad \text{para } 0.5 \leq x \leq 1, \quad y = 2H(1-x)/L \\ u = v = 0, \quad \partial \theta / \partial y = 0 & \quad \text{para } 0 \leq x \leq 1, \quad y = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

Quando resolvemos o problema para as variáveis físicas, a pressão é determinada das equações (2) e (3). Consideraremos que  $p = 0$  no ponto para o qual  $x = y = 0$ . Como condição inicial foi assumido que em  $t = 0$  o fluido está em repouso e que a temperatura de toda a região é uniforme :

$$t = 0, \quad u = v = 0, \quad \theta = 0.5 \quad (7)$$

O número de Nusselt local é definido por

$$Nu_{loc} = \frac{hL}{k} = -1/\theta \quad (8)$$

onde  $h$  é o coeficiente de convecção ( $W/m^2.K$ ) e  $k$  é a condutividade térmica ( $W/m.K$ ).

O número de Nusselt médio é obtido por integração do número de Nusselt local ao longo da parede inclinada.

$$\overline{Nu} = \frac{1}{l} \int_0^l Nu_{loc} dl \quad (9)$$

onde  $l$  é o comprimento da parede aquecida.

Finalmente, o número de Nusselt normalizado é calculado como

$$Nu = \frac{\overline{Nu} \Big|_{Ra}}{Nu \Big|_{Ra=0}} \quad (10)$$

sendo  $\overline{Nu} \Big|_{Ra=0}$  para a condução pura considerando-se as mesmas condições e número de Rayleigh  $Ra = 0$ .

### 3. METODO DE SOLUÇÃO

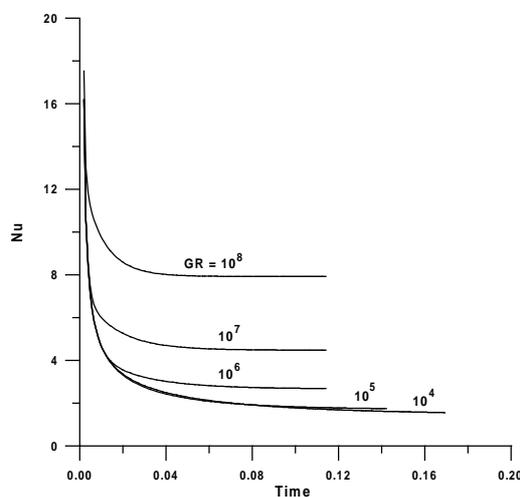
O método numérico utilizado para resolver as equações diferenciais (1) a (4) foi o método de volumes finitos associado ao esquema SIMPLE de Patankar (1980) sendo a discretização realizada através da utilização do esquema “Power Law”. Para cada passo no tempo, as equações de conservação da massa, quantidade de movimento e energia foram resolvidas utilizando-se como critério de parada que máximo valor para o resíduo médio das equações fosse menor que  $10^{-5}$ . Uma malha uniforme em ambas as direções foi escolhida. A influência do tamanho da malha nas soluções foi estudada para vários casos. Os resultados mostraram que a independência da malha foi alcançada para a malha  $99 \times 51$ , apresentando diferenças desprezíveis na transmissão do calor (menor do que 0.15%). Para controlar melhor a convergência, as soluções permanentes foram obtidas das equações transientes. Os incrementos de tempo  $\Delta t$  variaram de  $10^{-3}$  a  $10^{-4}$  para números de Grashof grandes. O coeficiente de sub-relaxação foi mantido igual a 0.7.

### 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os campos de escoamento e de temperatura e as taxas de transferência de calor, foram analisadas para o número de Grashof variando de  $10^3$  a  $10^9$  com o parâmetro geométrico A, variando de 0,2 a 2,5. Usamos  $Pr = 0.72$  (ar) considerado constante.

A Fig.2 mostra a variação com o tempo do número de Nusselt local no ponto central da parede quente AC, para o número de Grashof variando de  $10^4$  a  $10^8$ . O tempo para se chegar ao estado estacionário decresce com o crescimento do número de Grashof.

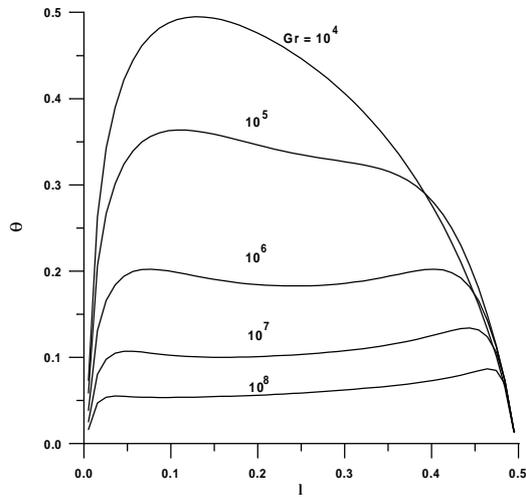
A Fig.3 mostra a influência do número de Grashof na temperatura adimensional ao longo da parede com fluxo de calor constante, para  $A=0,5$ .



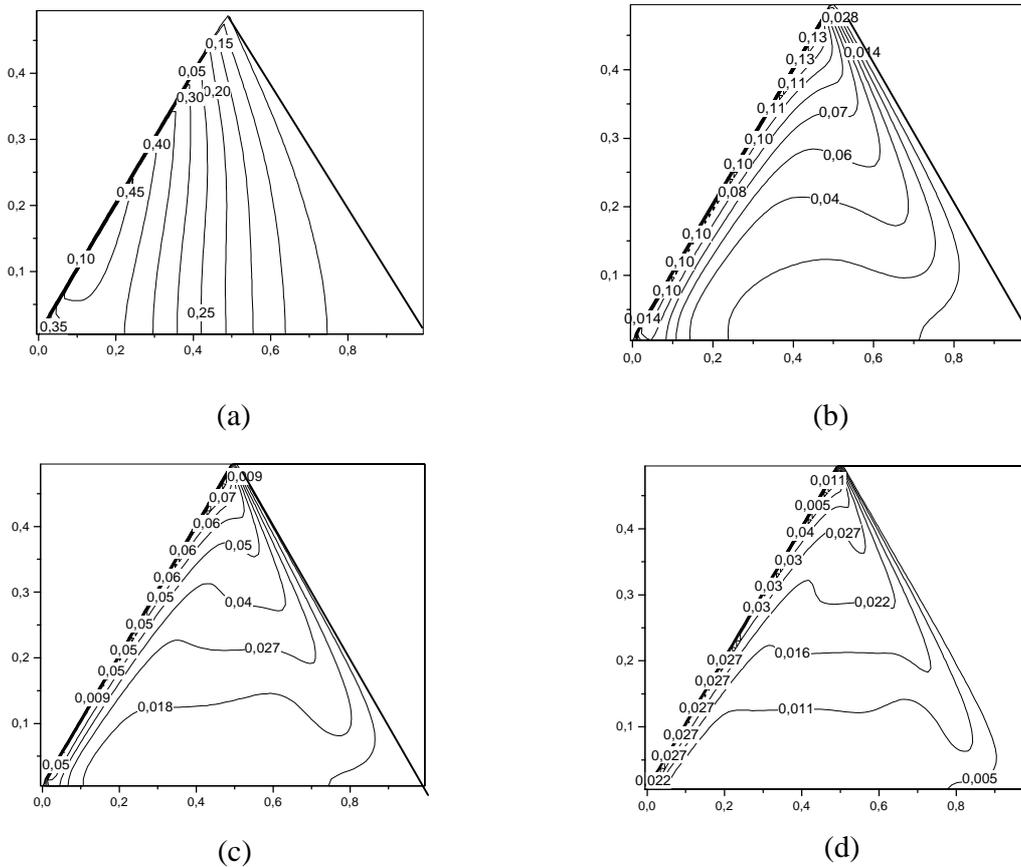
**Figura 2.** Influência do número de Grashof sobre o número de Nusselt local em função do tempo, no ponto central da parede quente AC para  $A=0.5$ .

A influência de Grashof nas isotérmicas pode ser vista na Fig.4. Quando o número de Grashof tem valor próximo de  $10^3$ , o processo que ocorre na cavidade é determinado principalmente pela condução do calor. Na sua parte central as isotérmicas tomam quase todas uma posição vertical (Fig.4a). Com o crescimento do número de Grashof, a intensidade do processo convectivo aumenta. Para Grashof maior que  $10^8$ , a convecção predomina completamente sobre a condução. Junto as superfícies sólidas, aparecem regiões do tipo de

camadas limites dinâmicas e zonas de gradientes do tipo de camadas limites térmicas. Na parte central da cavidade, as isotérmicas assumem a posição horizontal, que corresponde às condições de estratificação do fluido (Fig. 4d).

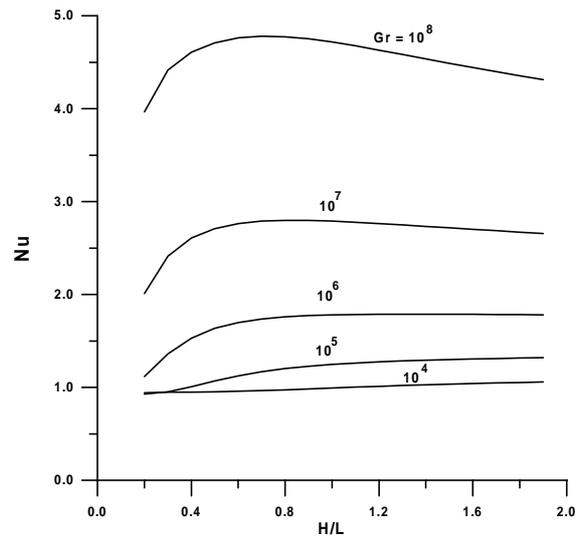


**Figura 3.** Influência do número de Grashof na temperatura adimensional ao longo da parede AC, para  $A=0.5$ .

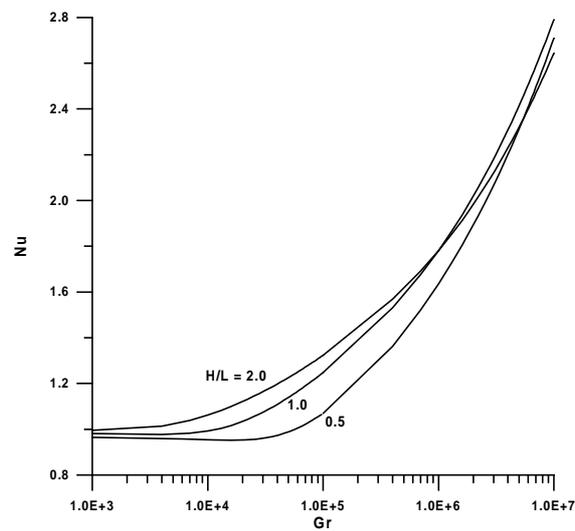


**Figura 4.** Isotérmicas no estado estacionário para  $A=0.5$ : (a)  $Gr=10^3$ ; (b)  $Gr=10^5$ ; (c)  $Gr=10^8$ ; (d)  $Gr=10^9$ .

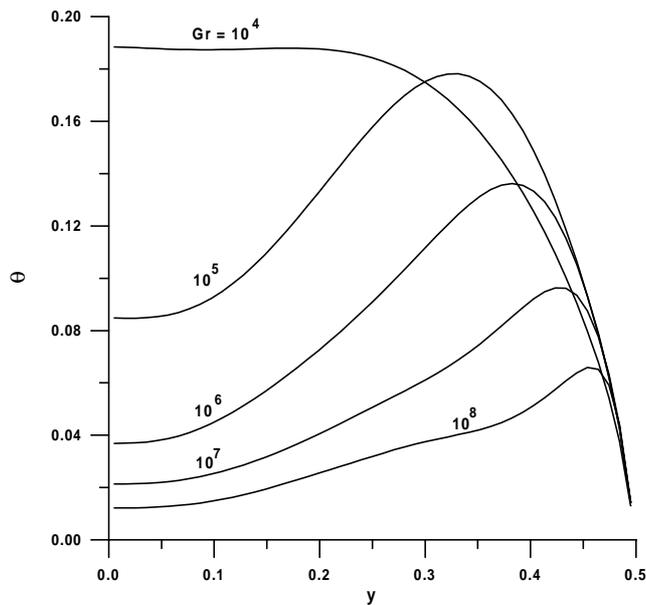
A Fig.5 mostra a dependência do número de Nusselt normalizado na parede quente, em relação ao parâmetro A, para vários valores de Gr. Nota-se que o número de Nusselt cresce com o crescimento do número de Grashof. A Fig.6 mostra a influência do parâmetro A (inclinação das faces da cavidade) no número de Nusselt médio e normalizado da parede AC, como uma função de Grashof. Nu cresce rapidamente com o crescimento de Gr a partir de  $10^4$ . A Fig. 7 mostra a influência do número de Grashof na temperatura ao longo da linha central vertical da cavidade ( $x=0.5$ ).



**Figura.5.** Influência de Gr sobre o número de Nusselt em função do parâmetro  $A=H/L$ .



**Figura 6.** Influência do parâmetro A no número de Nusselt médio normalizado da parede AC, em função de Gr.



**Figura 7.** Influência do número de Grashof na temperatura ao longo da linha vertical central ( $x=0.5$ ), para  $A=0.5$ .

## 6. CONCLUSÃO

Neste trabalho foi estudada a convecção natural em uma cavidade triangular isósceles recebendo um fluxo de calor constante numa parede inclinada. As equações em duas dimensões de conservação de massa, momento e energia, considerando a aproximação de Boussinesq, foram resolvidas usando-se o método do volume de controle de Patankar, afim de se resolver as equações transientes nas variáveis velocidade, pressão e temperatura. Os parâmetros governantes foram:  $10^3 \leq Gr \leq 10^9$ ;  $0.20 \leq A \leq 2.0$ ;  $Pr=0.72$ .

A dependência dos parâmetros que governam a transferência de calor como função do número de Grashof e da razão de aspecto  $A$  da cavidade foi mostrada. Com o aumento do número de Grashof é facilmente verificado, através da observação das isotermas, a passagem de um regime dominado pela condução para regime onde se forma a estratificação do fluido na cavidade

## 7. AGRADECIMENTOS

O autor deseja agradecer ao Conselho Nacional de Pesquisa, CNPq, pelo apoio financeiro recebido através de Bolsa de Pesquisa, processo n° 300229/98.

## 8. REFERÊNCIAS

- Akinsete, V.A. and Coleman, T.A., 1979, "Heat Transfer by steady laminar free convection within triangular enclosures", In Numerical Methods in Thermal Problems, pp. 259-268..
- Akinsete, V.A. and Coleman, T.A., 1982, "Heat Transfer buy steady laminar free convection in triangular enclosures", Int. J. Heat Mass Transfer **25**, pp.991-998.
- Campo, E.M.; Sem, M. and Ramos, E., 1988, "Analysis of natural convection in a triangular enclosure", Numerical Heat Transfer, vol. 13, pp. 353-372.

- Flack, R.D.; Konopnicki, T.T. and Rooke, J.H., 1979, "The measurement of natural convective heat transfer in triangular enclosures". Trans. Am. Soc. Mech. Engrs. Series C, J. Heat Transfer **101**, pp. 648-654.
- Flack, R.D., 1980, "The experimental measurements of natural convection heat transfer in triangular enclosures heated or cooled from below". Trans. Am. Soc. Mech. Engrs. Series C, J. Heat Transfer **102**, pp. 770-772.
- Flack, R. D., and Brun, K., 1995, "Measurement and prediction of natural convection velocities in triangular enclosures". Int. Heat and Fluid Flow 16: pp.106-113.
- Gershuni, G.Z.; Zhukhovitskiy, E.M. and Shvartzblat, D.L., 1974, "Overcritical convective motions in asymmetric region", In Hydrodynamics, No. 7, pp. 89-95.
- Ghassemi, M. and Roux, J.A., 1989, "Numerical investigation of natural convection temperature within a triangular shaped enclosure". American Society of Mechanical Engineers, Heat Transfer Division, (Publication) HTD v.107, pp. 169-175.
- Hasani, S.M.F. and Chung, B.T.F., 1998, "Combined natural convection and radiation in a triangular enclosure". American Society of Mechanical Engineers, Heat Transfer Division, (Publication ) HTD, v.357-1 pp. 63-72.
- Kushawaha, H.S., 1982, "Finite element computation of natural convection in enclosures", Bhabha Atomic Research Centre. BARC-1148.
- Karyakin, Y.E. and Sokovishin, Y.A., 1985, "Unsteady-state natural convection in a triangular enclosure with isothermal walls" .Izv. AN SSSR, Ser. Fiz. Energ. Nauk No. 4, 104-110.
- Karyakin, Y.E. and Sokovishin, Y.A., 1985, "Unsteady-state natural convection in an enclosure of triangular cross-section". Izv. AN SSSR, Mekh. Zhidk, Gaza No. 5, pp.169-173 .
- Karyakin, Y.E.; Maritynenko, O.Z. and Sokovishin, Y.A., 1985, "Numerical simulation of unsteady-state natural convection in triangular enclosures". Heat Transfer - Sov. Res.17(3), pp.1-33.
- Karyakin, Y.E. and Sokovishin, Y.A., 1988, "Transient natural convection in triangular enclosures". Int. Journal Heat Transfer. Vol. 31, N0.9, pp. 1759-1766.
- Patankar, S. (1980), "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere, N. York.
- Poulidakos, D. and Bejan, A., 1983, "The Fluid dynamics of an attic space", J. Fluid Mech. **131**, pp. 251-269.
- Poulidakos, D. and Bejan, A., 1983, "Natural convection experiments in a triangular enclosure". Trans. Am. Soc. Mech. Engrs. Series C, J. Heat Transfer **105**, pp. 652-655.
- Yedder, R.B. and Bilgen, E., 1997, "Laminar natural convection in inclined bounded by a solid wall", Heat and Mass Transfer, **32** , pp. 455-462.