

ANÁLISE DAS TENSÕES TÉRMICAS EM MATERIAIS CERÂMICOS

Diniz, L.S.

Santos, C.A.C.

Lima, J.A.

Universidade Federal da Paraíba

Laboratório de Energia Solar – LES/DTM/CT/UFPB

58059-900 - João Pessoa - PB, Brasil

e-mail: cabral@les.ufpb.br

Resumo

As fraturas dos materiais cerâmicos estão diretamente relacionadas às tensões geradas durante os choques térmicos, principalmente pela baixa condutividade térmica dos mesmos. Métodos numéricos e experimentais têm sido propostos para a determinação destas tensões, muitos dos quais não têm considerado a dependência térmica das propriedades do material. O presente trabalho utiliza o método analítico da transformada integral generalizada (GITT) para obtenção do campo de temperatura na amostra e avaliação das tensões térmicas máximas, em função do número de Fourier.

Palavras-chave: Tensões térmicas, Propriedades variáveis, Condução de calor, GITT

1. INTRODUÇÃO

A análise de resistência ao choque térmico de materiais quebradiços, tal como a cerâmica, tem sido por muito tempo realizada apenas através de observações de caráter qualitativo. Recentemente os interesses têm direcionado as avaliações com base quantitativa. Esta mudança de enfoque para a base quantitativa tem sido indicada por análises e experimentos ao demonstrarem que determinados materiais podem apresentar indicativos de melhor qualidade que outros em um tipo de teste e produzir resultados contrários em outros. As razões para este comportamento estão relacionadas a complexidade para com o conhecimento do campo térmico e dos parâmetros envolvendo propriedades térmicas dependentes da temperatura.

As tensões térmicas geradas durante os testes dos choque térmicos estão diretamente relacionadas com as fraturas das cerâmicas; por isso muitos estudos têm sido desenvolvidos para a determinação destas tensões. Entre estes estudos podemos citar os métodos do resfriamento e do aquecimento rápido. No resfriamento rápido, a amostra é imersa em água e a resistência residual é medida para se obter a diferença de temperatura crítica, ΔT_c . No aquecimento rápido, o corpo é submetido a aquecimento produzido por radiação infravermelha, e estima-se o decréscimo de sua resistência. Porém, alguns problemas com estes métodos têm sido apontados, uma vez que a dificuldade de monitorar precisamente as condições de transferência de calor faz com que uma pequena variação no procedimento do

teste cause uma larga variação nos resultados obtidos. Além disto, nestes métodos não se leva em consideração que as propriedades térmicas das cerâmicas (condutividade, difusividade e calor específico), variam significativamente com a temperatura e para cada tipo diferente de cerâmica.

A não consideração da dependência das propriedades térmicas do material afeta consideravelmente a determinação das tensões térmicas. Em trabalhos anteriores, Nishikawa *et al.* (1995) consideraram que a condutividade e a difusividade térmicas variavam com a temperatura e resolveram numericamente pelo método implícito das diferenças finitas. Recentemente, Diniz *et al.* (1999) fizeram a mesma consideração para as propriedades do material e determinaram o campo de temperatura e as tensões térmicas através do uso da Técnica da Transformada Generalizada.

O presente trabalho que visa a determinação da distribuição do campo de temperatura em uma placa infinita de espessura L , no resfriamento e no aquecimento rápido, levando em consideração a variação das propriedades do material com a temperatura na superfície e no interior do corpo e condição inicial, também determina as tensões relacionadas aos choques térmicos. Para a determinação do campo térmico é utilizado a metodologia própria da Técnica da Transformada Integral Generalizada (GITT), onde o problema é formulado com uma nova definição para o potencial adimensional de temperatura diferente da apresentada por Nishikawa *et al.* (1994). O sistema de equações diferenciais ordinárias da temperatura transformada foi resolvido pela subrotina DIVPAG do IMSL (1989), com controle automático de erro. Os resultados são apresentados em forma de gráficos e tabelas onde se discute a convergência da solução e os efeitos da influência dos parâmetros de interesses práticos na engenharia dos materiais como os números de Fourier e de Biot.

2. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA

A determinação da distribuição de temperaturas considerando a condução de calor unidimensional para uma placa infinita, no aquecimento e resfriamento rápido em ambas as superfícies, e ainda levando-se em consideração a variação das propriedades do material com a temperatura na superfície e no interior do corpo, condições de contorno e inicial, são escritas como mostrado abaixo.

$$\rho C_P \frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[K(T) \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \right], \quad 0 < x < L, \quad t > 0 \quad (1.a)$$

$$\frac{\partial T(x, t)}{\partial x} = 0, \quad x = 0 \quad (1.b)$$

$$-K(T) \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} = h(T(x, t) - T_f), \quad x = L \quad (1.c)$$

$$T(x, t) = T_i, \quad x = 0 \leq x \leq L, \quad t = 0 \quad (1.d)$$

Utilizando os grupos adimensionais abaixo, o problema definido pelas equações (1.a-d) será adimensionalizado.

$$\begin{aligned}
X &= \frac{x}{L} & \tau &= \frac{\alpha_0 t}{L^2} & \alpha^* &= \frac{\alpha(T)}{\alpha_0} \\
K^* &= \frac{K(T)}{K_0} & \Theta^*(X, \tau) &= \frac{T(x, t) - T_f}{T_i - T_f} & Bi &= \frac{hL}{K_0}
\end{aligned} \tag{2}$$

Equações adimensionalizadas:
Equação principal:

$$\frac{\partial \Theta^*(X, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial X} \left[\alpha^* \frac{\partial \Theta^*(X, \tau)}{\partial X} \right], \quad 0 < X < 1, \quad \tau > 0 \tag{3.a}$$

Condições de contorno:

$$\frac{\partial \Theta^*(X, \tau)}{\partial X} = 0, \quad X = 0 \tag{3.b}$$

$$K^* \frac{\partial \Theta^*(X, \tau)}{\partial X} + Bi \Theta^*(X, \tau) = 0, \quad X = 1 \tag{3.c}$$

Condição inicial:

$$\Theta^*(X, \tau) = 1, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad \tau > 0 \tag{3.d}$$

A condutividade e difusividade térmica adimensionais mostradas nas equações acima são expressas em função da temperatura, que segundo T. Nishikawa *et al.* (1995) são dadas por:

$$K^* = 1 + A \Theta^*(X, \tau) \tag{4}$$

$$\alpha^* = 1 + B \Theta^*(X, \tau) \tag{5}$$

Os coeficientes A e B das equações (4 e 5) são os coeficientes de dependência da temperatura, denotados como constantes de temperatura.

Seguindo a metodologia empregada pela Técnica da Transformada Integral Generalizada indicada por Cotta (1993), para se resolver analiticamente este problema de transferência de calor, temos que fazer uso do problema auxiliar de autovalor:

$$\frac{d^2 \Psi_i(\mu_i, X)}{dX^2} + \mu_i^2 \Psi_i(\mu_i, X) = 0, \quad 0 < X < 1, \tag{6.a}$$

$$\frac{d\Psi_i(\mu_i, X)}{dX} = 0, \quad X = 0 \tag{6.b}$$

$$\frac{d\Psi_i(\mu_i, X)}{dX} + Bi \Psi_i(\mu_i, X) = 0, \quad X = 1 \tag{6.c}$$

O problema auxiliar de autovalor acima tem solução clássica, através do método da separação de variáveis do tipo: $\Psi_i(\mu_i, X) = \cos(\mu_i X)$ com os autovalores obtidos a partir da solução da equação transcendental.

$$Bi \cos(\mu_i) - \mu_i \sin(\mu_i) = 0 \quad (6.d)$$

Onde i é a ordem do autovalor e da autofunção.

O par transformada integral definido para este problema é dado por:

$$\bar{f}_i(\tau) = \frac{1}{N_i^{1/2}} \int_0^1 \Psi_i(\mu_i, X) \Theta^*(X, \tau) dX \quad \text{Transformada} \quad (7.a)$$

$$\Theta^*(X, \tau) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\Psi_i(\mu_i, X) \bar{f}_i(\tau)}{N_i^{1/2}} \quad \text{Inversa} \quad (7.b)$$

Utilizando-se os operadores $\frac{1}{N_i^{1/2}} \int_0^1 \Psi_i(\mu_i, X) dX$ no problema principal e

$\frac{1}{N_i^{1/2}} \int_0^1 \Theta^*(X, \tau) dX$ no problema auxiliar, e após as manipulações matemáticas, obtemos a equação diferencial ordinária na forma transformada da distribuição de temperaturas e a transformada da condição inicial, dadas pelas equações abaixo:

$$\frac{d\bar{f}_i(\tau)}{d\tau} = D_i \Theta^*(1, \tau) - \sum_{j=1}^{\infty} A_{ij} \bar{f}_j(\tau) + \sum_{j=1}^{\infty} B_{ij} \bar{f}_j(\tau) \quad (8.a)$$

onde a condição inicial transformada, e os coeficientes da eq. (8.a) são dados por:

$$\bar{f}_i(0) = \frac{Bi \Psi_i(\mu_i, X)}{\mu_i^2 N_i^{1/2}} \quad D_i = \frac{Bi \Psi_i(\mu_i, 1) \alpha^*(1)}{N_i^{1/2} K^*(1)} \quad (8.b-c)$$

$$A_{ij} = \int_0^1 \frac{\Psi_i'(\mu_i, X) \Psi_j'(\mu_j, X)}{(N_i N_j)^{1/2}} dX \quad B_{ij} = \int_0^1 \frac{B \Psi_i'(\mu_i, X) \Psi_j'(\mu_j, X) \Theta(X, \tau)}{(N_i N_j)^{1/2}} dX \quad (8.d-e)$$

onde o número 1 nas equações acima indica que a função é tomada na parede.

O problema acima foi resolvido utilizando um código computacional na linguagem FORTRAN 90, usando a subrotina para problema de valor inicial DIVPAG (IMSL, 1989).

A tensão térmica adimensional, σ^* , para uma placa infinita unidimensional, segundo Timoshenko & Goodier (1970), é dada por:

$$\sigma^*(X) = \Theta^*(\tau)_{\text{med}} - \Theta^*(X, \tau) \quad (9)$$

A temperatura média na placa pode ser calculada a partir da distribuição de temperatura da seguinte forma:

$$\Theta^*(\tau)_{\text{med}} = \int_0^1 \Theta^*(X, \tau) dX \quad (10)$$

A tensão σ^* é adimensionalizada na forma $\sigma_f / [\gamma E \Delta T]$, onde σ_f é a resistência à fratura, γ é o coeficiente de expansão térmica, E é o módulo de Young's e ΔT é a diferença de temperatura no teste do choque térmico. A tensão térmica máxima é gerada no centro do corpo no aquecimento rápido e na superfície no resfriamento rápido.

3. RESULTADOS OBTIDOS

Os resultados são apresentados abaixo e a análise é feita quanto a qualidade obtida em termos de convergência e confiabilidade para uma análise ampliada e com o controle dos parâmetros que influenciam as tensões térmicas. A tabela 1 mostra a convergência dos resultados obtidos para a tensão térmica adimensional nos testes do resfriamento rápido nos quais as propriedades térmicas, condutividade e difusividade, do material foram consideradas constantes (com os coeficientes $A = 0$ e $B = 0$), representando uma situação clássica de um problema de condução transiente de calor. Nesta tabela podemos observar que o número de equações necessárias para convergência da solução é menor que o apresentado por Diniz, Silva, *et al.* (1999). Isso ocorre devido ao fato de que o problema auxiliar de autovalor representa melhor o problema principal.

Tabela 1: Convergência da tensão térmica, σ^* , no aquecimento rápido para $A = 0$ e $B = 0$, e Biot = 5.

τ	σ^* NC=10	σ^* NC=20	σ^* NC=30	σ^* NC=40	σ^* NC=50
0.08	0.4380	0.4383	0.4381	0.4382	0.4383
0.10	0.4371	0.4372	0.4372	0.4372	0.4371
0.12	0.4323	0.4324	0.4323	0.4324	0.4324
0.14	0.4251	0.4251	0.4251	0.4251	0.4251
0.16	0.4162	0.4163	0.4163	0.4163	0.4163
0.18	0.4065	0.4065	0.4065	0.4065	0.4065
0.20	0.3962	0.3961	0.3962	0.3962	0.3961

A figura 1 mostra a distribuição de temperatura para diferentes números de Fourier em função do comprimento adimensional, considerando as propriedades do material constantes ($A = 0$, $B = 0$). A tensão térmica máxima no resfriamento rápido ocorre quando a diferença entre a temperatura média do corpo e a temperatura na superfície torna-se máxima à medida que se varia o tempo do teste. Neste caso o gradiente máximo é atingido quando $t = 5$ s e assume o valor de 4.359372922668424E-001.

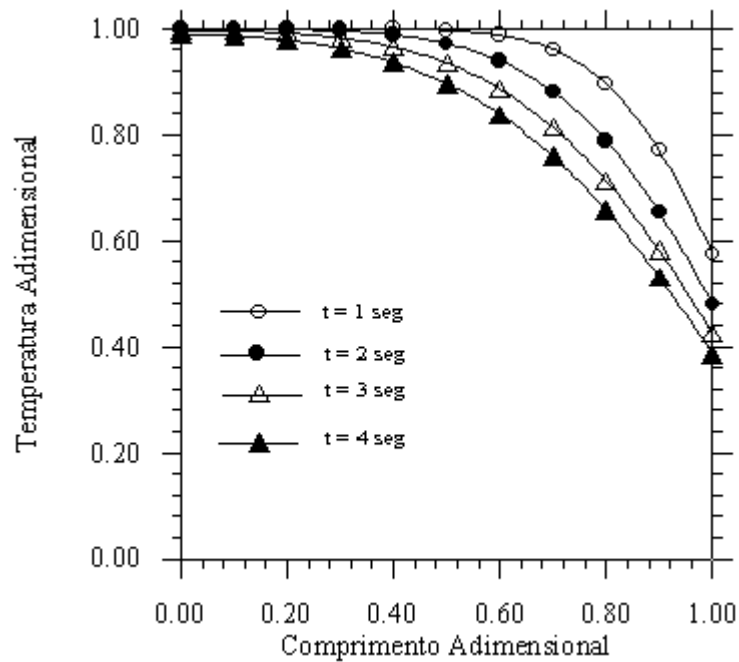


Figura 1: Distribuição da temperatura adimensional com o comprimento adimensional no resfriamento rápido para diferentes números de Fourier, propriedades térmicas constantes ($A = 0$, $B = 0$) e $Biot = 4$.

A figura 2 mostra a influência do número de Biot na distribuição de temperatura na qual ocorre as tensões térmicas máximas para o caso do resfriamento rápido com as propriedades térmicas, condutividade e difusividade constantes. A medida que o valor do Biot aumenta, o gradiente máximo de temperatura é maior e o tempo para ocorrência deste fenômeno é menor. Este fato pode ser observado através de cada curva, visto que, para uma mesma variação no comprimento adimensional, provoca gradientes térmicos maiores para curvas com números de Biot maior. Além disto, pode-se perceber que, neste caso, a mudança de temperatura na parede é mais brusca para número de Biot mais elevado.

A figura 3 mostra o comportamento das tensões térmicas geradas na superfície da amostra, durante os testes do choque térmico. Neste caso observa-se que o tempo para a ocorrência da tensão máxima diminui com o aumento do coeficiente da difusividade térmica, $B = 5$, tendo o coeficiente da condutividade menor influência. A situação mais crítica ocorre quando $A = 0$ e $B = 5$, uma vez que a onda de calor se dissipa rapidamente apresentando um pico em um menor intervalo de tempo.

Na figura 4 podem ser observadas as tensões térmicas máximas atingidas por uma amostra de material cerâmico quando submetido a um teste de aquecimento em função do número de Fourier e diferentes coeficientes de temperatura A e B . Neste tipo de teste as tensões térmicas máximas σ_{max}^* , são atingidas no centro da amostra. Como pode ser observado pelas curvas obtidas os valores dos gradientes máximos de temperatura são aproximadamente metade do valor determinado no resfriamento, enquanto o intervalo de tempo necessário para atingir a máxima tensão térmica aumenta.

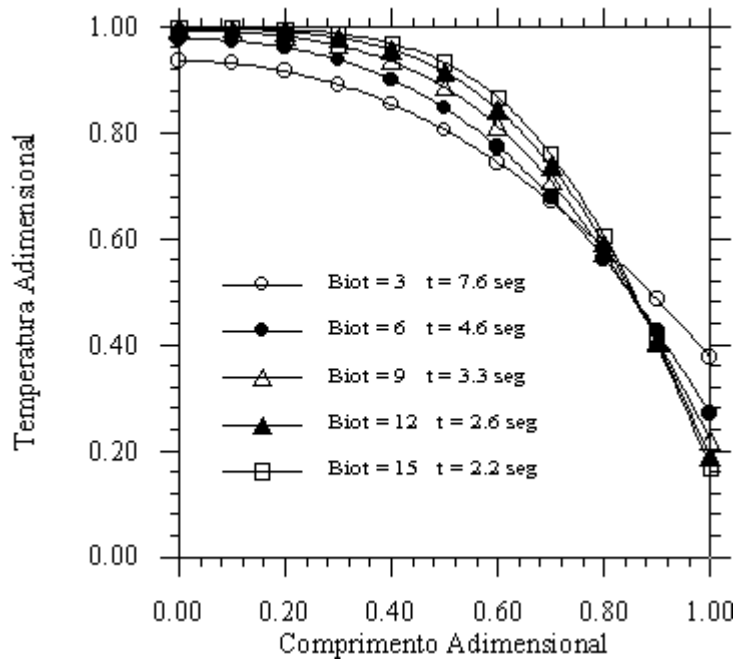


Figura 2: Distribuição de temperatura adimensional no caso do resfriamento rápido para diferentes números de Fourier e Biot.

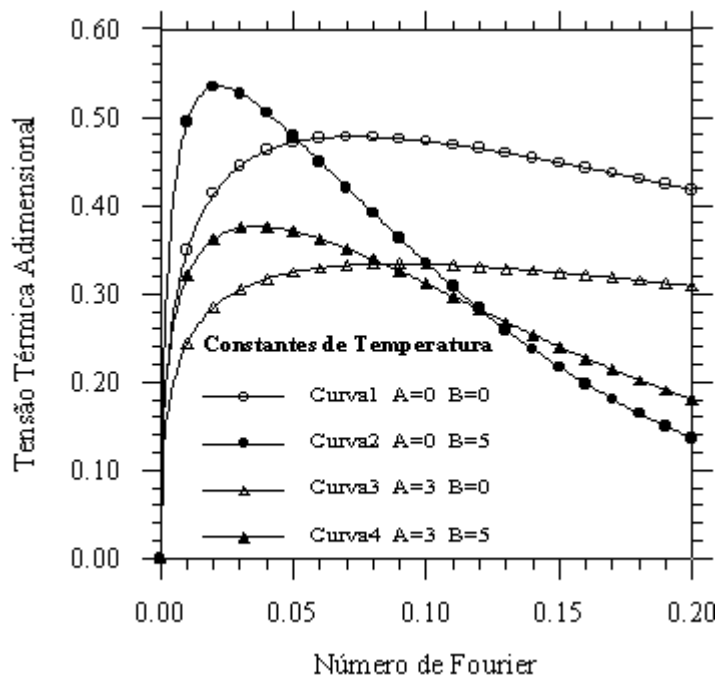


Figura 3: Variação da tensão térmica com o número de Fourier no resfriamento rápido, para o número de Biot = 5.

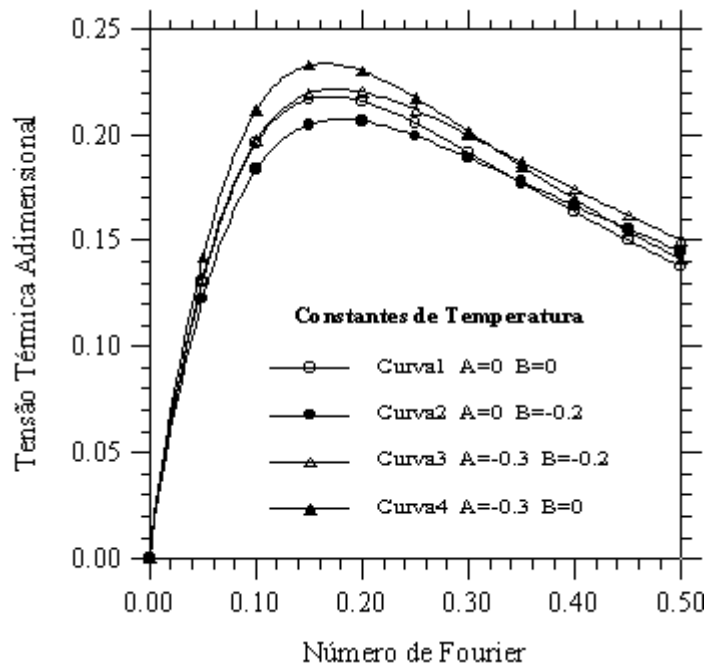


Figura 4: Variação da tensão térmica no centro com o número de Fourier no aquecimento rápido, para o número de Biot = 5.

4. CONCLUSÕES

A técnica da transformada integral foi utilizada na análise das tensões térmicas em materiais cerâmicos, levando-se em consideração a variação de suas propriedades térmicas com a temperatura. Resultados de referência são obtidos, uma vez que o método permite a manipulação analítica e oferece soluções explícitas para a distribuição de temperatura com controle automático do erro global. Convergência para quatro algarismos significativo é alcançada para um menor número de termos na série em função da homogeneização da condição de contorno na parede. Em relação á física do processo, observa-se que a tensão gerada no aquecimento rápido é aproximadamente metade da obtida no resfriamento rápido.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Cotta, R. M., 1993, Integral transforms in computational heat and flow, CRC Press, Inc., Boca Raton, Flórida.
- IMSL Library, Houston, Texas, 1989.
- T. Nishikawa, T. Gao, M. Hibi & M. Takatsu, 1994, Heat transmission during thermal shock testing of ceramics, Journal of Materials Science, Vol. 29, pp. 213-217.
- T. Nishikawa, T. Mizui, M. Takatsu & Y. Mizutani, 1995, Effect of the temperature dependence of thermal properties on the shock tests of ceramics, Journal of Materials Science, Vol. 30, pp. 5013-5019.
- S. P. Timoshenko & J. N. Goodier, 1970, Theory of Elasticity, Mcgraw Hill, New York.
- Silva, M. G.da; Diniz, L. da S.; Santos, C. A. C.; Belo, F. A.; 1999; Análise das Tensões Térmicas em Cerâmicas via Técnica da Transformada Integral Generalizada; XV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica - COBEM.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o suporte financeiro das agências CNPq/CAPES.