

## MOVIMENTOS RELATIVOS, INTERNOS AO ROLAMENTO DE ESFERAS

**Germano Fontes Braga**

**Márcio Tadeu de Almeida**

Escola Federal de Engenharia de Itajubá, Departamento de Engenharia Mecânica, Itajubá, MG, Brasil. E-mail: germano@iem.efei.br, tadeu@iem.efei.br

### Resumo

Os rolamentos de esfera apresentam ser um mecanismo simples, porém, devido a sua geometria interna tornam-se um tanto complexos. Pois, com a aplicação de cargas, as esferas assumem ângulos de contato em relação as pistas de rolamento proporcionando movimentos relativos entre os componentes não perceptíveis inicialmente, que podem afetar a vida do rolamento, bem como a sua monitorização. O objetivo deste trabalho é determinar os movimentos relativos dos componentes do rolamento, conhecendo-se a velocidade angular no eixo, tendo-se como parâmetro as dimensões destes componentes.

**Palavra-chave:** Movimentos relativos, Rolamentos de esferas, Vibrações

### 1. INTRODUÇÃO

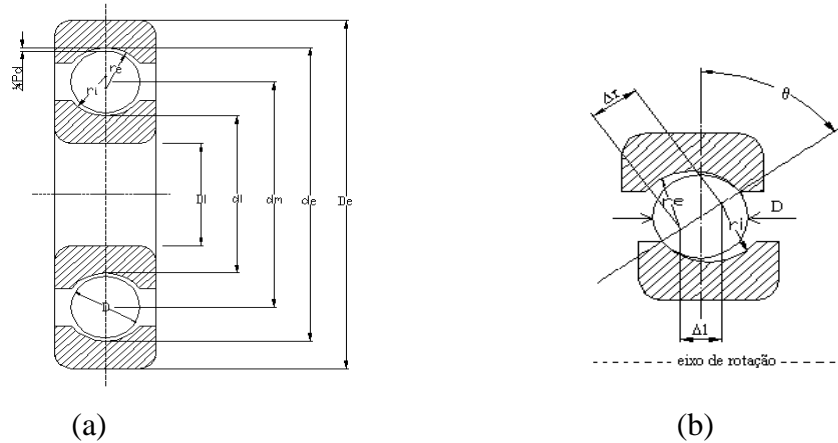
Devido a importância nas indústrias, a performance dos rolamentos tem atraído a atenção de muitos pesquisadores. Um dos primeiros trabalhos registrados buscando detectar defeitos nos mancais foi o de Gustafssoni *et al.*(1961). Desencadeando, a partir daí, uma série de outros trabalhos. Na década de 70, Botö (1978) fez um estudo teórico da energia gerada por defeitos nos rolamentos. Sendo ela, função do material, das dimensões dos defeitos e das velocidades tangenciais desenvolvidas entre as esferas e as pistas. Duas décadas após, Su *et al.*(1993) avaliam em detalhes os efeitos das imperfeições superficiais, geradas pela usinagem, nas vibrações nos rolamentos de rolos. Cujo trabalho, já havia sido utilizado, pelo mesmo autor junto com outros – Su *et al.*(1992) – resultando no equacionando das vibrações em função: das irregularidades superficiais, da velocidade tangencial e do filme de óleo. Vários outros trabalhos foram desenvolvidos, não só nos mesmos, mas também com outros objetivos, porém, sempre destacando a velocidade tangencial existente entre os elementos em contato.

Em particular, para os rolamentos de esferas, as velocidades desenvolvidas pelos elementos rolantes podem não ser somente as tangenciais ao sentido do rolamento. Podendo ocorrer também outras velocidades – rotacionais e transversais – como podem ser observadas com os equacionamentos aqui desenvolvidos.

### 2. ROLAMENTOS DE ESFERAS

Os rolamentos de esferas foram desenvolvidos para suportarem cargas radiais. Podendo também suportar cargas axiais devido a osculação entre as esferas e os canais das pistas. A

figura 1(a) apresenta o rolamento de esferas onde,  $D_i$  é o diâmetro de montagem no eixo;  $d_i$ , o diâmetro da pista interna;  $d_m$ , o diâmetro médio do rolamento (diametral *pitch*);  $d_e$ , diâmetro da pista externa;  $D_e$ , o diâmetro de montagem externo;  $r_i$ , o raio da ranhura da pista interna;  $r_e$ , o raio da ranhura da pista externa;  $P_d$ , a folga diametral do rolamento e  $D$ , o diâmetro da esfera.



**Figura 1.** (a) rolamento rígido de esferas; (b) posição das esferas nas pistas

O diâmetro médio do rolamento é definido como sendo a média entre os diâmetros das pistas interna e externa, ou seja,

$$d_m = \frac{1}{2} (d_i + d_e), \quad (1)$$

a folga diametral,  $P_d$ , é obtida no plano radial ao rolamento,

$$P_d = d_e - d_i - 2D. \quad (2)$$

Harris (1966) define que osculação da pista interna,  $\varphi_i$ , e osculação da pista externa,  $\varphi_e$ , como sendo as relações entre os raios da curvatura das pistas com relação ao raio da esfera, ou sejam:

$$\varphi_i = \frac{D}{2 r_i}, \quad (3)$$

$$\varphi_e = \frac{D}{2 r_e}, \quad (4)$$

as quais têm grande influência na capacidade do rolamento em suportar cargas. Sendo  $f$ , a relação entre o raio da curvatura da pista em relação ao diâmetro da esfera,

$$f = \frac{r}{D} \quad (5)$$

que, substituindo em (3) e (4), resulta:

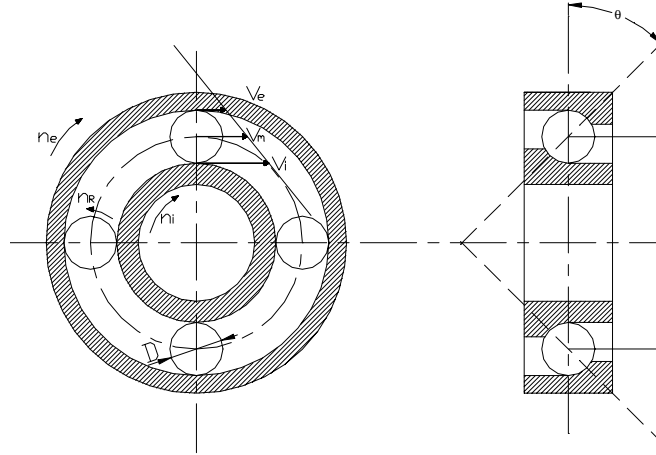
$$\varphi_i = \frac{1}{2 f_i}, \quad (6)$$

$$\varphi_e = \frac{1}{2 f_e}. \quad (7)$$

Ângulo de contato é o ângulo oblíquo assumido pelo rolamento na mudança de posições devida às folgas axiais causadas pelos contatos entre as esferas e as pistas interna e externa, conforme apresentado na figura 1(b), onde:  $\Delta r$  é a distância entre o centro das curvaturas das pistas externa e a interna ao longo do eixo de contato da esfera com as pistas.  $\Delta l$  é a projeção da distância entre os centros de curvatura na direção do eixo de rotação e  $\theta$ , o ângulo formado pela acomodação da esfera e das pistas, que, segundo Harris (1966), é obtido pela expressão:

$$\theta = \cos^{-1} \left( 1 - \frac{P_d}{2\Delta r} \right). \quad (8)$$

Considere que ambas as pistas, interna e externa, estão em movimento e, as condições de rolamento impõe o ângulo de contato  $\theta$ , conforme mostra a figura 2, onde:  $n_e$  é o rotação da pista externa;  $n_i$ , a rotação da pista interna;  $n_R$ , a rotação da esfera ;  $v_e$ , a velocidade tangencial na ranhura da pista externa;  $v_i$ , a velocidade tangencial na ranhura da pista interna e  $v_m$ , a velocidade média das pistas.



**Figura 2.** Velocidades no rolamento

Sabe-se, pela física clássica que,

$$v = \omega r, \quad (9)$$

$$\omega = \frac{2\pi n}{60}, \quad (10)$$

onde:  $v$  é a velocidade linear em unidade de comprimento por unidade de tempo;  $\omega$ , a velocidade angular em radianos por segundo;  $r$ , o raio em unidade de comprimento e  $n$ , o número de rotações por minuto. Pelo exposto, dizer que:

$$v_i = \frac{1}{2} \omega_i (d_m - D \cos \theta), \text{ e} \quad (11)$$

$$v_e = \frac{1}{2} \omega_e (d_m + D \cos \theta). \quad (12)$$

Definindo,

$$\gamma = \frac{D \cos \theta}{d_m}, \quad (13)$$

utilizando (9) e (10), têm-se:

$$v_i = \frac{\pi n_i d_m}{60} (1 - \gamma), \quad (14)$$

$$v_e = \frac{\pi n_e d_m}{60} (1 + \gamma). \quad (15)$$

Considerando que não haja deslizamento entre as pistas e as esferas, pode-se dizer que:

$$v_m = \frac{1}{2} (v_i + v_e), \quad (16)$$

onde,  $v_m$  é a velocidade média no rolamento, que é a velocidade da gaiola. Substituindo (14) e (15), resulta,

$$v_m = \frac{\pi d_m}{120} [n_i(1 - \gamma) + n_e(1 + \gamma)], \text{ mas} \quad (17)$$

$$v_m = \frac{\pi d_m n_m}{60}, \text{ logo} \quad (18)$$

$$n_m = \frac{1}{2} [n_i(1 - \gamma) + n_e(1 + \gamma)] \quad (19)$$

onde,  $n_m$  é a rotação média no rolamento.

A rotação da gaiola,  $n_g$ , é uma rotação relativa dada pela rotação média subtraindo-se a rotação da pista interna, considerando como referência a pista externa, ou seja:

$$n_g = n_m - n_i. \quad (20)$$

A gaiola desloca-se sobre a pista interna sem escorregamento. Portanto, a velocidade linear instantânea em um ponto qualquer da pista interna é igual a velocidade da esfera,

$$\frac{\pi n_g d_m}{60} (1 - \gamma) = \frac{\pi n_R D}{60} \quad (21)$$

substituindo (19) e (20), resulta:

$$n_R = \frac{1}{2} \frac{d_m}{D} [(1 - \gamma)(1 + \gamma)(n_e - n_i)]. \quad (22)$$

Normalmente nos mancais de rolamento a pista externa é estacionário, ou seja,  $n_e=0$ , assim sendo, as equações (19) e (22), tornam-se:

$$n_m = \frac{1}{2} n_i(1 - \gamma), \quad (23)$$

$$n_R = -\frac{1}{2} \frac{d_m}{D} n_i (1 - \gamma^2). \quad (24)$$

Destas duas últimas equações obtém-se, como apresentado por Xu *et al.*(1993), as freqüências de cada componente do rolamento, as quais possibilitam identificar e localizar os defeitos. Todavia, as esferas poderão apresentar outros movimentos internos, além do já representado pela equação (24) interferindo nas freqüências utilizadas nas monitorizações dos rolamentos.

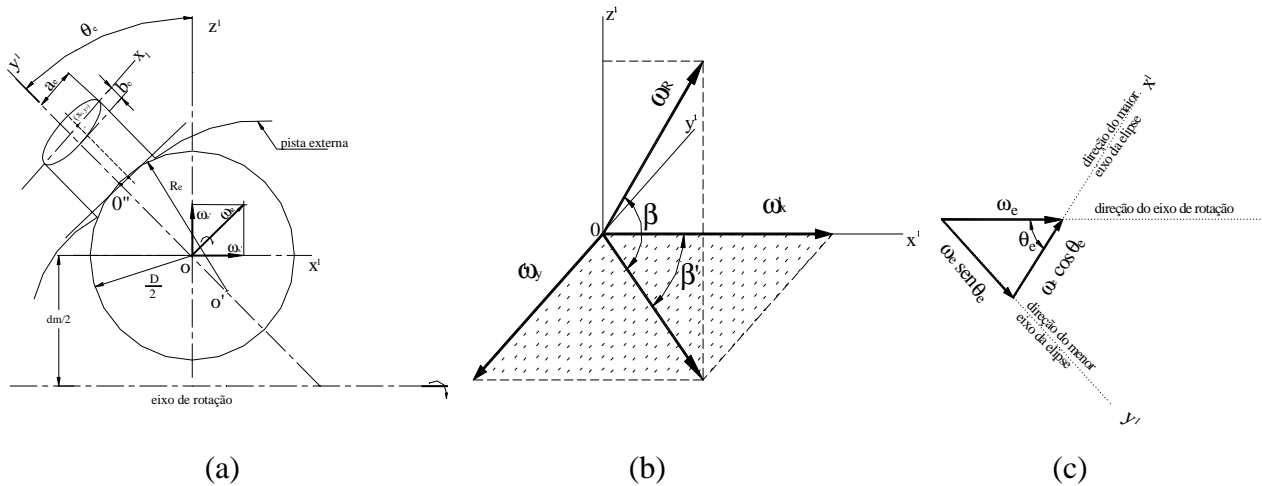
### 3. MOVIMENTOS DA ESFERA COM RELAÇÃO À PISTA EXTERNA

Considere inicialmente o contato da esfera com a pista externa submetida a uma carga normal definindo uma superfície elíptica, que segundo Dowson *et al.*(1977) tem raio equivalente de curvatura representado por  $R_e$ , formando o ângulo  $\theta_e$ , conforme mostra a figura 3(a). O raio  $R_e$  define a superfície elíptica de eixos  $a_e$  e  $b_e$ ; variando de  $-a_e$  até  $+a_e$  e  $-b_e$  até  $+b_e$ , respectivamente. O ponto  $(x_0, y_0)$  encontra-se na região de puro rolamento entre duas linhas de contato. A esfera encontra-se no espaço no sistema de coordenadas  $(x^1, y^1, z^1)$ , a pista externa gira com velocidade angular  $\omega_e$ , perpendicular ao plano de rotação, colinear com o eixo do "x". Os eixos  $x^1, z^1$  formam o plano do papel. O vetor  $\omega_R$  forma com o plano  $(x^1, -y^1)$  o ângulo  $\beta$ , e, sua projeção neste plano, figura 3(b), forma o ângulo  $\beta'$  com o eixo  $x^1$ . Resultando assim, os componentes  $\omega_x^1$  e  $\omega_z^1$  nas direções  $x^1$  e  $z^1$  respectivamente, onde:

$$\omega_x^1 = \omega_R \cos \beta \cos \beta', \quad (25)$$

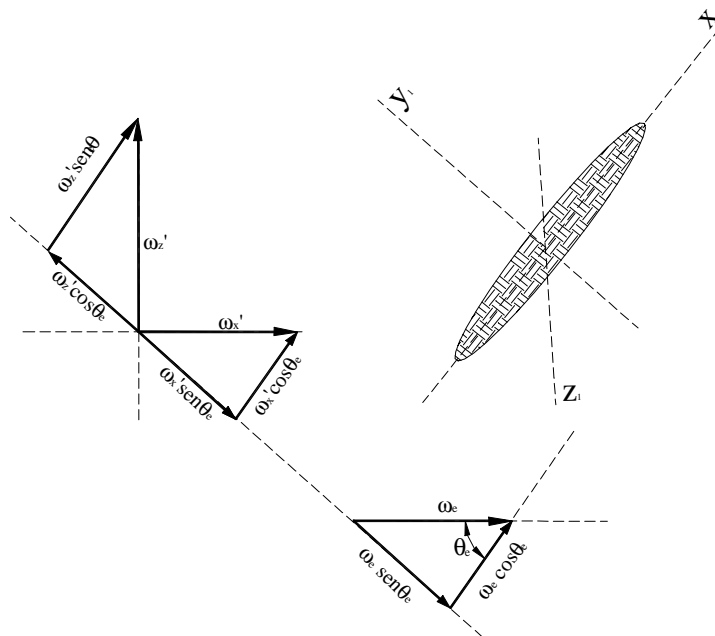
$$\omega_y^1 = \omega_R \cos \beta \sin \beta, \quad (26)$$

$$\omega_z^1 = \omega_R \sin \beta. \quad (27)$$



**Figura 3.** Velocidades angulares na pista externa

Decompondo  $\omega_e$  na direção do maior eixo da elipse, eixo  $x^1$ , figura 3(c), obtêm-se o componente  $\omega_e \cos\theta_e$ . Na direção do eixo  $y^1$ , perpendicular ao plano do papel, encontra-se o componente  $\omega_e \sin\theta_e$ . De maneira análoga, decompondo os vetores  $\omega_x^1$  e  $\omega_z^1$ , obtêm-se na direção do maior eixo da elipse os componentes  $\omega_x^1 \cos\theta_e$  e  $\omega_z^1 \sin\theta_e$ , e, na direção do menor eixo da elipse os componentes  $\omega_x^1 \sin\theta_e$  e  $\omega_z^1 \cos\theta_e$ , respectivamente. A figura 4 apresenta os componentes dos três vetores que formam outro sistema de eixos coordenados ( $x_1, y_1, z_1$ ).



**Figura 4.** Componentes dos vetores  $\omega_e, \omega_x^1$  e  $\omega_z^1$  nas direções dos eixos da elipse

A velocidade linear da pista externa,  $v_e$ , no ponto  $(x_0, y_0)$  é a soma de duas velocidades. A primeira é a velocidade da pista em relação ao diâmetro médio que gira com velocidade angular  $\omega_e$ . A segunda é a velocidade da esfera em relação ao eixo de rotação, considerando-se o raio equivalente  $R_e$ , que gira com velocidade angular  $\omega_e \cos\theta_e$ .

$$v_e = -\frac{d_m \omega_e}{2} - \left\{ \left( R_e^2 - x_0^2 \right)^{1/2} - \left( R_e^2 - a_e^2 \right)^{1/2} + \left[ \left( \frac{D}{2} \right)^2 - a_e^2 \right]^{1/2} \right\} \omega_e \cos \theta_e. \quad (28)$$

O segundo termo da equação (28) é determinado considerando-se a área deformada, ou seja, o raio que multiplica a velocidade angular ( $\omega_e \cos \theta_e$ ) é obtido pelo cateto  $(R_e^2 - x_0^2)^{1/2}$  subtraindo a diferença entre dois outros catetos,  $(R_e^2 - a_e^2)^{1/2}$  e  $\left[ \left( \frac{D}{2} \right)^2 - a_e^2 \right]^{1/2}$  respectivamente, representado na figura 3(a), como sendo a distância entre os pontos  $\theta$  e  $\theta'$ . Assim sendo, a velocidade da esfera com relação à pista externa,  $v_D^e$ , no ponto de contato  $(x_0, y_0)$  é:

$$v_D^e = -(\omega_x' \cos \theta_e + \omega_z' \sin \theta_e) \left\{ \left( R_e^2 - x_0^2 \right)^{1/2} - \left( R_e^2 - a_e^2 \right)^{1/2} + \left[ \left( \frac{D}{2} \right)^2 - a_e^2 \right]^{1/2} \right\}. \quad (29)$$

Em posse das duas velocidades, pode-se determinar a velocidade linear de escorregamento,  $v_{esc}^e$ , existente entre elas, basta para tal obter a diferença,

$$v_{esc}^e = v_e - v_D^e, \quad (30)$$

substituindo (28), (29) em (30), tem-se,

$$v_{esc}^e = -\frac{d_m \omega_e}{2} + \left\{ \left( R_e^2 - x_0^2 \right)^{1/2} - \left( R_e^2 - a_e^2 \right)^{1/2} + \left[ \left( \frac{D}{2} \right)^2 - a_e^2 \right]^{1/2} \right\} \times \left[ \omega_x^1 \cos \theta_e + \omega_z^1 \sin \theta_e - \omega_e \cos \theta_e \right], \quad (31)$$

substituindo (25) e (26) em (31), resulta,

$$v_{esc}^e = -\frac{d_m \omega_e}{2} + \left\{ \left( R_e^2 - x_0^2 \right)^{1/2} - \left( R_e^2 - a_e^2 \right)^{1/2} + \left[ \left( \frac{D}{2} \right)^2 - a_e^2 \right]^{1/2} \right\} \times \left[ \frac{\omega_R}{\omega_e} (\cos \beta \cos \beta' \cos \theta_e + \sin \beta \sin \theta_e) - \cos \theta_e \right] \omega_e, \quad (32)$$

que representa o escorregamento entre as esferas e a pista externa na direção do rolamento em relação aos vetores velocidade da esfera,  $\omega_R$ , e da pista externa,  $\omega_e$ .

A esfera apresenta escorregamento transversal que pode ser observado na figura 3(c), tendo o componente da velocidade angular na direção de  $y^1$  dado pela expressão (26), gerando a velocidade de deslizamento transversal da esfera com a pista externa, cujo valor é:

$$v_{esc}|_t = -\omega_y^1 \left\{ \left( R_e^2 - x_0^2 \right)^{1/2} - \left( R_e^2 - a_e^2 \right)^{1/2} + \left[ \left( \frac{D}{2} \right)^2 - a_e^2 \right]^{1/2} \right\}, \quad (33)$$

substituindo (26), resulta em:

$$v_{esc}^e|_t = - \left\{ \left( R_e^2 - x_0^2 \right)^{1/2} - \left( R_e^2 - a_e^2 \right)^{1/2} + \left[ \left( \frac{D}{2} \right)^2 - a_e^2 \right]^{1/2} \right\} \omega_e \left( \frac{\omega_R}{\omega_e} \right) \cos \beta \sin \beta'. \quad (34)$$

A expressão (34) representa o escorregamento entre as esferas e a pista externa na direção transversal ao rolamento em relação aos vetores velocidade da esfera  $\omega_R$ , e da pista externa  $\omega_e$ . Observa-se que ambas têm componentes no sentido normal a área de contato da elipse, ou sejam,  $\omega_x^1 \sin \theta_e$ ,  $\omega_z^1 \cos \theta_e$  e  $\omega_e \sin \theta_e$ , gerando efeito rotacional da esfera em relação à pista externa, representado pela velocidade angular  $\omega_{rot}^e$ ,

$$\omega_{rot}^e = -\omega_e \sin \theta_e - \omega_x^1 \sin \theta_e + \omega_z^1 \cos \theta_e, \quad (35)$$

substituindo as relações (24) e (26) em (35), resulta:

$$\omega_{rot}^e = \omega_e \left[ \frac{\omega_R}{\omega_e} (\sin \beta \cos \theta_e - \cos \beta \cos \beta' \sin \theta_e) - \sin \theta_e \right]. \quad (36)$$

A expressão (36) representa a rotação das esferas em seu próprio eixo. Seja  $r_e^1$  a distância entre os pontos 0 e 0'', figura 3(a), o raio de rolamento da esfera deformada na pista externa. Considerando a velocidade linear da esfera idêntica a velocidade da pista externa, pode-se dizer, com o auxílio da figura 4 que,

$$\left( \frac{d_m}{2 \cos \theta_e} + r_e^1 \right) \omega_e \cos \theta_e = r_e^1 (\omega_x^1 \cos \theta_e + \omega_z^1 \sin \theta_e), \quad (37)$$

substituindo, (25) e (27) em (37), resulta:

$$\frac{\omega_R}{\omega_e} = \frac{d_m/2 + r_e^1 \cos \theta_e}{r_e^1 (\cos \beta \cos \beta' \cos \theta_e + \sin \beta \sin \theta_e)}. \quad (38)$$

#### 4. MOVIMENTOS DA ESFERA COM RELAÇÃO À PISTA INTERNA

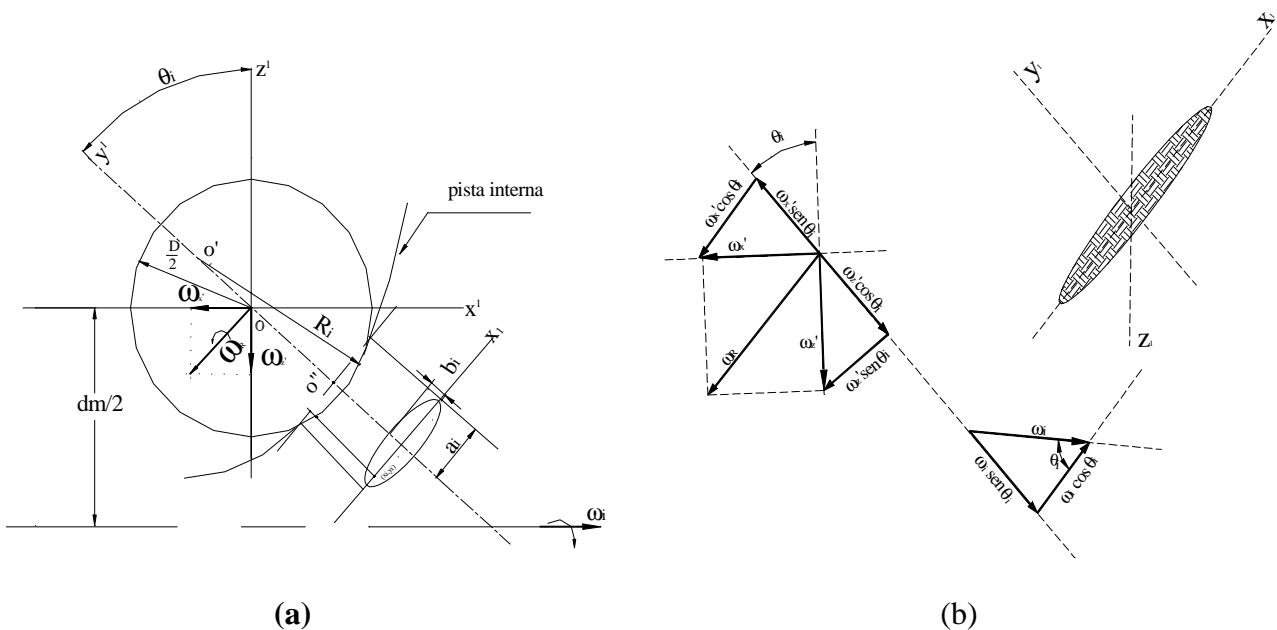


Figura 5. Velocidades angulares na pista interna

A figura 5(a), representa o contato da esfera com a pista interna submetida a mesma carga normal, definindo também uma superfície elíptica, onde,  $R_i$  é o raio de curvatura da superfície deformada formando o ângulo  $\theta_i$  entre os planos.  $R_i$  gira com velocidade angular  $\omega_i \cos \theta_i$ . De maneira análoga a pista externa, a velocidade linear da pista interna,  $v_i$ , no ponto  $(x_0, y_0)$  é:

$$v_i = -\frac{d_m \omega_i}{2} - \left\{ \left( R_i^2 - x_0^2 \right)^{1/2} - \left( R_i^2 - a_i^2 \right)^{1/2} + \left[ \left( \frac{D}{2} \right)^2 - a_i^2 \right]^{1/2} \right\} \omega_i \cos \theta_i. \quad (39)$$

A velocidade linear da esfera em relação à pista externa, pela figura 5(b), é:

$$v_D^i = (\omega_x' \cos \theta_i + \omega_z' \sin \theta_i) \left\{ \left( R_i^2 - x_0^2 \right)^{1/2} - \left( R_i^2 - a_i^2 \right)^{1/2} + \left[ \left( \frac{D}{2} \right)^2 - a_i^2 \right]^{1/2} \right\}. \quad (40)$$

A velocidade de escorregamento,  $v_{esc}^i$ , entre a pista interna e a esfera é,

$$v_{esc}^i = -\frac{d_m \omega_i}{2} - \left\{ \left( R_i^2 - x_0^2 \right)^{1/2} - \left( R_i^2 - a_i^2 \right)^{1/2} + \left[ \left( \frac{D}{2} \right)^2 - a_i^2 \right]^{1/2} \right\} \times \left[ \frac{\omega_R}{\omega_i} (\cos \beta \cos \beta' \cos \theta_i + \sin \beta \sin \theta_i) - \cos \theta_i \right] \omega_i, \quad (41)$$

e o escorregamento transversal na pista interna,  $v_{esc}|_t^i$ , é dado por,

$$v_{esc}|_t^i = - \left\{ \left( R_i^2 - x_0^2 \right)^{1/2} - \left( R_i^2 - a_i^2 \right)^{1/2} + \left[ \left( \frac{D}{2} \right)^2 - a_i^2 \right]^{1/2} \right\} \omega_i \left( \frac{\omega_R}{\omega_i} \right) \cos \beta \sin \beta'. \quad (42)$$

Observa-se que ambas as velocidades angulares,  $\omega_i$  e  $\omega_R$ , na figura 5(b) têm componentes no sentido normal a área de contato, gerando o efeito rotacional na pista interna,  $\omega_{rot}^i$ , dado por:

$$\omega_{rot}^i = \omega_x^1 \sin \theta_i - \omega_i \sin \theta_i - \omega_z^1 \cos \theta_i, \quad (43)$$

substituindo as relações (24) e (26) em (43), obtém-se:

$$\omega_{rot}^i = \omega_i \left[ \frac{\omega_R}{\omega_i} (\cos \beta \cos \beta' \sin \theta_i - \sin \beta \cos \theta_i) - \sin \theta_i \right]. \quad (44)$$

Analogamente, a velocidade linear da esfera com relação à pista interna  $\omega_R$  é,

$$\frac{\omega_R}{\omega_i} = \frac{-\frac{d_m}{2} + r_i^1 \cos \theta_i}{r_i^1 (\cos \beta \cos \beta' \cos \theta_i + \sin \beta \sin \theta_i)}. \quad (45)$$

## 5. MOVIMENTO ORBITAL

Ao invés de considerar o centro da esfera fixo em um ponto no espaço, considera-se a pista externa. Consequentemente, os centros das esferas irão orbitar em torno do eixo de rotação. Para manter as mesmas condições de rolamento analisado, o conjunto de esferas deverá orbitar com velocidade angular igual ao da pista externa, porém, em sentido contrário,



devido ao efeito da interação das esferas com a pista interna. Sendo  $\omega_g$  a velocidade angular da gaiola, pode-se dizer que,

$$\omega_g = -\omega_e, \quad (46)$$

consequentemente a pista interna gira com a velocidade angular  $\omega$  que será a soma da velocidade angular da pista interna com a velocidade da gaiola,

$$\omega = \omega_i + \omega_g, \quad (47)$$

substituindo (46), (45) em (47), seqüencialmente, obtém-se a velocidade angular com relação à pista interna:

$$\omega_i = \frac{\omega}{1 + \frac{r_e^1[(dm/2) - r_i^1 \cos \theta_i](\cos \beta \cos \beta' \cos \theta_e + \sin \beta \sin \theta_e)}{r_i^1[(dm/2) - r_e^1 \cos \theta_e](\cos \beta \cos \beta' \cos \theta_i + \sin \beta \sin \theta_i)}}. \quad (48)$$

Substituindo as relações (46), (37) em (47), com auxílio de (45), obtém-se a velocidade angular com relação à pista externa:

$$\omega_e = \frac{-\omega}{1 + \frac{r_i^1[(dm/2) + r_e^1 \cos \theta_e](\cos \beta \cos \beta' \cos \theta_i + \sin \beta \sin \theta_i)}{r_e^1[(dm/2) - r_i^1 \cos \theta_i](\cos \beta \cos \beta' \cos \theta_e + \sin \beta \sin \theta_e)}}. \quad (49)$$

Substituindo (37) e (45) em (47), resulta na velocidade angular das esferas:

$$\omega_R = \frac{-\omega}{\frac{r_e^1(\cos \beta \cos \beta' \cos \theta_e + \sin \beta \sin \theta_e)}{(dm/2) + r_e^1 \cos \theta_e} + \frac{r_i^1(\cos \beta \cos \beta' \cos \theta_i + \sin \beta \sin \theta_i)}{(dm/2) - r_i^1 \cos \theta_i}}. \quad (50)$$

## 6. CONCLUSÃO

As relações (42), (44), (48), (49) e (50), considerando as condições de puro rolamento, representam o movimento das esferas na montagem mais comum das aplicações com rolamentos, ou seja, a pista externa estacionária.

Os movimentos estudados, como pode ser observado, estão em função das variáveis independentes:  $\beta$ ,  $\beta'$ ,  $\theta_i$ ,  $r_e^1$  e  $r_i^1$ . As quais, considerando as condições de usinagem e os desgastes devido ao uso, alteram-se no tempo, como também em relação a posição que uma das partes girantes encontra-se em relação às outras.

Levando-se em conta a explanação acima, são valores de difícil determinação matemática, pois as variáveis assumem em cada instante valores numéricos possivelmente aleatórios. Sendo ainda, a característica aleatória do processo não possui uma frequência determinística. Porém, alteram as velocidades que compõem a energia da vibração, alterando assim, o sinal gerado na monitoração da vibração.

Todavia, com uma lubrificação eficiente os efeitos giroscópicos – transversal e rotacional – praticamente desaparecem, conforme afirma Harris (1966) em seus trabalhos. Ou seja, pela lubrificação, dá-se a redução das forças periféricas que geram os momentos dos efeitos giroscópicos.

Entretanto, quando a lubrificação for deficiente, a uma dada condição de rolamento, estas forças assumem valores significantes proporcionando movimentos que alteram o sinal monitorado, os quais certamente dificultarão a análise espectral.

Quando existe um defeito localizado em um dos componentes do rolamento, o impacto da esfera, sobre a pista com defeito fará o rolamento vibrar em sua frequência natural. Porém, como o impacto é repetido pela passagem das esferas sobre o defeito, a frequência natural

ficará modulada pela frequência de passagem das esferas pelo defeito. A resposta em frequência deste sinal, FFT, será uma vibração em frequência modulada (FM), onde a frequência portadora será a frequência natural a frequência moduladora será a frequência de passagem pelo defeito, a qual pode ser calculada pelas equações desenvolvidas neste artigo. Uma demodulação do sinal resultante usando a transformada de Hilbert, extrairá do sinal total à envoltória no tempo (envelope), a qual representará a frequência correspondente ao defeito.

## 7. REFERÊNCIAS

- Botö, P. A., 1978, "Detection of Bearing Damage by Shock Pulse Measurement". Ball Bearing Journal 167, pp. 1-7.
- Dowson, D. and Higginson, G. R., 1977, "Elasto-Hydrodynamic Lubrication". SI edition, Ed. Pergamon Press Ltd. Oxford, England, pp. 17-19.
- Gustafsson, O. G. and Tallian, Y., 1961, "Detection of Damage in Assembled Rolling Element Bearings". ASLE 61-AM3B-1, pp. 1-39.
- Harris, T. A., 1966, "Rolling Bearing Analysis". Ed. John Wiley & Sons, Inc., New York, EUA, pp.203-220.
- Su, Y. T., Lin, M. H. and Lee, M. S., 1993, "The Effects of Surface Irregularities on Roller Bearing Vibrations", Journal of Sound and Vibration, 163(3), N. Y., EUA pp.455-466.
- Su, Y. T., Sheen Y. T., and Lin, M. H., 1992, "Signature Analysis of Roller Bearing Vibrations: Lubrication Effects", Proceedings Institution of Mechanical Engineering, Vol. 206, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, London, RK, pp. 193-202.
- Xu, M. and Shea, J. M., 1993, "Using Vibration Analysis to Determine Bearing Preload in Machine Tool Spindles" IRD Mechanalysis Inc., Columbus, Ohio, pp. 25-36.