

# INCERTEZA DE MEDIÇÃO NA CALIBRAÇÃO DE TEODOLITOS

**Dário Freire Branco**<sup>1</sup>

**Fabiana Rodrigues Leta**<sup>2</sup>

**Gregório Salcedo Muñoz**<sup>3</sup>

**José Carlos Valente Oliveira**<sup>4</sup>

1. Petrobras Distribuidora S.A., Gerência de Produtos de Aviação, 20.271-900, Rio de Janeiro, RJ, Brasil. E-mail: [dariob@br-petrobras.com.br](mailto:dariob@br-petrobras.com.br)
2. Universidade Federal Fluminense, Centro Tecnológico, Departamento de Engenharia Mecânica, 20.200-200, Niterói, RJ, Brasil. E-mail: [fabiana@ic.uff.br](mailto:fabiana@ic.uff.br)
3. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Instituto Tecnológico da PUC, 22.453-900, Rio de Janeiro, RJ, Brasil. E-mail: [metro@ctc.puc-rio.br](mailto:metro@ctc.puc-rio.br)
4. Instituto Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial, Laboratório de Metrologia Dimensional, 25.250-220, Xerém, RJ, Brasil. E-mail: [lamin@inmetro.com.br](mailto:lamin@inmetro.com.br)

## Resumo

Atualmente a metodologia utilizada para a verificação da qualidade de medição dos teodolitos não atende aos requisitos metrológicos recomendados em normas internacionalmente aceitas, tratando-se apenas de uma metodologia de campo. Para a calibração de teodolitos é necessário a utilização de padrões angulares reconhecidos, de modo que seja possível relacionar o instrumento com referências estabelecidas através da Cadeia de Rastreabilidade e assim, determinar a incerteza de medição do teodolito em verificação. Este artigo tem por objetivo apresentar um estudo da propagação das incertezas de medição no resultado da calibração de teodolitos, uma análise crítica das metodologias convencionais, sugerindo-se uma nova metodologia, capaz de atender aos quesitos atualmente aceitos na Metrologia.

**Palavras-chave:** Metrologia, Calibração, Análise de Incertezas, Controle de Qualidade, teodolitos.

## 1. INTRODUÇÃO

Teodolitos são instrumentos usados na medição de ângulos em situações que envolvem distâncias médias e longas e nas quais exige-se um elevado nível de exatidão de medição. A calibração destes instrumentos, segundo procedimentos normalizados e submetidos a uma Cadeia de Rastreabilidade, vem se tornando uma necessidade evidente para assegurar confiabilidade nas medições realizadas.

Constatou-se que alguns laboratórios, que atualmente realizam procedimentos de verificação de teodolitos, não atendem completamente a todos os quesitos aceitos na Metrologia. A calibração de instrumentos pressupõe a comparação dos valores indicados pelo instrumento com aqueles estabelecidos por padrões (VIM, 1995). Verificou-se que procedimentos que vêm sendo utilizados avaliam, de certa forma, a capacidade do instrumento em repetir suas próprias leituras (condição de repetitividade), mas não comparam os valores lidos com uma referência padrão de ângulo.

Segundo a ISO 12857-2, os procedimentos de verificação de teodolitos apresentados são aplicados no local de trabalho pelo próprio usuário, podendo-se concluir que são realizados sob condições de campo que por vezes são adversas. Esta verificação é conhecida por *accuracy-in-use*, e possui a principal vantagem de verificar o instrumento nas condições reais de trabalho. No entanto, este tipo de verificação não permite a conservação das condições do ensaio, pois a influência das condições do ambiente de medição é desprezada. Assim não é possível, a princípio, fazer uma comparação da qualidade de medição em instrumentos distintos, ou de um mesmo instrumento em diferentes épocas.

As normas ISO 8322-4 e ISO 12857-2 versam sobre a verificação de teodolitos em campo. Em sua metodologia, empregam-se alvos, considerados fixos (em número de 4 ou 5), distribuídos sobre um círculo com raio de 200 m. Fazem-se, então, diversas leituras apontando-se com o retículo do teodolito sobre estes alvos, e determina-se a dispersão dos resultados. Na realidade, este ensaio é uma verificação da repetitividade da leitura entre diversas faixas da escala.

Considerando-se os teodolitos em questão, a calibração destes implica em realizar diversas leituras sobre um padrão de ângulo, em diferentes pontos da escala do teodolito e então expressar a sua incerteza de medição. A dificuldade consiste em materializar este procedimento, devido à elevada exatidão de medição dos teodolitos. É notória, então, a necessidade da calibração de teodolitos, seja na condição de recepção quando novos, seja durante a sua vida útil, através de uma verificação periódica. (Branco et al, 1998)

Neste contexto, a elaboração de procedimentos metrológicos para a calibração de teodolitos e sua implementação em um laboratório reconhecido, no caso o Laboratório de Metrologia Dimensional do Instituto Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial (INMETRO) torna-se fundamental para atender às necessidades emergentes, especialmente em processos industriais. Estes procedimentos de calibração vêm sendo desenvolvidos sob uma metodologia de calibração, diferenciada dos métodos convencionais.

Deste modo, pretende-se satisfazer aos atuais conceitos de metrologia, no que tange à rastreabilidade metrológica e à expressão da incerteza nos métodos de calibração. Além disto, visa-se obter um conjunto de procedimentos que possam satisfazer uma necessidade crescente na indústria. Para tanto é necessário, como primeira etapa, identificar e definir os principais desvios de medição na calibração de teodolitos.

## **2. CARACTERÍSTICAS DO TEODOLITO**

O funcionamento deste instrumento é relativamente simples, consistindo basicamente de uma luneta, cujo poder de ampliação é, em média, de 30 vezes. Esta luneta permite dois movimentos de rotação, um em torno do eixo vertical e outro em torno do eixo horizontal. A cada um destes eixos encontra-se associado um disco graduado com uma escala. A leitura da escala é realizada através de um microscópio acoplado ao instrumento. Assim, quando gira-se a luneta em torno de um dos eixos deslocando-se de um ponto de observação para outro, faz-se a medição angular, lendo-se os valores inicial e final na escala.

Além do eixo horizontal e vertical, o teodolito possui um terceiro eixo básico denominado eixo de colimação. Os três eixos básicos podem ser observados na Figura 1. Estes eixos devem manter algumas relações entre si, a saber:

- o eixo horizontal deve ser perpendicular ao eixo vertical;
- o eixo de colimação deve ser perpendicular ao eixo horizontal;
- todos os três eixos devem se interseccionar no mesmo ponto.

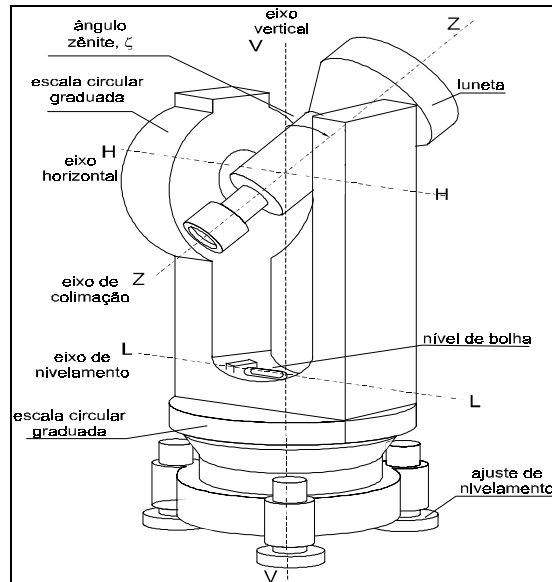


Figura 1 - Desenho esquemático de um teodolito.

### 3. ERROS DE MEDIÇÃO

Durante uma medição vários fatores influenciam a incerteza de medição do teodolito. É importante fazer uma análise sobre estes fatores porque a incerteza de medição é determinada a partir do equacionamento de cada um destes fatores. A seguir os erros de medição são definidos e expressos em equações, de modo que possa ser determinada a incerteza de medição. (Branco et al, 1999) (Branco, 1999)

- **Erro do eixo de colimação** - É o erro ocasionado pela não perpendicularidade do eixo de colimação com o eixo horizontal. Influencia diretamente as leituras no plano horizontal.
- **Erro do eixo horizontal** - Consiste no desvio de perpendicularidade entre os movimentos horizontal e vertical. É uma variação cuja origem dá-se no processo de fabricação do teodolito e interfere no resultado da medição, quando bascula-se a luneta de 180°, ou ainda quando o teodolito é usado para determinação da prumagem de estruturas.
- **Erro de oscilação do eixo vertical** - Ocasionado pelos desvios do sistema óptico-mecânico principalmente devido aos mancais de rolamentos.
- **Erro do eixo vertical** - O correto nivelamento do teodolito implica na correta determinação do plano horizontal de referência, sob o qual são realizadas as medições. Na calibração é necessário verificar a exatidão do nível de bolha. Alguns teodolitos apresentam mecanismo de auto-compensação do erro do eixo vertical.
- **Erro de zero da escala vertical** - É a variação ocorrida na leitura com a mudança do sentido de medição de horário para anti-horário e vice-versa. Usuários de teodolitos realizam a medição em ambos os sentidos e consideram o valor médio.
- **Erros de graduação da escala circular** - A escala circular, tanto horizontal quanto vertical, assim como a escala divisora, devem ser calibradas. É necessário que seja calibrado todo o conjunto mecânico de medição, e não apenas as escalas isoladamente.
- **Erro focal** - Consiste no desvio ocasionado no eixo de colimação devido ao ajuste do foco.
- **Erro de pontaria** - A diferença entre o eixo de colimação do teodolito e o ponto central do alvo gera o erro de pontaria. É causado por variação da acuidade visual de observadores distintos, e desvios no sistema óptico.
- **Variações bruscas das condições do ambiente** - Variações bruscas de temperatura causam distorções da escala circular e dos sistemas ópticos. Normas de verificação

sugerem que sejam anotadas as condições ambientais, tais como, temperatura, pressão e umidade relativa. A calibração deve ser realizada sob condições fixas e determinadas.

Com a existência de tantos fatores que podem influenciar as medições realizadas com um teodolito, a importância da calibração destes instrumentos torna-se relevante, seja na condição de recepção quando novos, seja ao longo da vida útil, através de uma verificação periódica.

#### 4. INCERTEZA DE MEDIÇÃO

A análise dos erros de medição com teodolitos mostra as relações entre os desvios geométricos do teodolito e as correspondentes variações no resultado de medição, nos planos horizontal e vertical. (Branco, 1999) As variações no resultado de medição são erros, incluindo os provenientes dos efeitos sistemáticos, que podem ser corrigidos, ou estimados, pelas equações de correção daquelas relações.

As equações de correção aproximam a média dos resultados do valor que pode ser razoavelmente atribuído ao ângulo medido, tornando-se a melhor estimativa. (Branco et al, 1999) Entretanto, introduzem incertezas no resultado da medição, relativas às variáveis de entrada das equações, que se propagam ao longo da cadeia de medição, contribuindo para a dispersão no resultado da medição.

##### 4.1 Modelo matemático da medição no plano horizontal

A equação de propagação da incerteza permite a determinação da influência das variáveis de entrada sobre a incerteza de medição, quando a relação entre as variáveis de entrada e o mensurando pode ser expressa matematicamente. Mesmo quando esta relação só é estabelecida por resultados experimentais, é possível estimar as derivadas parciais e equacionar a propagação da incerteza. A dedução detalhada das equações seguintes pode ser observada em (Branco, 1999).

##### 4.1.1 Fórmula de correção no plano horizontal

O ângulo horizontal corrigido é dado por:

$$\eta'_i = \eta_i - \alpha' - e_h - \alpha_h - \alpha_H - \Delta\eta_g - \Delta f_h - e_p - \theta_T \quad (1)$$

##### 4.1.2 Variâncias contribuintes

##### a) Incerteza devido ao desvio do eixo de colimação - $u(\alpha')$

A incerteza combinada devido ao eixo de colimação é dada por

$$u_c^2(\alpha') = u^2(\alpha) \quad (2)$$

sendo a componente horizontal do erro sistemático dada por,

$$\alpha' = F(\alpha, \beta, \zeta) = \arctan\left(\frac{\tan \alpha}{\sin \zeta - \cos \zeta \cdot \tan \beta}\right) \quad (3)$$

A incerteza combinada de  $\alpha'$ ,  $u_c(\alpha')$ , é determinada através das incertezas das grandezas de entrada  $u(\alpha)$ ,  $u(\beta)$  e  $u(\zeta)$  pela lei de propagação da incerteza, como segue:

$$u_c^2(\alpha') = c_\alpha^2 u^2(\alpha) + c_\beta^2 u^2(\beta) + c_\zeta^2 u^2(\zeta) \quad (4)$$

O ângulo  $\alpha$  indica um desvio horizontal e o ângulo  $\beta$  um desvio vertical da linha atual de mira com o respectivo eixo de colimação e,  $c_\alpha$ ,  $c_\beta$  e  $c_\zeta$  são os coeficientes de sensibilidade das grandezas de  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\zeta$ , respectivamente. Para a condição em que  $\zeta = \pi/2$  tem-se:

$$c_\alpha = \frac{\partial F}{\partial \alpha} = 1 \quad (5)$$

$$c_{\beta} = \frac{\partial F}{\partial \beta} = 0 \quad (6)$$

$$c_{\zeta} = \frac{\partial F}{\partial \zeta} = -\text{sen } \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \tan \beta \cong 0 \quad (7)$$

### b) Incerteza devido ao desvio do eixo horizontal - $u(e_h)$

A incerteza combinada devido ao erro sistemático proveniente do desvio do eixo horizontal é dada por

$$u_c^2(e_h) = i^2 \cdot u^2(\zeta) \quad (8)$$

sendo a componente horizontal do erro sistemático dada por,

$$e_h = G(i, \zeta) = i \cdot \cot \zeta \quad (9)$$

A incerteza combinada de  $e_h$ ,  $u_c(e_h)$ , é determinada através das incertezas das grandezas de entrada  $u(i)$  e  $u(\zeta)$  pela lei de propagação da incerteza, como segue:

$$u_c^2(e_h) = c_i^2 u^2(i) + c_{\zeta}^2 u^2(\zeta) \quad (10)$$

O desvio do eixo horizontal em relação a um plano perpendicular ao eixo vertical é denotado como erro do eixo horizontal  $i$  e,  $c_i$  e  $c_{\zeta}$  são os coeficientes de sensibilidade das grandezas de  $i$  e  $\zeta$ , respectivamente. Para a condição em que  $\zeta = \pi/2$  tem-se:

$$c_i = \frac{\partial G}{\partial i} = 0 \quad (11)$$

$$c_{\zeta} = \frac{\partial G}{\partial \zeta} = -i \quad (12)$$

### c) Incerteza devido ao erro de oscilação do eixo vertical - $u(\alpha_h)$

A incerteza combinada devido ao erro de oscilação do eixo vertical é dada por

$$u_c^2(\alpha_h) = \frac{h^2 \cdot \cos^2 \delta_i}{d^2} \cdot u^2(\delta_i) + \text{sen}^2 \delta_i \cdot \left( u^2(\zeta_i) + \frac{1}{d_i} u^2(h) + \frac{h}{d_i^2} u^2(d_i) \right) \quad (13)$$

sendo a componente horizontal do erro sistemático dada por,

$$\alpha_h = \text{arc cot} \frac{h \cdot \text{sen } \delta_i \cdot \cos \gamma_i + d_i \cdot \text{sen } \zeta_i \cdot (\cos^2 \gamma_i \cos \delta_i + \text{sen}^2 \gamma_i) + d_i \cdot \cos \zeta_i \cdot \cos \gamma_i \text{ sen } \delta_i}{h \cdot \text{sen } \delta_i \cdot \text{sen } \gamma_i + d_i \cdot \text{sen } \zeta_i \cdot \text{sen } \gamma_i \cos \gamma_i (\cos \delta_i - 1) + d_i \cdot \cos \zeta_i \cdot \text{sen } \gamma_i \text{ sen } \delta_i} \quad (14)$$

A determinação de  $\delta_i$  para cada medição só é possível para teodolitos especiais que possuem sistema de correção do desvio do eixo vertical em particular (erro de oscilação e erro do eixo vertical). Além disso, a curva de erros não é estável ao longo do tempo que, ao contrário, varia a cada montagem do teodolito. Isto sugere que este erro seja tratado como um erro aleatório. A consequência disso é o aumento da incerteza final, no entanto, em muitos casos isto pode ser perfeitamente admissível.

Para isto, pode-se considerar  $\gamma_i$  em uma condição bastante desfavorável, como  $\gamma_i = \pi/2$ . Assim,  $\text{sen } \gamma_i = 1$  e  $\cos \gamma_i = 0$ , e a equação 4.21 pode ser simplificada para:

$$\alpha_h = I(\delta_i, \zeta_i, h, d_i) = \arctan \left( \frac{h \cdot \text{sen } \delta_i + d_i \cdot \cos \zeta_i \cdot \text{sen } \delta_i}{d_i \cdot \text{sen } \zeta_i} \right) \quad (15)$$

A incerteza combinada de  $\alpha_h$ ,  $u_c(\alpha_h)$ , é determinada através das incertezas das grandezas de entrada  $u(\delta_i)$ ,  $u(\zeta_i)$ ,  $u(h)$  e  $u(d_i)$  pela lei de propagação da incerteza, como segue:

$$u_c^2(\alpha_h) = c_{\delta_i}^2 u^2(\delta_i) + c_{\zeta_i}^2 u^2(\zeta_i) + c_h^2 u^2(h) + c_{d_i}^2 u^2(d_i) \quad (16)$$

A rotação do teodolito em torno do eixo vertical produz um erro de oscilação, admitindo-se que o eixo vertical encontre-se inclinado de um ângulo  $\delta_i$  e,  $c_{\delta_i}$ ,  $c_{\zeta_i}$ ,  $c_h$  e  $c_{d_i}$  são os

coeficientes de sensibilidade das grandezas de  $\delta_i$ ,  $\zeta_i$ ,  $h$  e  $d_i$ , respectivamente. Para a condição em que  $\zeta = \pi/2$  tem-se:

$$c_{\delta_i} = \frac{\partial I}{\partial \delta_i} = \frac{h \cdot \cos \delta_i}{d_i} \quad (17)$$

$$c_{\zeta_i} = \frac{\partial I}{\partial \zeta_i} = -\text{sen } \delta_i \quad (18)$$

$$c_h = \frac{\partial I}{\partial h} = \frac{\text{sen } \delta_i}{d_i} \quad (19)$$

$$c_{d_i} = \frac{\partial I}{\partial d_i} = \frac{h \cdot \text{sen } \delta_i}{d_i} \quad (20)$$

**d) Incerteza devido ao desvio do eixo vertical -  $u(\alpha_H)$**

A incerteza combinada de  $\alpha_h$ ,  $u_c(\alpha_H)$ , é determinada através das incertezas das grandezas de entrada  $u(\delta)$ ,  $u(\zeta)$ ,  $u(h)$  e  $u(d)$  pela equação 21:

$$u_c^2(\alpha_H) = \frac{h^2 \cdot \cos^2 \delta}{d^2} \cdot u^2(\delta) + \text{sen}^2 \delta \cdot \left( u^2(\zeta) + \frac{1}{d} u^2(h) + \frac{h}{d^2} u^2(d) \right) \quad (21)$$

A componente horizontal do erro proveniente do desvio vertical,  $\alpha_H$ , é dada pela equação 15. Esta incerteza difere da incerteza de oscilação, item c, no valor de entrada de  $\delta$ .

Conforme (Wendt, 1995), a influência da componente horizontal do erro proveniente do desvio vertical é semelhante ao efeito da componente horizontal do erro de oscilação. Entretanto, o desvio do eixo vertical  $\delta$  é independente da direção de observação, sendo constante para qualquer alvo.

**e) Incerteza devido ao erro de graduação da escala horizontal -  $u(\Delta\eta_g)$**

A incerteza combinada de  $\Delta\eta_g$ , é determinada através da incerteza da grandeza de entrada  $\Delta\eta_i$  e da média  $\overline{\Delta\eta}$ , pela equação:

$$u_c^2(\Delta\eta_g) = c_{\Delta\eta_i}^2 u^2(\Delta\eta_i) + c_{\overline{\Delta\eta}}^2 u^2(\overline{\Delta\eta}) \quad (22)$$

O erro de graduação da escala é obtido da comparação do teodolito com a mesa-padrão geradora de ângulos.

O valor do erro é dado por:

$$\Delta\eta_i = (\eta_{\text{mesa}})_i - (\eta_{\text{teod}})_i \quad (23)$$

A soma das diferenças deve ser minimizada, para eliminar o erro sistemático do zero da escala do teodolito, subtraindo-se cada diferença pela média das diferenças  $\overline{\Delta\eta}$ . Assim o resultado corrigido é expresso por:

$$\Delta\eta_g = \Delta\eta_i - \overline{\Delta\eta} \quad (24)$$

**f) Incerteza devido ao erro focal no plano horizontal -  $u(\Delta f_h)$**

A incerteza combinada de  $\Delta f_h$  é determinada, através da incerteza da grandeza de entrada  $f_h$  e da média  $\overline{f_h}$ , pela equação:

$$u_c^2(\Delta f_h) = c_{f_h}^2 u^2(f_h) + c_{\overline{f_h}}^2 u^2(\overline{f_h}) \quad (25)$$

O erro focal,  $f_h$ , é obtido pela comparação do eixo focal do teodolito com o eixo focal do autocolimador.

A soma dos erros focais deve ser minimizada, eliminando-se o erro sistemático residual do alinhamento dos eixos focais, subtraindo-se cada diferença pela média das diferenças  $\overline{f_h}$ . Assim o resultado corrigido é

$$\Delta f_h = f_h - \overline{f_h}. \quad (26)$$

**g) Incerteza devido ao erro de pontaria -  $u(e_p)$**

A incerteza combinada de  $\Delta p$  é determinada pela equação:

$$u_c^2(\Delta p) = u^2(D) + u^2((e_p)_i) + u^2((e_p)_{i+1}) \quad (27)$$

Considerando que:

$$u^2((e_p)_i) \cong u^2((e_p)_{i+1}) \quad (28)$$

e que:

$$u^2(D) \cong 0 \quad (29)$$

A incerteza devido ao erro de pontaria,  $e_p$ , é determinada pela medição em intervalos regulares sobre a graduação da escala no retículo do autocolimador. O ângulo medido em cada intervalo é denominado  $\Delta p$ , que é dado por:

$$\Delta p = D + (e_p)_i + (e_p)_{i+1} \quad (30)$$

onde  $D$  é a distância entre dois traços da escala,  $e$ ,  $(e_p)_i$  e  $(e_p)_{i+1}$  são os erros de pontaria em dois traços consecutivos.

Tem-se que os valores de  $\Delta p$  determinam a dispersão do erro de pontaria duplicado, logo:

$$u_c^2(e_p) = \frac{u^2(\Delta p)}{2} \quad (31)$$

**h) Incerteza devido a variação de temperatura na escala,  $u(\theta_T)$**

A incerteza combinada de  $\theta_T$ , é determinada pela equação:

$$u_c^2(\theta_T) = c_{\Delta T}^2 u^2(\Delta T) + c_{\tau}^2 u^2(\tau) \quad (32)$$

O desvio angular proveniente da variação cíclica de temperatura  $\theta_T$  é uma função de  $\Delta T$  e do coeficiente de dilatação linear da escala,  $\tau$ , como segue:

$$\theta_T = N(\Delta T, \tau) \quad (33)$$

Pode-se ainda, supor que a amplitude de uma variação aproximadamente cíclica, no tempo, da temperatura sobre um sistema termostático produz uma distribuição em forma de U (arco seno) de temperaturas, resultando em uma incerteza padronizada de:

$$u(\Delta T) = \frac{\Delta T}{\sqrt{2}} \quad (34)$$

**4.1.3 Equação da incerteza combinada**

A equação 1 fornece o ângulo horizontal corrigido de todos os erros de medição que podem afetar a medição com o teodolito.

A incerteza combinada do ângulo horizontal  $\eta'$ ,  $u_c(\eta')$  é determinada através da incerteza da grandeza de entrada  $u_c(\eta_i)$ , e, das correções dos erros que são funções de outras variáveis de entrada. (Branco, 1999)

A lei de propagação da incerteza relaciona essas grandezas da seguinte forma:

$$u_c^2(\eta'_i) = u^2(\eta_i) + u^2(\alpha') + u^2(e_h) + u^2(\alpha_h) + u^2(\alpha_H) + u^2(\Delta\eta_g) + u^2(\Delta f_h) + u^2(e_p) + u^2(\theta_T) + 2.u(\alpha', e_h) + 2.u(\alpha', \alpha_h) + 2.u(\alpha', \alpha_H) + 2.u(e_h, \alpha_h) + 2.u(e_h, \alpha_H) + 2.u(\alpha_h, \alpha_H) \quad (35)$$

Considerando-se que todas as incertezas estão expressas com o mesmo nível de confiança, esta equação é simplificada para:

$$u_c^2(\eta'_i) = u^2(\eta_i) + u^2(\alpha') + u^2(e_h) + u^2(\alpha_{h+H}) + u^2(\Delta\eta_g) + u^2(\Delta f_h) + u^2(e_p) + u^2(\theta_T) + 2.u(\alpha'_i, e_h) + 2.u(\alpha'_i, \alpha'_{h+H}) + 2.u(e_h, \alpha'_{h+H}) \quad (36)$$

Tem-se que a covariância entre as grandezas correlacionadas é dada por:

$$u(\alpha'_i, e_h) = r(\alpha'_i, e_h) \cdot u(\alpha'_i) \cdot u(e_h) = 0 \quad (37)$$

$$u(\alpha'_i, \alpha_{h+H}) = r(\alpha'_i, \alpha_{h+H}) \cdot u(\alpha'_i) \cdot u(\alpha_{h+H}) = 0 \quad (38)$$

$$u(e_h, \alpha_{h+H}) = r(e_h, \alpha_{h+H}) \cdot u(e_h) \cdot u(\alpha_{h+H}) = 0 \quad (39)$$

Observando-se a equação 2, tem-se que a  $u(\zeta)$  é muito pouco representativa na determinação de  $u(\alpha')$  sendo considerada igual a zero. Dessa forma, a correlação de  $\alpha'$  com qualquer outra grandeza na dependência de  $\zeta$  é muito fraca podendo ser desprezada. De maneira semelhante ocorre na equação 13. Logo a equação 36, é simplificada para:

$$u_c^2(\eta'_i) = u^2(\eta_i) + u^2(\alpha') + u^2(e_h) + u^2(\alpha_{h+H}) + u^2(\Delta\eta_g) + u^2(\Delta f_h) + u^2(e_p) + u^2(\theta_T) \quad (40)$$

Aplicando-se as incertezas combinadas das variáveis de entrada de cada uma das correções, tem-se a equação de incerteza expandida para:

$$u_c^2(\eta'_i) = u^2(\eta_i) + u^2(\alpha) + i^2 \cdot u^2(\zeta) + \frac{h^2 \cdot \cos^2(\delta_h + \delta_H)}{d^2} u^2(\delta_h + \delta_H) + \\ + \text{sen}^2(\delta_h + \delta_H) \left( u^2(\zeta_i) + \frac{u^2(h)}{d} + \frac{h \cdot u^2(d)}{d^2} \right) + u^2(\Delta\eta_g) + u^2(\Delta f_h) + u^2(e_p) + u^2(\theta_T) \quad (41)$$

## 4.2 Modelo Matemático da Medição no Plano Vertical

Assim como foi utilizada uma formulação matemática para avaliar a influência das variáveis de entrada na determinação da incerteza de medição no plano horizontal, foi desenvolvido especificamente para o plano vertical.

### 4.2.1 Fórmula de correção no plano vertical

O ângulo vertical corrigido é dado por:

$$\zeta'_i = \zeta_i - \beta' - e_v - \overline{\Delta\zeta_i} - \overline{\Delta\zeta_v} - v - \Delta\zeta_g - \Delta f_v - e_p - \theta_T \quad (42)$$

### 4.2.2 Equação da incerteza combinada

A equação 42 fornece o ângulo vertical corrigido de todos os erros de medição que podem afetar a medição com o teodolito.

A incerteza combinada do ângulo horizontal  $\zeta'$ ,  $u_c(\zeta')$  é determinada através da incerteza da grandeza de entrada  $u_c(\zeta_i)$ , e, das correções dos erros que são funções de outras variáveis de entrada. (Branco, 1999)

A lei de propagação da incerteza relaciona essas grandezas da seguinte forma:

$$u_c^2(\zeta'_i) = u^2(\zeta_i) + u^2(\beta) + \left( 8 + \text{sen}^2(\delta_i + \delta_v) \right) \cdot u^2(\zeta) + \frac{h^2}{d^2} \text{sen}^2(\delta_i + \delta_v) u^2(\delta_{i+v}) + \\ + u^2(\Delta\zeta_g) + u^2(\Delta f_v) + u^2(e_p) + u^2(\theta_T) + 4 \cdot u(\zeta) \cdot \sqrt{u^2(\beta) + 4 \cdot u^2(\zeta)} + \\ + \left( 4 u(\zeta) + 2 \cdot \sqrt{u^2(\beta) + 4 u^2(\zeta)} \right) \cdot \sqrt{\frac{h^2}{d^2} \text{sen}^2(\delta_i + \delta_v) \cdot u^2(\delta_{i+v}) + \cos^2(\delta_i + \delta_v) \cdot u^2(\zeta)} \quad (43)$$

## 5. CONCLUSÕES

O estudo dos erros do teodolito mostra que a incerteza de medição é principalmente influenciada por 3 erros, o erro de colimação horizontal, erro de zero da escala vertical  $v$ , simultaneamente com a componente vertical do erro de colimação e o erro do eixo horizontal,  $i$ .

Os erros de colimação horizontal e vertical dependem da distância do alvo devido a divergência entre o eixo de colimação e o eixo óptico. As variações do eixo de colimação no espaço são causadas pelo movimento dos focos das lentes. Como resultado o eixo de



colimação descreve uma curva espacial. A curvatura dos desvios do eixo de colimação é reprodutível por um período de muitos meses. Por outro lado, o eixo se move em toda a sua extensão em um tempo relativamente curto. Por isto, o deslocamento da curva que descreve a relação entre ajuste do foco e direção do eixo de colimação deve de ser verificada antes de iniciar as medições.

Antes de iniciar as medições o erro de zero da escala vertical deve ser avaliado, assim como a correspondente incerteza da correção. Variações do eixo de colimação e do erro de zero da escala vertical, com respeito a distância de focalização são reprodutíveis na faixa de 0,3 seg por mais de um ano. Somando a isto pode ser dito que após todas as correções comuns deve ser introduzido uma incerteza de medição angular global dependendo da reprodutibilidade da pontaria e do erro devido ao movimento de focalização das lentes. Esses erros são estáveis por longo período. Além disso, a incerteza de medição angular é influenciada pela incerteza da colimação, pelas incertezas provenientes do eixo horizontal, da oscilação e inclinação do eixo vertical e pela incerteza da graduação da escala.

Existe um interesse crescente na indústria pela calibração de teodolitos devido à evolução tecnológica oriunda da busca pela competitividade entre as empresas, e pelas exigências dos procedimentos da Qualidade para com os Certificados de Calibração de Instrumentos, buscando-se a confiabilidade dos resultados.

Ainda não foram identificados laboratórios, tanto no Brasil como em países europeus, que fossem credenciados para realizar a calibração de teodolitos. Na realidade, alguns laboratórios prestam serviços de verificação do instrumento segundo normas de verificação em campo mas nenhum deles é capacitado a realizar a calibração segundo os conceitos atualmente aceitos em Metrologia.

O artigo aqui apresentado aborda um estudo sobre os erros de medição com teodolitos que foi desenvolvido para a implementação da calibração de teodolitos que está sendo desenvolvida no Laboratório de Metrologia Dimensional do INMETRO, possibilitando a realização de experimentos e o estudo de sua aplicabilidade na resolução da questão apresentada.

## **6. AGRADECIMENTOS**

Os autores agradecem ao Instituto Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial (INMETRO) que através do Laboratório de Metrologia Dimensional vem oferecendo suporte para o desenvolvimento deste trabalho e à Universidade Federal Fluminense pelo apoio científico.

## **7. REFERÊNCIAS**

- Branco, D.F., Muñoz, G.S., Leta, F.R., Oliveira J.C.V, 1998, “Considerações Sobre a Calibração de Teodolitos Segundo Conceitos Atuais de Metrologia”, 8º Congresso Chileno de Ingeniería Mecánica, Concepción, 915 - 919.
- Branco, D.F., Muñoz, G.S., Leta, F.R., Oliveira J.C.V, 1999, “Desvios de Medição na Calibração de Teodolitos”, 5ª Semana de Engenharia, Niterói, Rio de Janeiro.
- Branco, D.F., 1998, “Calibração de Teodolitos”, Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, R.J., Brasil, 133p.
- INMETRO, 1997, “Guia para Expressão da Incerteza de Medição” Duque de Caxias, Brasil.
- ISO 4463-1, 1979, Measurement methods for building - Setting-out and measurement - Part 1: Planning and organization, measuring procedures, acceptance criteria.

- ISO 7077, 1981, Measurement methods for building - General principles and procedures for the verification of dimensional compliance.
- ISO 7078, 1985, Building construction - Procedures for setting-out, measurement and surveying - Vocabulary and guidance notes.
- ISO 8322-4, 1991, Building construction - Measuring instruments - Procedures for determining accuracy in use - Part 4: Theodolites.
- ISO/CD 12857-2, 1994, Optics and optical instruments - Geodetic instruments - Procedures for determining accuracy in the field - Part 2: Theodolites.
- Wendt K., Zumbrunn R., 1995, "Development of Test and Calibration Procedures for Automated Theodolite Systems in Production Metrology", Final Report.