

UMA AVALIAÇÃO TEÓRICO-EXPERIMENTAL DOS ESTUDOS DE BRYAN SOBRE O PRINCÍPIO DE ABBÈ

Benedito Di Giacomo

Alessandro Marques

Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, Departamento de Engenharia Mecânica, Av. Dr. Carlos Botelho, 1465, CEP:13560-250, São Carlos, SP, Brasil.

E-mail: amarques@sc.usp.br

Resumo

Fabricantes e usuários de Máquinas de Medir à Três Coordenadas têm grande interesse em desenvolver metodologias que permitam determinar e melhorar o desempenho destas máquinas. Este desempenho está relacionado com a capacidade de medição peças com a acuracidade requerida ou desejada. Como todo instrumento de medição, essas máquinas possuem erros que afetam a medição gerando o que convencionalmente se chama erro volumétrico. Atualmente, adota-se por hipótese a independência entre os erros individuais, de uma máquina durante o modelamento, através dos estudos de BRYAN, 1979 que reavaliou e propôs um novo enunciado para o princípio de ABBÈ para a medição de retilinearidade de guias e da análise da geometria estrutural da máquina, verificou-se a dependência entre os erros de retilinearidade e os angulares. Face ao exposto acima é o objetivo deste trabalho é expressar os erros angulares em função dos erros de retilinearidade. Tal formulação permite minimizar o número de calibrações necessárias para o levantamento do erro volumétrico e, conseqüentemente, o tempo de máquina parada requerido para o levantamento de seu comportamento metrológico.

Palavras-chave: Máquina de medir a três coordenadas, Erro de retilinearidade, Erro angular e Princípio de Abbè.

1. INTRODUÇÃO

Na competição por maiores parcelas de mercado e com o advento do processo de globalização, as empresas tem procurado cruzar fronteiras com seus produtos. Tais produtos devem ter preços competitivos, promoções de vendas e sobretudo qualidade competitiva em mercados internacionais. Dentre muitos aspectos da qualidade um dos mais importantes é o produto estar de acordo com as especificações técnicas, o que garante a intercambiabilidade e a funcionalidade do mesmo. As especificações técnicas e as normas nacionais e internacionais existem para garantir a precisão durante a fabricação.

As Máquinas de Medir a Três Coordenadas (MM3Cs) neste novo contexto, tornam-se necessárias ao ambiente das indústrias que procuram sistemas de medição flexíveis, rápidos e confiáveis, para a execução do controle dimensional de peças manufaturadas (Sosa Cardoza, 1995).

Entretanto, estas máquinas são instrumentos fundamentalmente mecânicos, e estão sujeitas a erros (Hocken, 1980; Di Giacomo, 1986). Estes erros são inerentes à sua estrutura e nas Máquinas de Medir a Três Coordenadas afetam a qualidade da medição. Os movimentos indesejáveis de cada um dos componentes da máquina são conhecidos como erros geométricos.

Os erros geométricos são divididos em dois grupos, os erros de translação e os erros de rotação de corpo rígido. São considerados erros de translação os erros de posicionamento propriamente dito e de retilinearidade, os erros de rotação são os erros conhecidos como *pitch*, *yaw* e *roll*. Se esses erros forem medidos, pode-se, através de um modelo matemático prever o erro total da máquina em todo o seu volume de trabalho (Donmez, 1986; Viera Sato, 1998).

Para determinar o comportamento metrológico de uma máquina é necessário que ela esteja inativa durante o período de calibração. Desta forma, o tempo de calibração requerido é um fator extremamente importante para as indústrias que buscam qualidade competitiva de seus produtos nacional e internacionalmente.

Um outro fator importante que afeta o tempo de máquina parada é o número de calibrações a realizar. Na modelagem das componentes dos erros volumétricos de máquinas adota-se a independência entre os erros de retilinearidade e os angulares. Através dos estudos de J.B. BRYAN, 1979 que reavaliou e propôs um novo enunciado para o princípio de ABBÈ e da análise da geometria estrutural da máquina verificou-se a existência de uma dependência entre esse dois erros. Conhecida essa correlação, o número de calibrações necessárias para levantar o comportamento metrológico da máquina pode ser minimizado.

Face ao exposto acima é objetivo deste trabalho é apresentar uma formulação matemática para determinar a correlação entre o erro de retilinearidade e o erro angular correspondente.

Para alcançar o objetivo proposto foram calibrados os erros de retilinearidade na direção do eixo “X” devido ao movimento do eixo “Y” e o erro angular *yaw* “Y” de uma Máquina de Medir a Três Coordenadas do tipo Ponte Móvel do Laboratório de Metrologia do LAMAFE - USP – São Carlos.

2. O PRINCÍPIO DE ABBÈ

O Professor Abbè em 1890 publicou no “Journal for Instrumental Information”, a primeira concepção a respeito do uso de escalas graduadas como sistema de medição de comprimentos e os benefícios obtidos caso estas escalas estivessem alinhadas com o comprimento a ser medido (BRYAN, 1979).

O primeiro e único princípio de projeto de máquinas ferramentas e da metrologia dimensional consiste na concepção de máquinas com o sistemas de medição colineares com os deslocamentos a serem medidos. Neste caso, diz-se que há concordância com o Princípio de Abbè. No entanto, a concepção de tais máquinas é praticamente impossível.

BRYAN, J.B., 1979 reavaliou e propôs um novo enunciado para o princípio de Abbè para situações em que o projeto de máquinas com o sistema de medição do deslocamento alinhado ao eixo de medição não era possível.

BRYAN estendeu o Princípio de Abbè para medição de retilinearidade de guias. O Princípio de Bryan, diz o seguinte :

“Um sistema de medição de retilinearidade deve estar em linha com o ponto funcional no qual a retilinearidade é medida. Se isto não for possível, todas as guias que transferem a medição devem estar livres de movimento angular ou os dados do movimento angular devem ser usados nas compensações dos possíveis desvios.”

Nas Figuras de 1 a 3 pode ser observado o sistema interferométrico laser, fazendo a medição do erro de retilinearidade e um nível eletrônico medindo o erro angular, e ainda, a

ilustração de alguns dos movimentos que podem ocorrer nas guias, mostrado em exagero para um melhor entendimento.

A Figura 1 mostra o movimento ao longo de uma guia que tem um desenho senoidal. A distância entre os dois pontos de contato do carro na guia, tem um espaçamento igual ao número inteiro de comprimentos de onda.

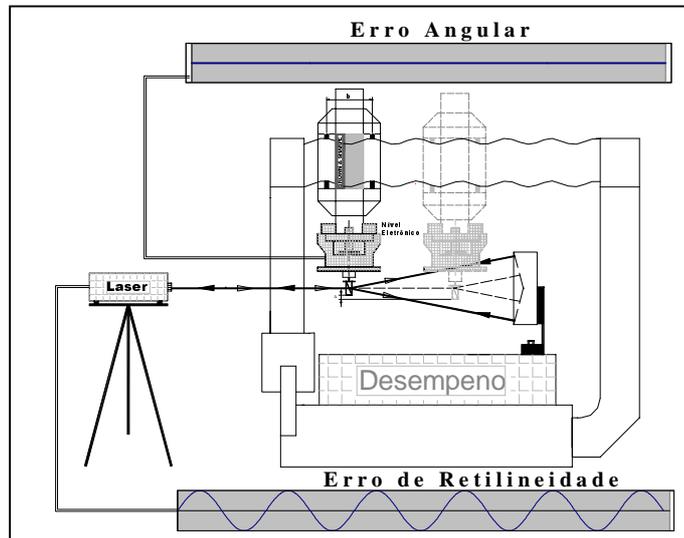


Figura 1 – Erro de retilidade e angular de uma guia ondulada e distâncias dos mancais “ b ” igual a um comprimento de onda.

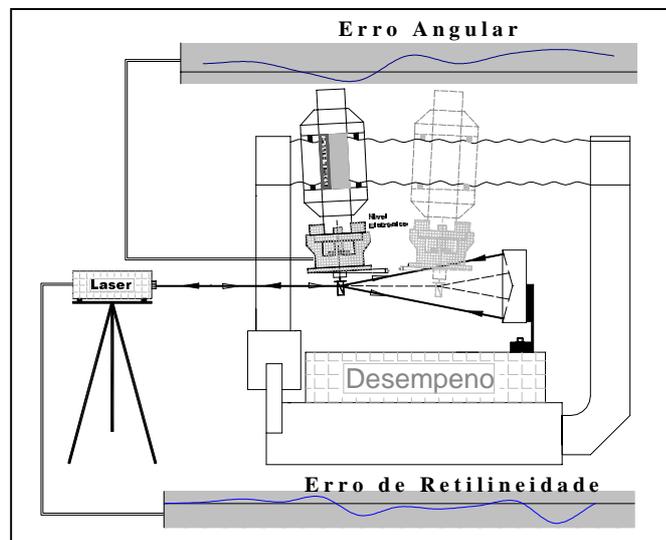


Figura 2 – Erro de retilidade e angular de uma guia em forma senoidal e distâncias dos mancais b igual a metade de um comprimento de onda

Pode-se afirmar que o movimento do carro é livre do movimento angular, mas não é retilíneo, ou seja, o erro de retilidade é o movimento sentido pelo Sistema Interferométrico Laser e o erro angular é zero pois não há nenhuma inclinação do carro em relação ao eixo de movimentação, o carro sempre permanece paralelo a este eixo. Isto mostra que se o erro de retilidade e a distância entre os pontos de contato forem conhecidos o erro angular, pode ser facilmente determinado. Neste caso particular é nulo. (BRYAN, 1979).

Na Figura 2 pode-se observar movimentos angulares sofridos pelo carro e o erro de retilidade. Este caso é o mais geral e o mais provável.

A Figura 3 mostra a guia em um movimento angular uniforme, ou seja, uma guia circular de raio R . O carro se movimenta e o sistema interferométrico laser mostra o erro de retilidade de grandeza igual a S de uma das cordas do círculo de raio R . Esta corda deve ser pelo menos 10 vezes menor que o raio para que o método seja utilizado.

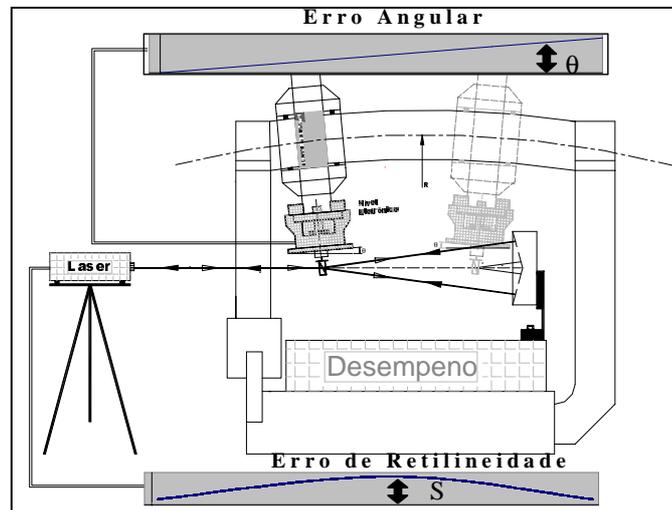


Figura 3 – Erro de retilidade e angular de uma guia em forma circular e distâncias dos mancais “b” conhecida

O erro de retilidade mostrado pode ser visualizado como um arco de circunferência, pode-se então dizer que o ângulo formado pelo carro ao longo do deslocamento é um ângulo constante. Para que o erro angular seja determinado deve-se calcular o primeiro ângulo θ_0 e considera-lo como referência e a cada novo θ_i calculado deve-se subtrair o θ_0 de referência e somá-lo ao θ_i anterior. Obtém-se assim o que foi mostrado no gráfico da Figura 3, sendo o erro angular uma reta cuja inclinação é θ .

3. EQUACIONAMENTO MATEMÁTICO

Para melhor compreensão do equacionamento matemático a ser proposto, considere como exemplo, o gráfico da Figura 4 como sendo o resultado da calibração obtido a partir dos dados coletados durante a calibração de um erro de retilidade com o carro movendo-se ao longo do eixo “X”. Na Figura 4, pode-se observar o erro de retilidade no sentido de ida e no sentido de volta, ainda os desvios padrões do sentido de ida. Os desvios padrões para o sentido de volta não estão apresentados para evitar a presença de muitas curvas, que podem dificultar a interpretação dos resultados.

A formulação para o cálculo do erro angular a partir do erro de retilidade será realizada para os dados do erro no sentido de ida, apresentado agora de maneira individual na Figura 5.

Seja também, b a distância conhecida entre os mancais da máquina. Com esses dados, pode-se escrever a diferença f_2 sendo as distâncias entre mancais e entre os pontos de apoio na guia. A equação (2), onde (x_0, y_0) são as coordenadas do ponto P_0 pertencente a $f(x)$ que se encontra a uma distância b do ponto P_0 .

$$f_1 = y - f(x) \tag{1}$$

$$f_2 = b - \sqrt{(x'_0 - x_0)^2 + (y'_0 - y_0)^2} \tag{2}$$

Na Figura 5 pode ser observado um carro sobre uma curva ajustada do erro de retilidade.

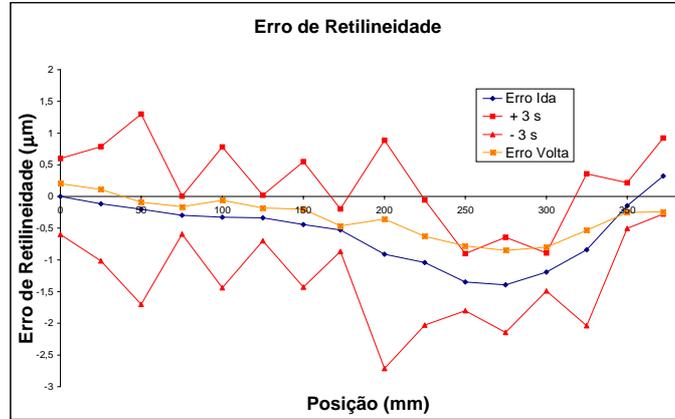


Figura 4 – Curva de um erro de retilidade

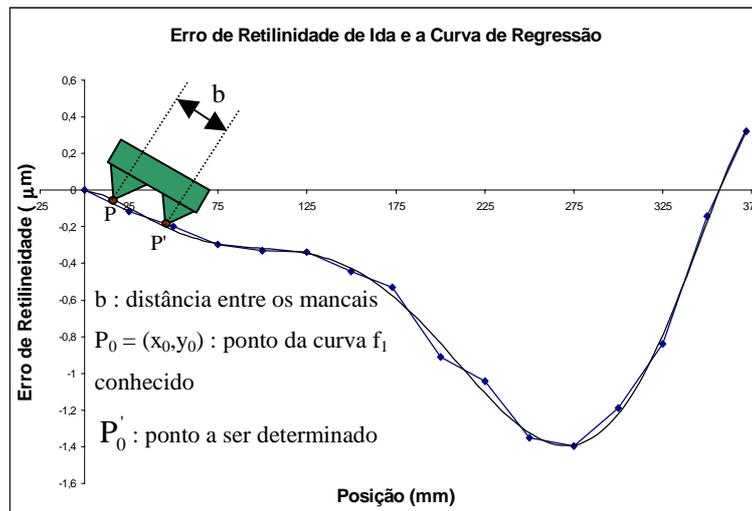


Figura 5 – Erro de retilidade e curva de ajuste de erro, no sentido de ida e representação do carro sobre a curva

Desta forma, as coordenadas do ponto P'_0 são obtidas aplicando o Método de Newton para sistemas não lineares, sistema (3). Um programa computacional foi preparado para executar o método.

$$\begin{cases} f_1(x_0, y_0) = 0 \\ f_2(x_0, y_0) = 0 \end{cases} \tag{3}$$

Conhecidos os pontos P_0 e P'_0 , determina-se a reta que representa a posição e a inclinação do carro no momento que se encontra na posição inicial, P_0 . Através da equação (4) é possível então determinar a tangente do ângulo formado pelo carro com relação ao eixo de movimento

da máquina. Tal coeficiente é muito pequeno e portanto pode-se considerar que a $\text{tg}\theta$ é igual ao valor do ângulo θ .

$$m = \text{tg}\theta = \frac{y_0' - y_0}{x_0' - x_0} = \theta_M = \theta_r \quad (4)$$

Calculado o primeiro ângulo θ , denominado θ_r , e considerado o ângulo de referência para os cálculos. Pode-se utilizando o mesmo procedimento determinar os ângulos θ_{Mi} para os n pontos P_i , coletados durante a calibração do erro de retilidade.

A Figura 6 mostra o carro em duas posições distintas: a primeira na posição de referência e, a segunda, em uma posição qualquer ao longo do eixo de medição.

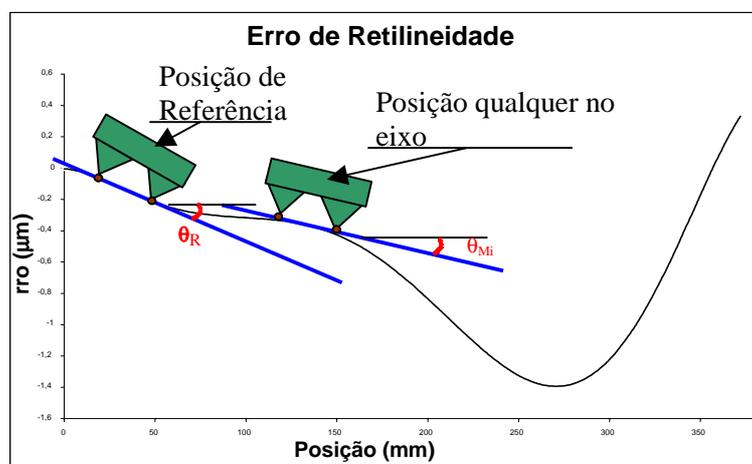


Figura 6 – Esquema para encontrar o erro angular

O erro angular obtido a partir da curva de retilidade é dado pela equação (5), onde: n é o número de pontos avaliados durante a calibração do erro de retilidade, θ_{Mi} ($i = 1, \dots, n$) é o ângulo θ calculado no ponto P_i , θ_r ($i = 1, \dots, n$) é o erro angular calculado no ponto P_i .

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \theta_r - \theta_r \\ \theta_2 &= \theta_1 + (\theta_{M2} - \theta_r) \\ &\dots \\ \theta_n &= \theta_{n-1} + (\theta_{Mn} - \theta_r) \end{aligned} \quad (5)$$

4. CALIBRAÇÃO DO ERRO DE RETILIDADE NA DIREÇÃO “X” DEVIDO AO MOVIMENTO “Y” E O ERRO ANGULAR YAW “Y”

A calibração do erro de retilidade na direção “X” ao longo do eixo “Y” e do erro angular yaw “Y” foi executada utilizando-se um interferômetro laser. Para a realização das medições observou-se: o alinhamento do sistema laser acima de 90%, tempo de equilíbrio térmico do conjunto de $12 \pm 0,5$ horas, as condições do meio ambiente permaneceram em $20 \pm 1^\circ \text{C}$, umidade relativa do ar em $40 \pm 10\%$ e pressão atmosférica em $693 \pm 3 \text{ mmHg}$ (Marques, 1999).

A calibração, de cada erro, foi efetuada passo a passo, sendo o erro coletado a cada 25 mm no eixo “Y” de medição. Foram realizados 5 (cinco) ciclos de medição, sendo cinco

trajetos no sentido de ida e cinco trajetos no sentido de volta. Para determinar a interferência dos erros de folga e histerese, antes da inversão do sentido de deslocamento, foi realizado o que na literatura é conhecido como “correção de *backlash*”, isto é, avança-se com o carro pouco além da última posição de leitura no sentido da medição e retorna-se a ela novamente iniciando a leitura no sentido contrário (French & Humphries, 1967).

4.1 Erro de retilidade na direção “X” devido ao movimento ao longo do eixo “Y”

Foi utilizado para a medição do erro de retilidade o Sistema Interferométrico Laser, o qual contém um “Prisma de Wollaston”, que é fixado na parte móvel da máquina entre o canhão laser e os espelhos refletores que estão fixos à mesa da máquina.

Os valores indicados pelo mostrador do laser não correspondem aos valores reais do erro de retilidade. Tais valores tem neles incluídos o desalinhamento entre o feixe de luz laser e a direção de movimentação. Através do método dos mínimos quadrados, ajusta-se uma curva, que é denominada como equação do desalinhamento. Assim, o erro de retilidade é calculado utilizando a equação dada em (6).

$$\text{Erro de Retilidade} = \left(\text{valor encontrado através da} \right) - \left(\text{Valor indicado} \right) \quad (6)$$

$$\text{equação do desalinhamento} \quad \left(\text{na instrumentação} \right)$$

4.2 Calibração do erro de yaw do eixo “Y”

O erro de rotação em torno do eixo “Z” devido ao movimento ao longo do eixo “Y”, *yaw* “Y”, foi medido na mesma posição de calibração do erro de retilidade. A calibração foi efetuada posicionando o carro “Y” no intervalo de 0 mm a 350 mm para *yaw* “Y”.

5. RESULTADOS EXPERIMENTAIS E DISCUSSÃO

O erro de retilidade na direção “X” devido ao movimento em “Y”, foi medido utilizando o interferômetro laser, coletado no eixo Y no intervalo de 25mm a 375mm. O gráfico da Figura 7 mostra o comportamento deste erro, onde as parcelas devido ao desalinhamento foram eliminadas. Este gráfico apresenta nas abscissas as posições do carro de movimentação Y, em milímetros (mm), onde os valores dos erros foram lidos. Na ordenada estão os valores dos erros, em micrometro (μm), para os sentidos de ida e de volta e os desvios padrões do sentido de ida.

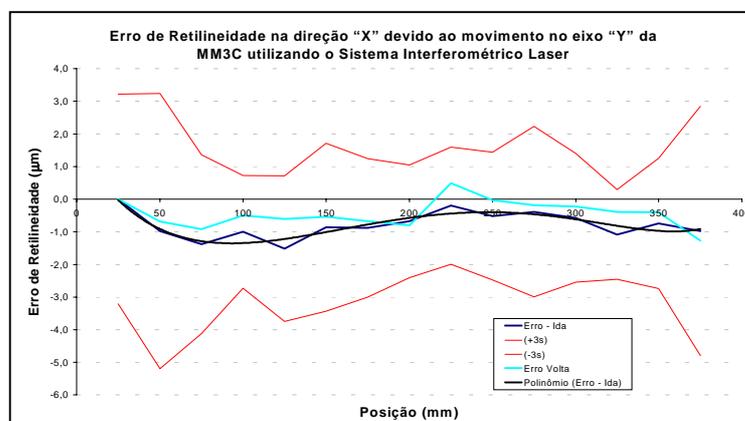


Figura 7 – Erro de retilidade em “X” devido ao movimento no eixo “Y”

Analisando o gráfico da Figura 7 se pode observar que os erros médios de reticidade no sentido de ida e de volta são extremamente pequenos. O erro aleatório comparado com os valores médios é relativamente grande. A curva ajustada ao conjunto de dados para o sentido de ida, também pode ser visualizada neste gráfico. Esta curva, obtida a partir da análise de regressão, apresenta um coeficiente de correlação de 85 %, e pode ser considerada adequada devido a amplitude do erro de reticidade ser muito pequena.

A expressão obtida, através da análise de regressão, é dada na equação (7).

$$\delta x(y) = 2*10^{-14} * x^6 - 3*10^{-11} * x^5 + 10^{-8} * x^4 - 5*10^{-6} * x^3 + 0,0009 * x^2 - 0,0867 * x + 1,6317 \quad (7)$$

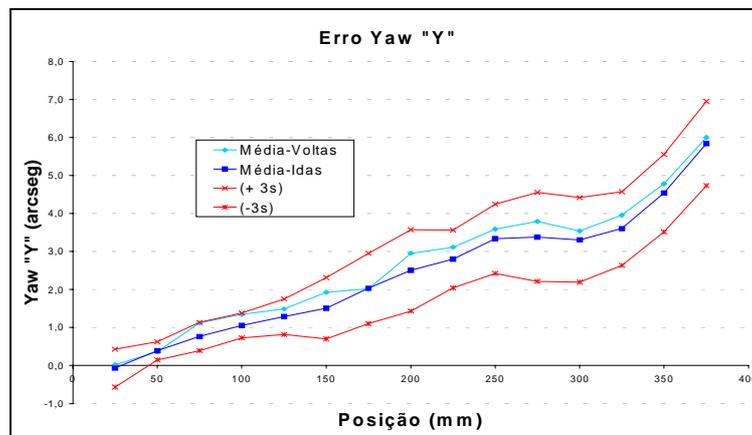


Figura 8 – Erro yaw do eixo “Y”

O gráfico da Figura 8 apresenta o comportamento do erro yaw “Y” da MM3C. Analisando esse gráfico pode-se notar que os valores dos erros são pequenos para os dois sentidos de medição.

A histerese também é pequena alcançando um valor máximo de aproximadamente 2 arcsegundos. Além disso, a curva que representa o comportamento do erro no sentido de volta está contida entre as curvas que representam os erros aleatórios de ida. Desta forma, o comportamento do erro yaw do eixo “Y” pode ser descrito a partir do comportamento do erro em um dos sentidos de medição.

O erro angular yaw “Y” foi calculado utilizando os valores obtidos a partir da calibração do erro de reticidade do eixo “Y” na direção “X”.

Para utilizar o método proposto é necessário analisar a guia “Y” da MM3C e a posição dos mancais aerostáticos. Foi observado que quando a régua móvel está na posição 0, o primeiro mancal está na posição -150 mm, isto é, até que este mancal não alcance a posição 0 não é possível utilizar o método, pois não se conhece os valores do erro de reticidade nos dois pontos de contato dos mancais na guia.

Se executados todos os passos da formulação matemática anteriormente descritos, obtém-se a curva que representa o erro angular yaw “Y”, calculado.

O gráfico da Figura 9 apresenta duas curvas de erros de yaw “Y”. Uma é a curva obtida através do método proposto. A curva foi zerada no primeiro ponto calculado, isto é, o ponto 150 mm. A outra é a curva obtida a partir da calibração do erro, ou seja, a curva de ida mostrada na Figura 8. Como pode ser visualizado, na Figura 9, as duas curvas tem a mesma

tendência e são extremamente parecidas, mostrando que é possível calcular com acuracidade o erro angular *yaw* “Y” a partir do erro de retilidade.

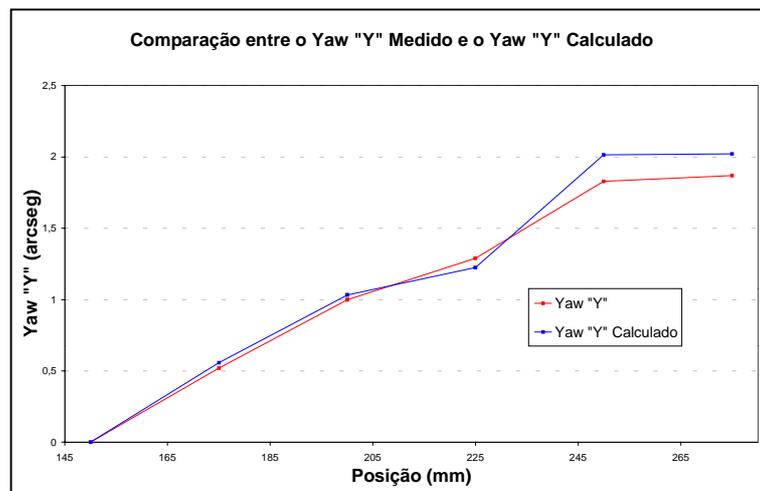


Figura 9 – Comparação dos resultados obtidos através da calibração do erro angular *yaw* “Y” e do calculado através do método proposto

6. CONCLUSÕES

Neste artigo foi apresentada uma formulação matemática para determinar a correlação existente entre os erros de retilidade e os erros angulares.

Para concretização da metodologia proposta, foi necessário, construir as curvas dos erros de retilidade, estudar a estrutura da máquina, desenvolver programas computacionais para a execução de algoritmos e utilizar ferramentas estatísticas para a análise dos erros.

A calibração dos erros de retilidade, da MM3C do Tipo Ponte Móvel, foi realizada com o Sistema Interferométrico Laser. O estudo da estrutura da máquina serviu para localização e análise dos mancais aerostáticos, verificando a distância entre eles e seu comportamento sobre as guias.

Os resultados obtidos através da formulação proposta foram comparados com os levantados durante a calibração do erro angular *yaw* “Y”, apresentando uma correlação média de 94,7%. Mostrando assim, que é viável utilizar a formulação matemática apresentada.

A equação de correlação entre o erro de retilidade encontrado durante a calibração e o polinômio ajustado para esse erro, pode ser considerada adequada devido à dimensão do erro de retilidade ser extremamente pequena, onde este coeficiente foi de 85%.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BRYAN, J.B. (1979) “The Abbè principle revisited: an updated interpretation”. Precision Engineering, vol.1, No 1, Jul.: 129-132.
- DI GIACOMO, B. (1986). “Computer aided calibration and hybrid compensation of geometric errors in coordinate measuring machines”. MANCHESTER. 418p. PhD Thesis - THE VICTORIA UNIVERSITY OF MANCHESTER.
- DONMEZ, M. A. et al. (1986). “A general methodology for machine tool accuracy enhancement by error compensation”. Precision Engineering, v.8 n.4 p.187-196

- EVANS, C.J.; HOCKEN, R.J.; ESTLER, W.T. (1996) “Self-Calibration: reversal, redundancy, error separation, and “absolute testing””, CIRP Annals, Vol 45/2.
- FRENCH, D. & HUMPHRIES, S. H.. (1967) “Compensation for the backlash and alignment errors in a numerically controlled machine tool by a digital computer programme”. Proceedings of 8th MTDR Conference, p. 707-726.
- HOCKEN,R.J. & MACHINE TOOL TASK FORCE (1980). “Machine tool accuracy. Technology of Machine Tools”, vol. 5, Oct.
- MARQUES, A. (1999). “A correlação entre os erros de retilidade e angulares nas Máquina de Medir a Três Coordenadas”. São Carlos. 131p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos – USP.
- SOSA CARDOZA, J.A. (1995). “Máquinas virtuais de medir a três coordenadas”. São Carlos. 209p. Tese (Doutorado) - EESC – USP.
- VIERA SATO, D. P. (1998). “Uma contribuição ao modelo de sintetização de erros em máquinas ferramentas”. São Carlos. 200p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos – USP.