

SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DE FRANJAS ÓTICAS UTILIZANDO A TÉCNICA EXPERIMENTAL SHADOW MOIRÉ

Perrin Smith Neto

Guilherme Cremasco Coelho

Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Departamento de Engenharia Mecânica, Av. Dom José Gaspar, 500 – 30.535-610, Belo Horizonte Minas Gerais, Brasil. E-mail: psmith@pucminas.br

Resumo

A utilização de imagens geradas por técnicas de simulação tem sido utilizada para a verificação de validade de métodos para a análise de franjas óticas em técnicas experimentais, como Fotoelasticidade, técnicas Moiré no plano e Shadow Moiré, bem como na comparação de resultados obtidos. Este trabalho tem o objetivo de apresentar o princípio da simulação de padrões de franja Shadow Moiré, seus aspectos computacionais, bem como descrever o algoritmo básico, implementado em linguagem Matlab® 5.1. São apresentados também alguns exemplos nos quais foi utilizado como modelos um disco simplesmente apoiado por todo o contorno com carga puntual no centro na direção fora do plano, e uma superfície matemática. O trabalho apresenta detalhadamente os programas desenvolvidos que podem facilmente ser modificados e utilizados de forma a produzir simulações de outros modelos.

Palavras-chave: Shadow Moiré, Simulação, Franjas óticas

1- INTRODUÇÃO

Shadow Moiré é uma técnica experimental que utiliza a interferência produzida entre um padrão geométrico e sua sombra projetada em um objeto para extrair informações topológicas de superfícies, conforme Cloud (1995). As franjas resultantes, conhecidas como *isotâmicas*, são linhas de nível de igual profundidade em relação ao plano do padrão-mestre.

Dentre as técnicas existentes para a medição do relevo de um objeto, a técnica Shadow Moiré é a mais simples. Os outros métodos são baseados em interferometria e necessitam de luz monocromática, superfície convenientemente polida e equipamentos de alto custo. Nos métodos baseados em técnicas interferométricas, o erro é da ordem do comprimento de onda da luz utilizada; porém, têm seu uso limitado apenas a casos em que há pequena variação na topologia da superfície, de acordo com Post et al. (1994).

A técnica Shadow Moiré necessita basicamente de uma fonte de luz colimada, uma grade-mestre e, em geral, uma câmera fotográfica ou de vídeo como observador, conforme mostrado na figura 1. A sensibilidade, em uma abordagem ordinária, é da ordem do passo do padrão utilizado, isto é, maior que 0,1 mm; técnicas para o aumento da exatidão foram desenvolvidas, como a técnica *Deslocamento de Fase*. A técnica Shadow Moiré pode ser utilizada em objetos que possuem grande variação de relevo. O seu uso é mais adequado ao ambiente industrial.

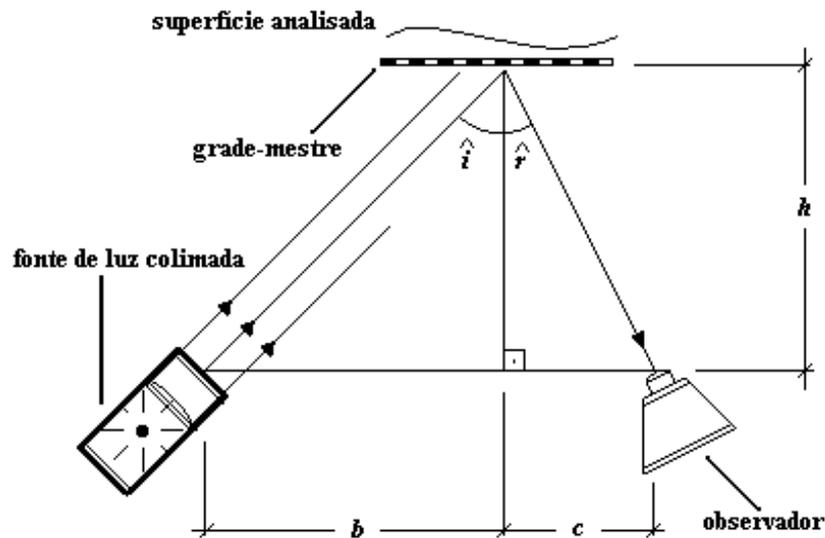


Figura 1: Arranjo experimental Shadow Moiré básico

Uma das formas de se avaliar resultados experimentais obtidos pela técnica Shadow Moiré e resultados teóricos de deslocamentos na direção z , obtidos por teoria da elasticidade ou elementos finitos, é a simulação computacional de franjas. A simulação, ou Moiré inverso, consiste na produção de imagens Shadow Moiré correspondentes à um dado campo de deslocamentos teórico.

Caso seja necessário, por exemplo, uma avaliação da adequação de fórmulas prontas para flambagem de placas sem furos em casos de placas com furos, utiliza-se a simulação. Gera-se imagens de franjas Shadow Moiré por simulação, utilizando as fórmulas para deslocamentos de placas sem furos flambadas, e compara-se qualitativamente (de forma visual) ou quantitativamente (usando processadores de franjas Shadow Moiré) com imagens de franjas de placas com furos flambadas obtidas experimentalmente.

A utilização de Moiré inverso tem se mostrado particularmente útil na verificação da validade de novas técnicas para processamento automático de padrões Shadow Moiré. Tornou-se uma ferramenta indispensável na verificação dos erros computacionais, diferentes dos erros experimentais, presentes em qualquer método computacional para análise de padrões Shadow Moiré que utilize processamento digital de imagens.

2- PRINCÍPIOS DE SHADOW MOIRÉ

O método Shadow Moiré utiliza a superposição de um padrão com a sua própria sombra. Faz-se um feixe de luz colimada incidir obliquamente em uma superfície passando por uma grade mestre, posicionada na frente da superfície analisada, como mostrado na figura 2; onde p é o passo da grade-mestre, W é a distância entre a superfície e a grade-mestre, \hat{i} é o ângulo de incidência da luz e \hat{r} é o ângulo de reflexão da luz na direção do observador.

Um pouco de geometria analítica leva, para um observador situado no infinito, à clássica equação (1):

$$w = \frac{Np}{\tan \hat{i} + \tan \hat{r}} \quad (1)$$

onde w é a distância entre o plano do padrão e a superfície, e N é a ordem de franja. Buitrago e Durelli (1978) generalizaram as condições de iluminação e de observação para pontos situados a distâncias finitas, porém a interpretação do deslocamento não é simples. A

diferença entre as equações desenvolvidas e a equação (1) é mínima, quando a distância entre o observador e o padrão é muito maior que w ; por esse motivo, a equação (1) pode ser utilizada sem perda de precisão.

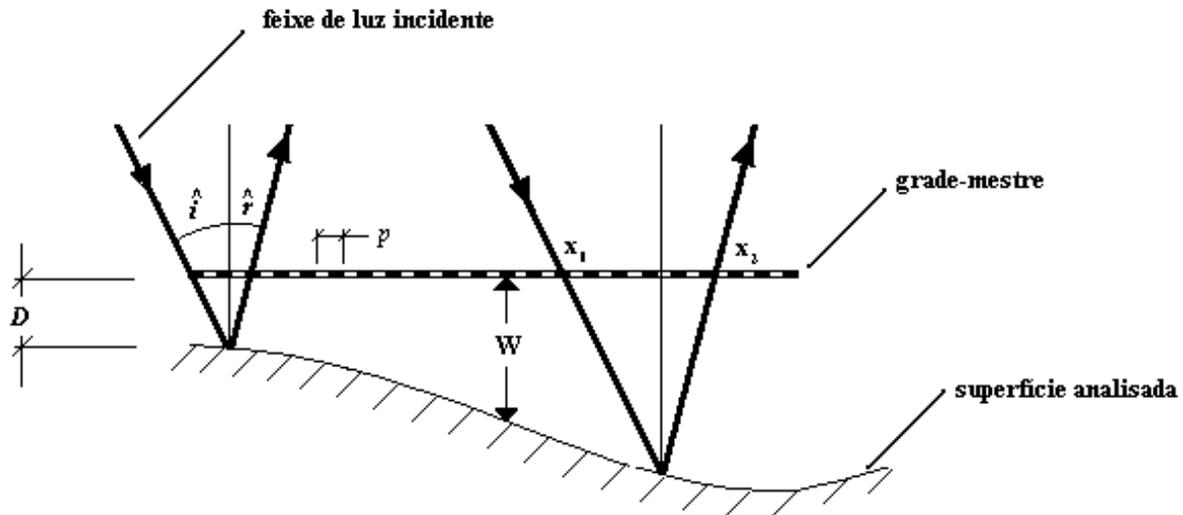


Figura 2: Geometria da técnica Shadow Moiré

Por simplificação, faz-se a distância c igual a zero, de forma que o eixo do observador seja perpendicular à grade-mestre. Desta forma, o ângulo \hat{r} de reflexão da luz na direção do observador torna-se zero, e a equação (1) reduz-se a:

$$w = \frac{Np}{\tan \hat{i}} = \frac{Npb}{h} \quad (2)$$

Assume-se que o padrão possua uma forma senóide dada por Mauvoisin (1973):

$$F(x, y) = \frac{1}{2} \left(\sin \frac{2\pi x}{p} + 1 \right) \quad (3)$$

A luz passa pelo padrão em um ponto x_1 , conforme mostrado na figura 2, atinge a superfície e é refletida, passando novamente pelo padrão, pelo ponto x_2 . O padrão luminoso que chega ao observador, formado pela interferência da grade-mestre com sua sombra é dado por Mauvoisin(1973):

$$I(x, y) = a + \beta \cos(\phi(x, y)) \quad (4)$$

em que α e β dependem da qualidade da superfície, da intensidade da fonte luminosa e do contraste aplicado à câmera fotográfica ou de vídeo; e ϕ é a fase. A fase está relacionada com a ordem de franja por:

$$\phi = 2\pi N = 2\pi \frac{w \tan \hat{i}}{p} \quad (5)$$

3- SIMULAÇÃO DE FRANJAS SHADOW MOIRÉ

A simulação consiste em se gerar a imagem das franjas a partir dos deslocamentos correspondentes, utilizando as equações (4) e (5). O primeiro passo é a obtenção dos deslocamentos. Dispõe-se, para isso, do método de elementos finitos ou de fórmulas para deslocamentos de teoria da elasticidade. Considera-se então que, de início, se tenha todo o campo de deslocamentos do experimento que se deseja simular, sob a forma analítica (fórmulas da elasticidade ou equação de alguma superfície) ou sob a forma discreta (resultados obtidos por elementos finitos).

Se os deslocamentos estão sob a forma analítica, deve-se discretizá-los. Obviamente, a discretização consiste em gerar uma malha bidimensional de valores para x e y no domínio de interesse e, em seguida, calcular o valor do deslocamento na direção fora do plano para todos os pares ordenados da malha.

É extremamente importante e fundamental que se tenha uma malha bastante refinada. Uma malha de densidade 200×200 pontos é satisfatória. Uma malha excelente possui 500×500 pontos. Quanto maior a quantidade de franjas, menor deverá ser o espaçamento da malha. Deve-se atentar ao fato de que o refinamento máximo será limitado pela resolução do monitor do computador no qual as imagens serão formadas e pela quantidade de *pixels* existentes na área na qual a imagem será exibida.

Dispondo, então, do campo de deslocamentos no domínio de interesse, atribui-se valores para \hat{i} (ângulo de incidência) e p (passo da grade-mestre), para, em seguida, calcular as ordens de franja N utilizando a equação (1). Calcula-se a fase ϕ através da equação (5). Atribui-se valores para a e β , pertencentes ao intervalo $[0;1]$. Imagens mais nítidas são obtidas fazendo $a=0$ e $\beta=1$. Calcula-se, enfim, $I(x,y)$ utilizando a equação (2). Dispondo do campo de intensidades luminosas, cujos valores pertencem ao intervalo $[0;1]$, pode-se gerar a imagem, plotando na tela os pontos do domínio, sendo que esses pontos serão plotados com uma intensidade luminosa dada por I calculado no ponto. A imagem resultante é o padrão Shadow Moiré.

4- ALGORITMO BÁSICO PARA A SIMULAÇÃO

O algoritmo básico para a geração de imagens obtidas por Moiré inverso podem ser implementados em qualquer linguagem que possua bibliotecas para tratamento de imagens. Os passos do procedimento de Moiré inverso para o caso de deslocamentos sob a forma de funções analíticas são:

Passo 1: Criar uma malha suficientemente densa de pares ordenados. Uma malha retangular apresenta bons resultados quando possui um número de nós em torno de 200×200 .

Passo 2: Calcular os valores dos deslocamentos $w_{ij} = w(x_i, y_j)$ em cada par ordenado utilizando as equações analíticas.

Passo 3: Calcular o campo de ordens de franja $N_{ij} = N(x_i, y_j)$ através da equação (1).

Passo 4: Calcular a fase $\phi_{ij} = \phi(x_i, y_j)$ utilizando a equação (5).

Passo 5: Atribuir valores para p , \hat{i} , α , e β e, em seguida, calcular o campo de intensidade luminosa $I_{ij} = I(x_i, y_j)$, utilizando a equação (4).

Passo 6: Plotar os pontos com suas respectivas intensidades luminosas.

É dado, no apêndice, um algoritmo escrito em linguagem *Matlab*[®] 5.1. Este software gera simulações de padrões Shadow Moiré para o caso de uma placa circular simplesmente apoiada por todo o contorno com uma força F puntual aplicada na direção z no centro da placa. O programa pode ser executado em qualquer computador *Pentium* com no mínimo 16 Mb de memória *RAM* que possua o software *Matlab*[®] versão 5.2 instalado.

5- APLICAÇÃO

5.1- Disco circular simplesmente apoiado

Foi feita uma aplicação do método de simulação para uma placa circular de raio $R=250$ mm; espessura $h=2,5$ mm; cujo material tem módulo de elasticidade $E=250000$ MPa; coeficiente de Poisson $\nu=0,3$; submetido a uma força puntual de $F=70$ N aplicada no centro do

disco na direção z , conforme mostrado na figura 3. O arranjo Shadow Moiré simulado tem um padrão de passo $p=0,2\text{ mm}$; e um ângulo de incidência $\hat{i}=45^\circ$. A malha utilizada possui tamanho 200×200 pontos.

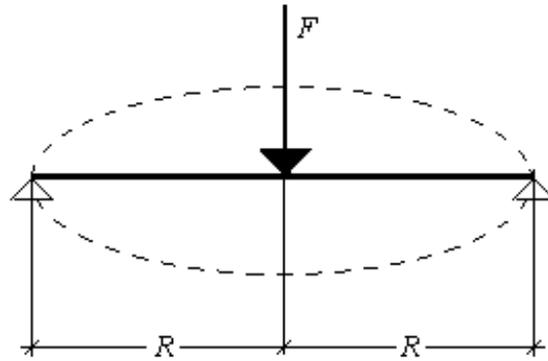


Figura 3: Esquema da forma de carregamento e condições de contorno

As equações que governam o experimento são:

$$w = \frac{FR^2}{16\pi D} \frac{(3+\nu)}{(1+\nu)} (1-\alpha^2) + \frac{FR^2}{8\pi D} \alpha^2 \ln \alpha \quad (6)$$

onde

$$\alpha = \frac{r}{R} \quad (7)$$

$$e \ D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (8)$$

sendo E o módulo de elasticidade, ν o coeficiente de *Poisson*, e r a distância da origem ao ponto.

O deslocamento obtido pode ser observado na figura 4. O padrão Shadow Moiré gerado pelo procedimento de Moiré inverso está ilustrado na figura 5.

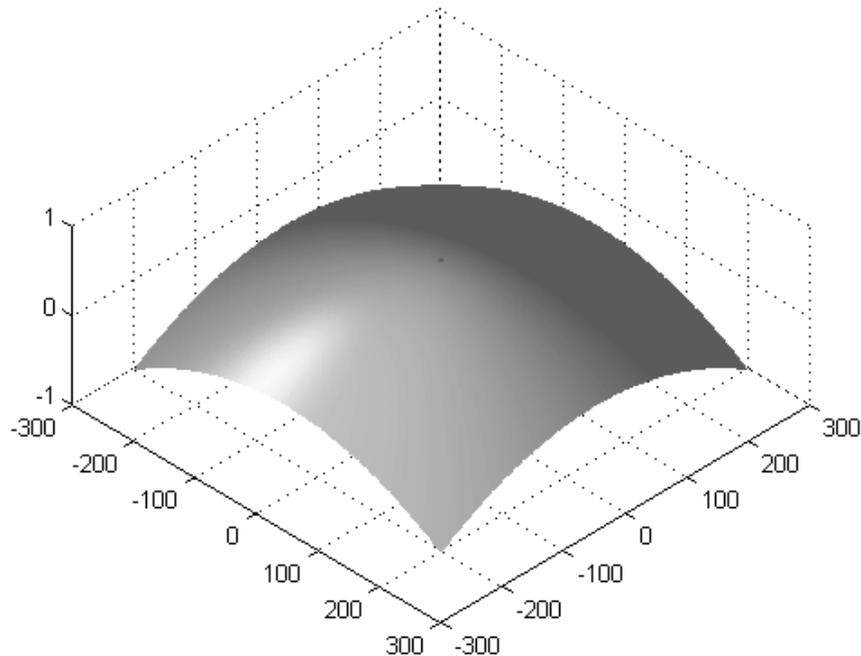


Figura 4: Deslocamento obtido

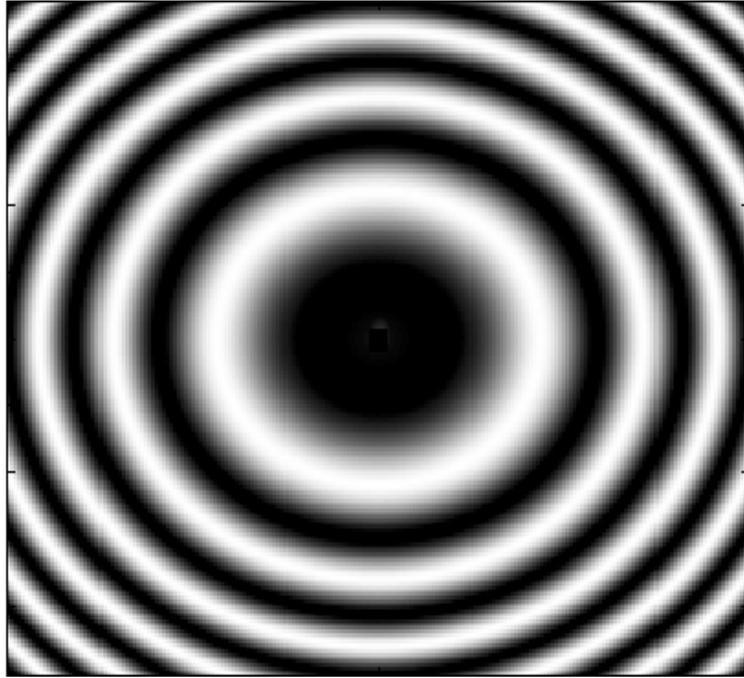


Figura 5: Franjas Shadow Moiré geradas pelo processo de Moiré inverso

5.2- Simulação de padrões em superfícies matemáticas

Uma aplicação da técnica de Moiré inverso pode ser feita em uma superfície matemática qualquer, para a observação do comportamento das franjas em regiões interessantes, como na superfície de equação:

$$z = \frac{x^3 - y^2}{100} \quad (9)$$

com $-5 \leq x \leq 5$ e $-5 \leq y \leq 5$. Essa superfície pode ser visualizada na figura 6.

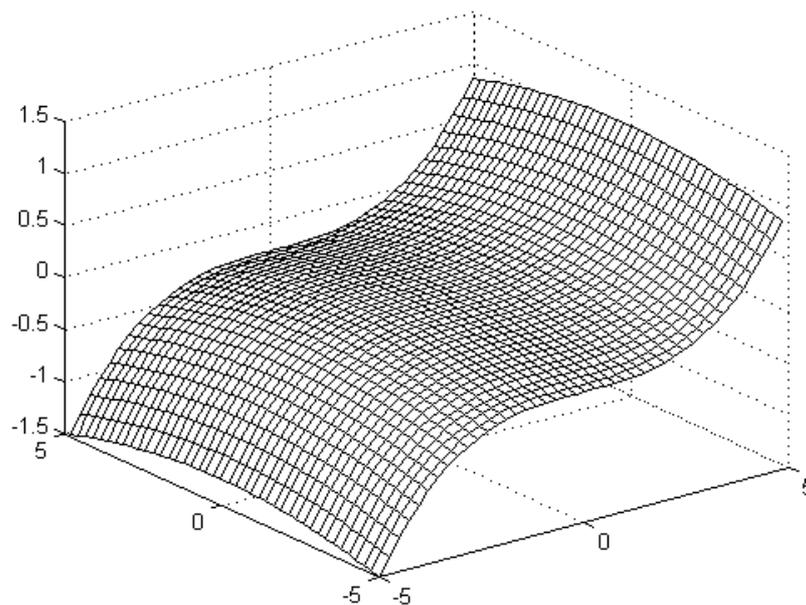


Figura 6: Superfície da equação (9)

Gerou-se uma imagem simulada das franjas. Fez-se o passo $p = 0,2 \text{ mm}$ e o ângulo de incidência $\hat{i}=45^\circ$. A malha utilizada possui tamanho 200×200 pontos. O padrão obtido é mostrado na figura 7.

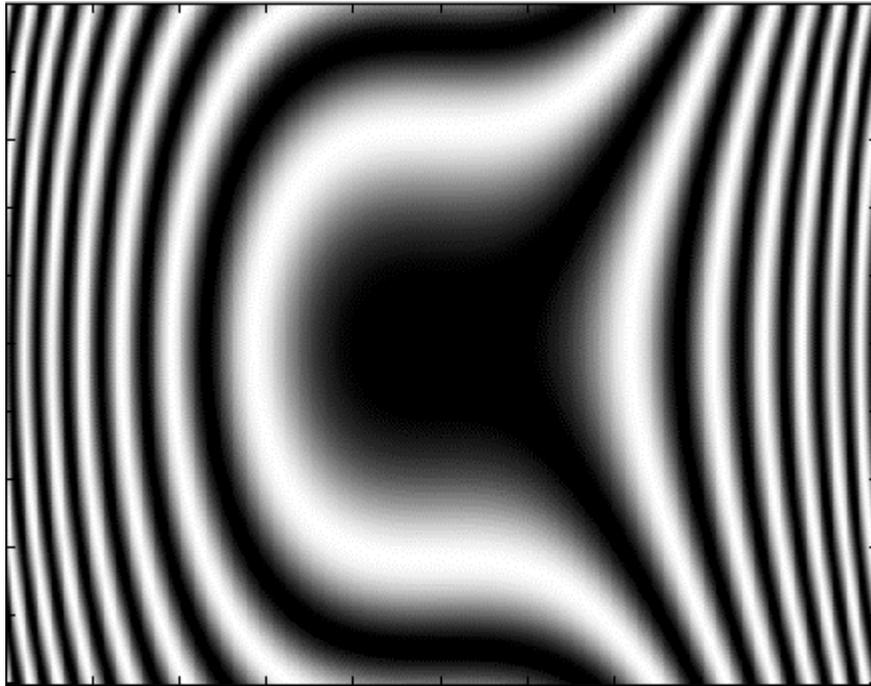


Figura 7: Franjas óticas simuladas

6- CONCLUSÃO

Neste trabalho apresentou-se os fundamentos da técnica ótica Shadow Moiré para a determinação de geometria de superfícies, bem como as suas vantagens em relação às técnicas baseadas em interferometria. Apresentou-se o método de obtenção de franjas simuladas, procedimento também chamado de Moiré inverso, seus aspectos computacionais e um algoritmo básico. O método Moiré inverso tem sido utilizado na avaliação da validade de novos métodos de processamento de franjas Shadow Moiré que utilizam processamento digital de imagens, tornando-se ferramenta indispensável para o cálculo de erros computacionais.

7- REFERÊNCIAS

- Builtrago, J.; Durelli, A. J.: "On the Interpretation of Shadow Moiré Fringes"; Experimental Mechanics; pp 221-226; Junho; 1978.
- Cloud, Gary L.: "Optical Methods for Engineering Analysis"; 1ª ed.; Cambridge University Press; pp 179-182; New York; 1995.
- Mauvoisin, Gérard; Bremand, Fabrice; Lagarde, Alexis: "Shadow Moiré by Phase Shifting Method, Application to 3D Shape Reconstruction"; ATEM 93; Kanazawa; Japan; 1993.
- Post, Daniel; Han, Bongtae; Ifju, Peter: "High Sensivity Moiré"; 1ª ed.; Springer-Verlag; New York; 1994.