

ANÁLISE DA DELAMINAÇÃO EM PLACAS COMPÓSITAS ATRAVÉS DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Iran S. Aragão Filho

Marcelo A. Savi

Instituto Militar de Engenharia, Departamento de Engenharia Mecânica e de Materiais

22.290.270 - Rio de Janeiro - RJ - Brasil

E-Mail: savi@epq.ime.eb.br

Resumo

Este trabalho tem por objetivo apresentar um estudo sobre a delaminação em placas compósitas utilizando-se o método de elementos finitos para simular numericamente o comportamento de uma placa de Kirchhoff-Love. As simulações são realizadas considerando um elemento finito retangular, com um nó em cada vértice, possuindo 6 graus de liberdade por nó. As tensões interlaminares são calculadas a partir de um pós-processamento que considera as equações de equilíbrio tridimensionais. Uma análise de falha é desenvolvida considerando a delaminação, o escoamento do material e o rompimento das fibras e da matriz. Esta análise é feita utilizando os critérios de Tsai-Hill, de Hashin e o da Delaminação Quadrática. A inclusão das tensões interlaminares nos critérios de Tsai-Hill e de Hashin definem outros dois critérios de falha. Os resultados mostram que o aumento do grau de anisotropia torna a análise da delaminação mais importante.

Palavras-chave: Compósitos, Delaminação, Elementos Finitos.

1. INTRODUÇÃO

O elemento básico de um material compósito é a *lâmina* que, usualmente, é acoplada a outras lâminas para formar o que se chama de *laminado*. Cada lâmina é reforçada por fibras que podem ter uma orientação genérica. Um material compósito é anisotrópico no sentido de que suas propriedades dependem da orientação dos eixos coordenados. Tipicamente, existem propriedades diferentes nas direções longitudinal e transversal às direções das fibras, o que define um comportamento ortotrópico de uma lâmina, neste sistema de eixos.

A degradação de um laminado pode ser dividida em dois tipos: delaminação e dano intralaminar. A delaminação é caracterizada pela perda de adesão entre duas lâminas adjacentes. A evolução deste dano pode causar o descolamento das lâminas e uma conseqüente perda de rigidez e de resistência no laminado. O dano intralaminar consiste numa trinca na matriz, um descolamento entre fibra e matriz ou uma ruptura da fibra.

A delaminação é usualmente causada pelo crescimento de tensões interlaminares nas bordas livres, próximas de falhas e trincas ou nas descontinuidades do material. Outros tipos de delaminação incluem as causadas pela flambagem na lâmina ou pela micro-flambagem na fibra, ou ainda como uma conseqüência de impactos que produzem uma delaminação local. A maioria dos trabalhos sobre delaminação é tratada no contexto da Mecânica da Fratura, considerando os

modos de falhas do material. Outra linha de análise considera modelos constitutivos que utilizam variáveis de estado para descrever o comportamento da interface interlaminar. De uma maneira geral, despreza-se a espessura desta interface, considerando-a como uma superfície, e avaliando-se a adesão do contato de duas lâminas adjacentes. A perda de adesão, e a conseqüente perda de contato em pontos das lâminas, caracteriza o descolamento ou a delaminação destes pontos (Point & Sacco, 1996). Vieira Carneiro & Savi (1999) propõem um modelo para descrever o fenômeno onde as tensões interlaminares são determinadas a partir de uma modificação da teoria de laminados proposta por Bai *et al.* (1997), que utiliza uma interface de espessura finita. Uma outra linha para determinar as tensões interlaminares utiliza o método dos elementos finitos. Reddy (1997) apresenta uma revisão sobre o tema, apresentando inúmeras referências.

Este trabalho tem por objetivo apresentar um estudo sobre a delaminação em placas compósitas utilizando-se o método de elementos finitos para simular numericamente o comportamento de uma placa de Kirchhoff-Love. As simulações são feitas considerando um elemento finito retangular, com um nó em cada vértice, possuindo 6 graus de liberdade por nó. As tensões interlaminares são calculadas a partir de um pós-processamento que considera as equações de equilíbrio tridimensionais. Este procedimento permite avaliar as tensões fora do plano a partir de uma teoria plana. A matriz de rigidez elementar, assim como os cálculos do pós-processamento, são obtidos através da manipulação simbólica das equações de governo. Uma análise de falha é desenvolvida considerando a delaminação, o escoamento do material e o rompimento das fibras e da matriz. Esta análise é feita utilizando os critérios de Tsai-Hill, de Hashin e o da Delaminação Quadrática. A inclusão das tensões interlaminares nos critérios de Hashin e de Tsai-Hill definem outros dois critérios de falha (Aragão Filho, 2000). Os resultados mostram algumas comparações entre estes critérios para diferentes situações físicas.

2. LÂMINA ORTOTRÓPICA

Considere uma placa plana, reforçada por fibras, que possui espessura desprezível na presença das outras dimensões. Admite-se que as fibras estão dispostas na matriz de maneira homogênea, e que inexistem quaisquer efeitos de concentração de tensões (Figura 1).

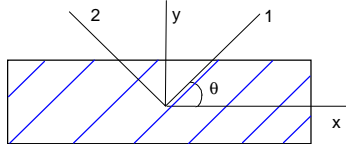


Figura 1. Placa plana reforçada com fibras.

No sistema principal, eixos 1-2, a relação entre tensões e deformações pode ser simplificada a partir da lei de Hooke generalizada para o caso ortotrópico, de tal forma que,

$$\hat{\sigma}_I = \hat{C}_{IJ} \hat{\epsilon}_J \quad (1)$$

onde $I, J = 1, 2, 3$; \hat{C}_{IJ} são constantes elásticas que podem ser relacionadas com as constantes de engenharia (Gibson, 1994); $\hat{\sigma}_I$ e $\hat{\epsilon}_I$ são vetores construídos a partir das componentes dos tensores de tensão e deformação, respectivamente, no plano xy . A convenção soma é adotada (Eringen, 1967). A ortotropia da lâmina estabelece simetrias que definem a forma de \hat{C}_{IJ} (Gibson, 1994).

A relação entre as componentes de tensão e deformação, segundo eixos quaisquer x - y , são encontradas através da rotação do sistema de referência.

$$\hat{\sigma}_I = T_{IK} \sigma_K ; \quad \hat{\varepsilon}_I = T_{IK} \varepsilon_K \quad (2)$$

onde T_{IK} é a matriz de rotação (Gibson, 1994). Desta forma, tem-se a relação constitutiva nos eixos x - y ,

$$\sigma_I = C_{IJ} \varepsilon_J \quad (3)$$

sendo $C_{IJ} = T_{IM}^{-1} \hat{C}_{MK} T_{KJ}$. Considerando γ_I como as componentes do vetor ε_J onde a deformação cisalhante $\varepsilon_3 = \varepsilon_{xy}$ é substituída pela deformação de engenharia $\gamma_3 = \gamma_{xy}$, a equação constitutiva deve ser reescrita, substituindo C_{IJ} por Q_{IJ} , que leva em conta esta alteração.

3. PLACA LAMINADA

Considere agora uma placa constituída de lâminas de material compósito submetida a esforços normais e de flexão. Admite-se a hipótese cinemática de Kirchhoff e que as lâminas são de material ortotrópico que se curvam de forma conjunta e uniforme, sem descolamento. Desta forma, a equação (3) estabelece a relação constitutiva para cada lâmina. A hipótese cinemática implica que,

$$\gamma_I = \gamma_I^0 + z \kappa_I \quad (4)$$

onde γ_I^0 é a deformação da superfície neutra e as curvaturas κ_I são definidas a seguir,

$$\kappa_1 = -w_{,xx} ; \quad \kappa_2 = -w_{,yy} ; \quad \kappa_3 = -2w_{,xy} \quad (5)$$

As resultantes de tensões são dadas por,

$$N_I = \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_I^k dz = \sum_{k=0}^n \left(\int_{z_{k-1}}^{z_k} \sigma_I^k dz \right) \quad (6)$$

$$M_I = \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_I^k z dz = \sum_{k=0}^n \left(\int_{z_{k-1}}^{z_k} \sigma_I^k z dz \right) \quad (7)$$

Usando a hipótese cinemática de Kirchhoff (4) e a equação constitutiva (3), a seguinte equação é obtida,

$$N_I = A_{IJ} \gamma_J^0 + B_{IJ} \kappa_J \quad (8)$$

$$M_I = B_{IJ} \gamma_J^0 + D_{IJ} \kappa_J \quad (9)$$

onde

$$A_{IJ} = \sum_{k=0}^n \left(\int_{z_{k-1}}^{z_k} Q_{IJ}^k dz \right) = \sum_{k=0}^n Q_{IJ}^k (z_k - z_{k-1}) \quad (10)$$

$$B_{IJ} = \sum_{k=0}^n \left(\int_{z_{k-1}}^{z_k} Q_{IJ}^k z dz \right) = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^n Q_{IJ}^k (z_k^2 - z_{k-1}^2) \quad (11)$$

$$D_{IJ} = \sum_{k=0}^n \left(\int_{z_{k-1}}^{z_k} Q_{IJ}^k z^2 dz \right) = \frac{1}{3} \sum_{k=0}^n Q_{IJ}^k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad (12)$$

A matriz A_{IJ} relaciona os esforços normais com as deformações na superfície média; D_{IJ} , por outro lado, relaciona os momentos com as curvaturas; B_{IJ} descreve o acoplamento entre os esforços normais e as curvaturas, assim como dos momentos com as deformações na superfície média.

4. TENSÕES INTERLAMINARES

O estudo das tensões interlaminares é de grande importância na análise da delaminação de materiais compósitos e a sua determinação requer uma análise tridimensional de tensões (Gibson, 1994). Em uma lâmina, para regiões suficientemente distantes das descontinuidades geométricas, como por exemplo as bordas livres, pode-se considerar que existe o estado plano de tensões. Pipes e Pagano (1970) mostram que mesmo em um laminado carregado uniaxialmente, há uma região de contorno ao longo das bordas livres onde as tensões existem no estado tridimensional. Esta região é aproximadamente igual a espessura do laminado. O comportamento das tensões interlaminares próximo das bordas pode ser avaliada a partir das equações de equilíbrio tridimensionais, da seguinte forma:

$$\tau_{xz}^k(z) = - \int_{z_k}^z (\sigma_{1,1}^k + \sigma_{3,2}^k) dz + C_1^k(x, y) \quad (13)$$

$$\tau_{yz}^k(z) = - \int_{z_k}^z (\sigma_{3,1}^k + \sigma_{2,2}^k) dz + C_2^k(x, y) \quad (14)$$

$$\sigma_z^k(z) = - \int_{-t/2}^z \tau_{yz,2} dz \quad (15)$$

Estudos mostram que diversos fatores influenciam as tensões interlaminares e, conseqüentemente, a delaminação dos compósitos (Pipes & Pagano, 1974; Pipes & Pagano, 1970; Bhat & Lagace, 1994; Herakovich, 1981).

5. MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O método de elementos finitos aproxima uma quantidade desconhecida em um domínio através de aproximações em subdomínios. As funções de aproximação são polinômios escritos em termos de seus valores nodais (Reddy & Ochoa, 1992). Neste trabalho, utiliza-se um elemento retangular de dimensões $2a$ e $2b$, nas direções x e y , respectivamente. Cada elemento possui um nó em cada vértice e dois sistemas de coordenadas: um local x_e-y_e e um sistema de

coordenadas naturais $\xi-\eta$, onde $\xi = x_e/a$ e $\eta = y_e/b$. Os sistemas possuem eixos paralelos e as origens são coincidentes no centro do elemento. Assim, os deslocamentos (u , v , w) são determinados por interpolações do tipo:

$$u = \sum_{j=1}^n U_j \psi_j(x, y), \quad v = \sum_{j=1}^n V_j \psi_j(x, y), \quad w = \sum_{j=1}^m W_j \phi_j(x, y) \quad (16)$$

onde (U_j , V_j) correspondem aos valores nodais de (u , v) e W_j corresponde aos valores nodais de w , que possui 4 valores associados: w , $w_{,x}$, $w_{,y}$ e $w_{,xy}$. A derivada mista $w_{,xy}$ é incluída na interpolação visando garantir a continuidade entre os elementos com relação a inclinação dos deslocamentos transversais. Todo o conjunto de deslocamentos e rotações são chamados deslocamentos nodais generalizados e estão associados com o elemento Ω^e . Os deslocamentos no plano (u , v) são aproximados a partir da interpolação linear de Lagrange, ψ_i , e portanto, $n = 4$. No caso do deslocamento transversal w , utiliza-se a interpolação cúbica de Hermite, ϕ_i , tomando-se $m = 16$ (Reddy, 1997). Após fazer as substituições adequadas a partir das equações de equilíbrio para o caso estático, obtém-se o seguinte modelo de elementos finitos:

$$0 = \int_{\Omega^e} \left(\frac{\partial \psi_i}{\partial x} N_1 + \frac{\partial \psi_i}{\partial y} N_3 \right) dx dy - \int_{\Gamma^e} N_n \psi_i ds \quad (17)$$

$$0 = \int_{\Omega^e} \left(\frac{\partial \psi_i}{\partial x} N_3 + \frac{\partial \psi_i}{\partial y} N_2 \right) dx dy - \int_{\Gamma^e} N_n \psi_i ds \quad (18)$$

$$0 = - \int_{\Omega^e} \left(\frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x^2} M_1 + 2 \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x \partial y} M_3 + \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial y^2} M_2 + \phi_i q \right) dx dy - \int_{\Gamma^e} \left(\phi_i V_n + \frac{\partial \phi_i}{\partial n} M_n \right) ds \quad (19)$$

onde N_n , V_n e M_n estão associados às condições de contorno. Estas equações também podem ser expressas na forma:

$$\sum_{\beta=1}^3 \sum_{j=1}^{n(\beta)} K_{ij}^{\alpha\beta} U_j^\beta - F_i^\alpha = 0, \quad i=1, 2, \dots, n(\alpha); \quad \alpha = 1, 2, 3. \quad (20)$$

Os coeficientes de rigidez $K_{ij}^{\alpha\beta}$ estão definidos em Reddy (1997).

Esta formulação é utilizada na implementação de um código computacional. As integrações e derivações são feitas a partir do manipulador simbólico do *Mathematica* e então, transportadas para o programa. Desta forma, a matriz de rigidez, o vetor força, as deformações, tensões no plano e tensões interlaminares são calculadas a partir de expressões obtidas nesse manipulador simbólico. Após calcular os valores nodais, efetua-se um pós-processamento onde são calculadas as tensões e as deformações no centro de cada elemento. A seguir, calculam-se as tensões interlaminares a partir das equações de equilíbrio. O próximo passo da análise é implementar os critérios de falha.

A análise de falha é desenvolvida considerando a delaminação, o escoamento do material e o rompimento das fibras e da matriz. Utilizam-se os critérios de Tsai-Hill, de Hashin e o da Delaminação Quadrática. A inclusão das tensões interlaminares nos critério de Hashin e de Tsai-

Hill definem outros dois critérios de falha. Desta forma, apresentam-se seis fatores de falha: dois referentes à delaminação, dois referentes ao escoamento do material e dois referentes a falha da matriz e das fibras (Aragão Filho, 2000). Para isso, consideram-se as tensões nas direções principais, avaliando os fatores de falha em cada elemento. A análise se inicia na superfície inferior do laminado, prosseguindo por todas as superfícies e interfaces, avaliando-se qual elemento possui o maior valor do fator de falha para cada critério.

6. SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Nesta seção, consideram-se algumas simulações realizadas com a formulação apresentada. Admita, então, uma placa quadrada de 0,4m de lado, com duas camadas $[45^\circ/\theta]$ de espessura constante igual a 0,002 m. O material é o T300/5208 cujas propriedades são apresentadas nas Tabelas 1-2. A placa está apoiada nos quatro lados e submetida a uma carga distribuída $q = 16\text{kN/m}^2$. Neste caso, se $\theta \neq 45^\circ$, a placa é assimétrica o que acarreta o fenômeno do acoplamento extensão-flexão. Este fenômeno pode ser verificado através da assimetria dos deslocamentos transversais, mostrado na Figura 2 para a placa $[45^\circ/70^\circ]$.

Tabela 1. Propriedades mecânicas dos materiais.

Material	E_1 (GPa)	E_2 (GPa)	G_{12} (GPa)	ν_{12}
T300/5208	131,0	13,0	6,4	0,38
E-Glass/470-36	24,4	6,9	2,9	0,32

Tabela 2. Resistências mecânicas dos materiais.

Material	S_L^+ (GPa)	S_L^- (GPa)	S_T^+ (GPa)	S_T^- (GPa)	S_{LT} (GPa)
T300/5208	1,4000	1,1380	0,0809	0,1890	0,0690
E-GLASS/470-36	0,5840	0,8030	0,0430	0,1870	0,0640

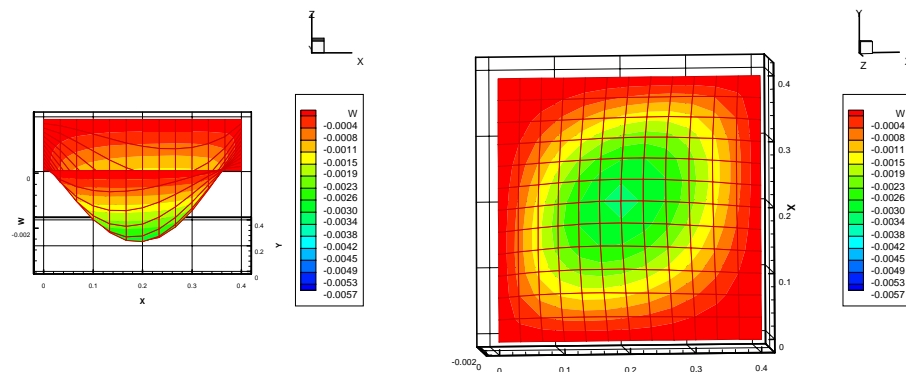


Figura 2 - Influência do acoplamento no deslocamento da placa de duas camadas de mesmo material $[45^\circ/70^\circ]$ e apoiada.

Visando avaliar diferentes configurações de placas, varia-se o ângulo θ desde zero até 90° . A Figura 3 mostra a variação dos fatores de falha, associados aos diferentes critérios, e do deslocamento máximo da placa. Os critérios de Tsai-Hill e de Hashin tridimensionais, que incluem as tensões interlaminares na análise, mostram-se mais conservativos do que os critérios

de delaminação. Em torno 20° , tem-se um crescimento das tensões interlaminares o que faz com que os fatores associados à delaminação cresçam. Uma vez que $\theta = 45^\circ$ significa um laminado com duas camadas com a mesma orientação, esta configuração representa um mínimo dos fatores de falha associados aos critérios de delaminação. Com relação ao deslocamento transversal máximo, tem-se um máximo em torno de 15° .

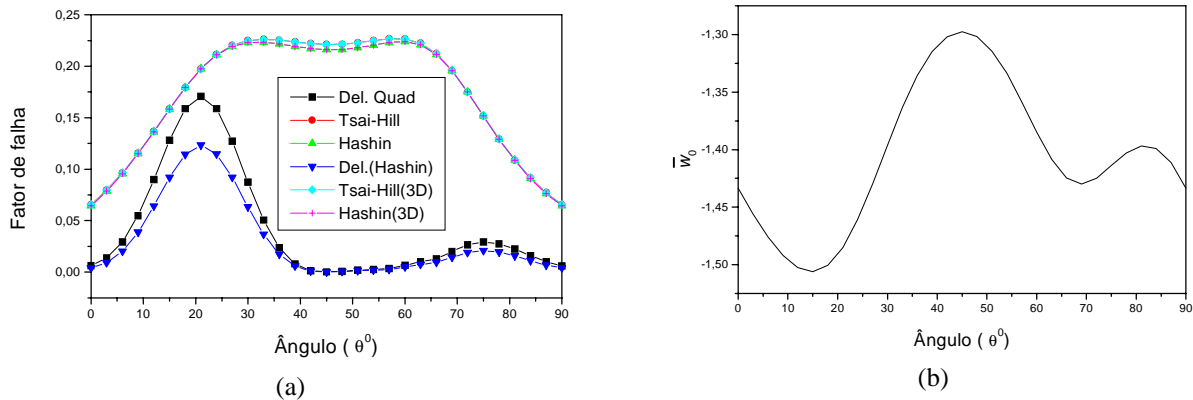


Figura 3 - Placa $[45^\circ/\theta]$, T300/5208 graphite/epoxy. Influência do ângulo das fibras na análise de falha (a), e nos deslocamentos transversais do centro (b).

Admita agora uma mudança no material da lâmina superior para o E-Glass/470-36 (Tabelas 1-2) o que faz com que o fenômeno da delaminação se torne mais importante. A placa está submetida a uma carga distribuída $q = 6\text{kN/m}^2$. A Figura 4 mostra a variação dos fatores de falha, associados aos diferentes critérios, e do deslocamento máximo da placa variando o ângulo θ desde 0° até 90° . Nesta nova placa, ocorre um aumento do grau de anisotropia o que acarreta uma tendência de aumento das tensões interlaminares. Isto é confirmado pelo aumento dos fatores de falha associados aos critérios de delaminação. O critério de Delaminação de Hashin é o mais conservativo para os ângulos entre 15° e 75° . Com relação aos deslocamentos, o comportamento é similar ao da placa anterior de um ponto de vista qualitativo. Quantitativamente, no entanto, a placa apresenta deslocamentos maiores.

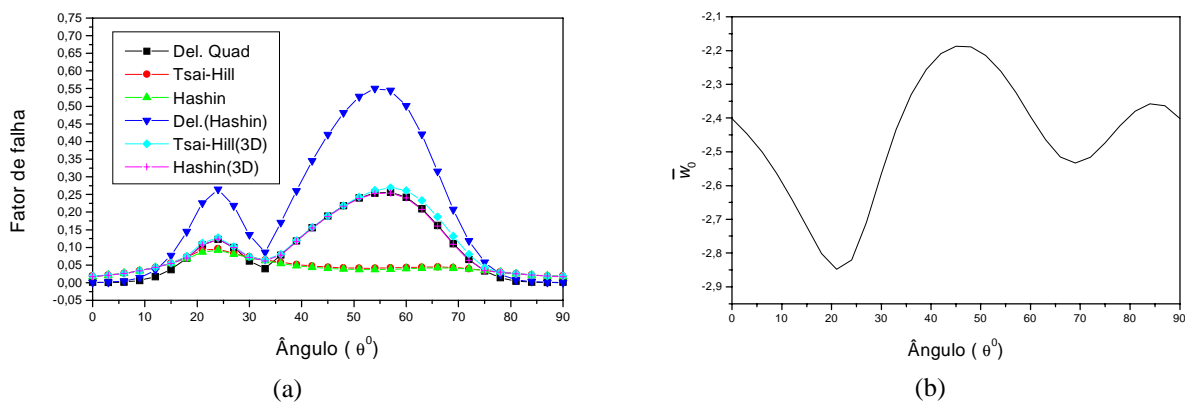


Figura 4 - Placa $[45^\circ/\theta]$, T300/5208 graphite/epoxy e E-glass/470-36. Influência do ângulo das fibras na análise de falha (a), e nos deslocamentos transversais do centro (b).

7. CONCLUSÕES

Este trabalho apresenta um estudo sobre a delaminação em placas compósitas utilizando-se o método de elementos finitos para simular numericamente o comportamento de uma placa de Kirchhoff-Love. As tensões interlaminares são calculadas a partir de um pós-processamento que considera as equações de equilíbrio tridimensionais. Uma análise de falha considera diferentes critérios para avaliar a importância na delaminação no projeto de uma placa compósita. O procedimento desenvolvido mostrou-se eficiente para analisar a delaminação em placas compósitas. Os resultados mostram que o aumento do grau de anisotropia, através da consideração de diferentes materiais nas lâminas e/ou diferentes configurações, faz com que a delaminação se torne preponderante em uma análise de falha.

8. REFERÊNCIAS

- Aragão Filho, I.S., 2000, “*Análise da Delaminação em Placas Compósitas Através do Método dos Elementos Finitos*”, Dissertação de Mestrado, IME - Dept. Eng. Mecânica e de Materiais.
- Bai, Q.S., Murakami, S. & Kanagawa, Y., 1997, “A Lamination Theory Incorporating the Effect of Interlaminar Deformation”, *Journal of Composite Materials*, v.31, No.20, pp.2052-2073.
- Bhat, N.V. & Lagace, P.A., 1994, “An Analytical Method for the Evaluation of Interlaminar Stress Due to Material Discontinuities”, *Journal of Composite Materials*, v.28 (3), pp.190 - 209.
- Herakovich, C.T., 1981, “On the Relationship Between Engineering Properties and Delamination of Composite Materials”, *Journal of Composite Materials*, v.15, pp.336-348.
- Eringen, A.C., 1967, “*Mechanics of Continua*”, John Wiley & Sons.
- Gibson, R.F., 1994, “*Principles of Composite Materials Mechanics*”, McGraw Hill.
- Pipes, R.B. & Pagano, N.J., 1970, “Interlaminar Stresses in Composite Laminates Under Uniform Axial Extension”, *Journal of Composite Materials*, v.4, pp.538-548.
- Pipes, R. B. & Pagano, N. J., 1974, “Interlaminar Stress in Composite Laminates – An Approximate Elasticity Solution”, *Journal of Applied Mechanics*, v.41, Series E (3), pp.668 – 672.
- Point, N. & Sacco, E., 1996, “A Delamination Model for Laminated Composites”, *Journal of Solids and Structures*, v.33, No.4, pp.483-509.
- Reddy, J.N., 1997, “*Mechanics of Laminated Composite Plates - Theory and Analysis*”, CRC Press.
- Ochoa, O.O. & Reddy, J.N., 1992, “*Finite Element Analysis of Composite Laminated*”, Kluwer, Netherlands.
- Vieira Carneiro, C.A. & Savi, M.A., 1999, “Modeling and Simulation of Delamination in Composite Tubes”, *COBEM 99 - XV Congresso Brasileiro de Eng. Mecânica*.