

DETERMINAÇÃO DO FATOR DE INTENSIDADE DE TENSÃO UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Neilor Cesar dos Santos *

Jonas de Carvalho

João Lirani

Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de São Paulo - São Carlos

Av. Trabalhador São-carlense, 400 - Centro, CEP 13566-590 - São Carlos - SP

e-mail: neilor@sc.usp.br, prjonas@sc.usp.br

Resumo

Apresenta-se diversas abordagens para determinação do fator de intensidade de tensão, para o modo I e modo combinado de carregamento da abertura das faces da trinca. Estas abordagens são baseadas em uma única análise pelo método dos elementos finitos. As metodologias aqui estudadas são as que utilizam a correlação do deslocamento na região próxima da ponta da trinca. A precisão das metodologias é discutida e analisada. Diferentes configurações de geometria e refinamento de malha foram testadas para se verificar a aplicabilidade das rotinas desenvolvidas. Estas metodologias foram implementadas em um *software* comercial para análise pelo método dos elementos finitos, com o objetivo de verificar a possibilidade de criação de um ambiente amigável para análise dentro do campo da mecânica da fratura. Propiciou-se assim, uma integração conveniente com o *software* utilizado, oferecendo-se condições suficientes para a avaliação do crescimento de trincas governado pela mecânica da fratura linear elástica.

Palavras-chave: Correlação do deslocamento, Fator de intensidade de tensão, Mecânica da fratura linear elástica, Método dos elementos finitos.

1. INTRODUÇÃO

O uso da mecânica da fratura, nos projetos de engenharia, evoluiu muito nos últimos anos, principalmente devido a utilização de métodos numéricos. Estes são utilizados na determinação dos parâmetros de tenacidade à fratura, na análise de tensões e/ou deformações de corpos contendo trincas e no estudo do crescimento de trincas.

No método dos elementos finitos, considera-se como etapas para análise no campo da mecânica da fratura: o modelamento da singularidade na ponta da trinca, determinação dos parâmetros de tenacidade à fratura (fator de intensidade de tensão, integral J, etc.) e definição de crescimento e/ou estabilização da trinca.

Algoritmos para a determinação do fator de intensidade de tensão e conseqüentemente verificação da propagação da trinca, foram aplicados e testados através de diversos critérios

* Professor do Centro Federal de Educação Tecnológica – CEFETPB
Av. 1º de Maio, 720 - Jaguaribe, CEP: 58015-430, João Pessoa – PB
e-mail: neilor@cefetpb.br

de convergência por: (Owen & Fawkes, 1983), (Gerstle & Abdalla, 1990), (Bittencourt et al., 1992) e (Lin & Smith, 1999).

Referências bibliográficas, cujas abordagens, revelam os estudos iniciais do método dos elementos finitos aplicados a mecânica da fratura podem ser encontradas no trabalho de (Liebowitz & Moyer, 1989). Nestes trabalhos iniciais, a precisão na obtenção das soluções, das tensões e/ou deformações próximas à ponta da trinca, não podiam ser garantidas sem que houvesse um refinamento na malha suficientemente adequado. Esta limitação, levou alguns pesquisadores a desenvolverem elementos especiais, (Liebowitz & Moyer, 1989).

Entretanto, grande passo foi dado por (Henshell & Shaw, 1975) e (Barsoum, 1976). Eles observaram que movimentando-se o nó do meio de um dos lados de um elemento quadrilátero de oito nós, para a posição a um quarto, a representação da singularidade de deformação e tensão era obtida, *quarter point element*.

Entretanto, (Barsoum, 1976) mostrou que esta singularidade não era atingida na região interna ao elemento. E desta forma, ele obteve a representação correta da singularidade quando construiu um elemento triangular a partir de um elemento quadrilátero de oito nós, pela união dos nós de um dos lado do elemento, *colapsed side*.

Outra classe de elementos usados para o estudo de problemas envolvendo trincas foram os desenvolvidos por (Benzley, 1974) conhecidos como *enriched elements* e os desenvolvidos por (Tong *et al.*, 1973) conhecidos como *hybrids elements*.

Na fase de determinação dos parâmetros de tenacidade à fratura há vários métodos para se calcular o fator de intensidade de tensão: os que utilizam a correlação dos campos de tensão e/ou deslocamento na ponta da trinca, métodos híbridos, integral J, a abordagem da energia de deformação, a técnica da extensão virtual da trinca e a integral de fechamento da trinca.

Este trabalho tem o objetivo de analisar as técnicas que usam a correlação do campo de deslocamento na ponta da trinca para a determinação do fator de intensidade de tensão. Os procedimentos foram implementados em um *software* comercial para análise pelo método dos elementos finitos, ANSYS, com o intuito de criar um ambiente amigável para que se possa fazer análises dentro do campo da mecânica da fratura.

Este *software* permite a criação de rotinas, através de uma linguagem de programação própria, denominada *Ansys Parametric Design Language - APDL* (Ansys, 1998a). Tornando-se assim, um sistema adequado à implementação e realização de análises dentro do campo da mecânica da fratura.

2. DETERMINAÇÃO DO FATOR DE INTENSIDADE DE TENSÃO

2.1. O campo de deslocamento na ponta da trinca

Os deslocamentos na ponta da trinca, para o caso bidimensional, segundo (Irwin, 1957), são dados por:

$$u = \frac{K_I}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \left[\frac{1}{2}(\kappa - 1) + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] + \frac{K_{II}}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \left[\frac{1}{2}(\kappa + 1) + \cos^2 \frac{\theta}{2} \right] \quad (1)$$

$$v = \frac{K_I}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \left[\frac{1}{2}(\kappa + 1) - \cos^2 \frac{\theta}{2} \right] + \frac{K_{II}}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \left[\frac{1}{2}(1 - \kappa) + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] \quad (2)$$

Onde, r e θ , são as coordenadas definidas a partir da ponta da trinca, K_I e K_{II} são os fatores de intensidade de tensão correspondentes ao modo de carregamento (Irwin, 1957),

$\mu=E/2(1+\nu)$ é o módulo de elasticidade no cisalhamento; $\kappa=3-4\nu$ para deformação plana e $\kappa=(3-\nu)/(1+\nu)$ para tensão plana; ν é o coeficiente de Poisson.

Avaliando-se as Equações 1 e 2 para $\theta = \pm\pi$, tem-se:

$$\begin{cases} u(\theta = +\pi) \\ u(\theta = -\pi) \end{cases} = \begin{cases} +K_{II} \\ -K_{II} \end{cases} \frac{1}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} (\kappa + 1) \quad (3)$$

$$\begin{cases} v(\theta = +\pi) \\ v(\theta = -\pi) \end{cases} = \begin{cases} +K_I \\ -K_I \end{cases} \frac{1}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} (\kappa + 1) \quad (4)$$

2.2. Técnicas baseadas no campo de deslocamento próximo a ponta da trinca

2.2.1. Malha utilizada na ponta da trinca (elemento *quarter point*)

Na metodologia que usa o campo de deslocamentos na ponta da trinca, relaciona-se os deslocamentos obtidos a partir da solução por elementos finitos com as expressões analíticas, Equações 1 e 2. Entretanto, o elemento usado para determinação do fator de intensidade de tensão é o elemento desenvolvido por (Henshel e Shaw, 1975) e (Barsoum, 1976). As relações geométricas do corpo de prova, da malha na ponta da trinca e do elemento utilizado neste trabalho, estão mostradas na Figura 1.

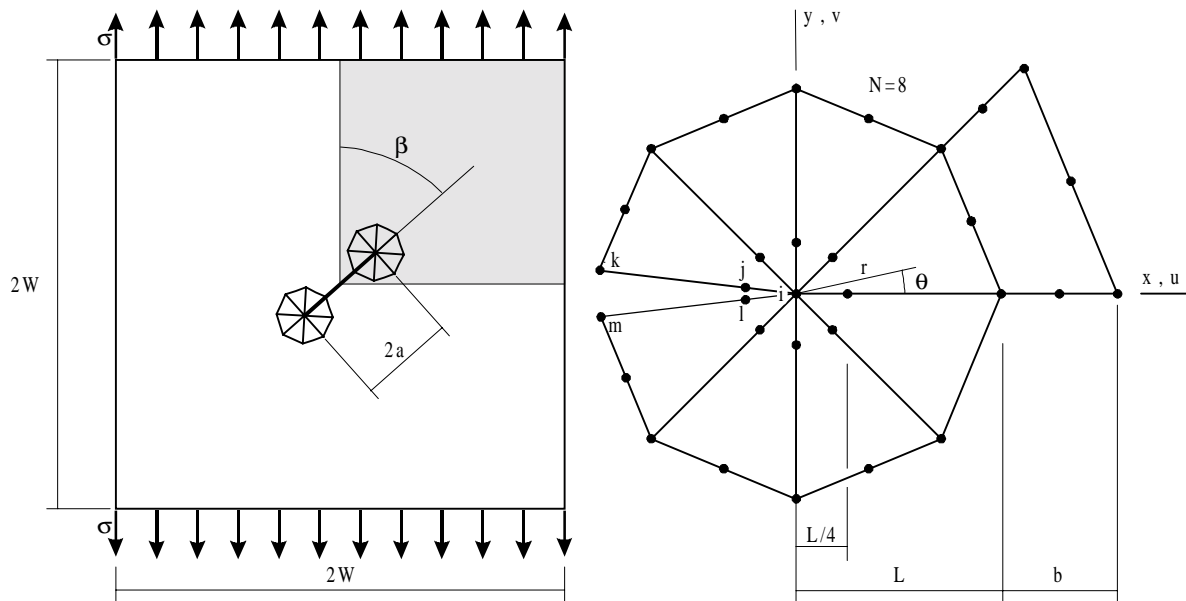


Figura 1. Relações geométricas do corpo de prova e da malha na ponta da trinca.

2.2.2. Extrapolação do campo de deslocamento, com os deslocamentos avaliados em vários pontos (nós) nas faces da trinca

A partir das Equações 3 e 4, arranjando-as para se determinar o fator de intensidade de tensão, segundo (Owen & Fawkes, 1983), para $1/4$ do corpo de prova analisado com $\beta=90^\circ$ (modelo simétrico), tem-se:

$$\begin{Bmatrix} K_{II} \\ K_I \end{Bmatrix}_i = \frac{2\mu}{(\kappa+1)} \sqrt{\frac{2\pi}{r_i}} \begin{Bmatrix} u(\theta = \pi) \\ v(\theta = \pi) \end{Bmatrix}_i \quad (5)$$

O índice i indica que os valores de K_I , K_{II} , são determinados em vários nós na face da trinca, para os vários valores de u , v e r . Ou seja, substituindo-se os valores de u ou v e r para os pontos nodais ao longo da face da trinca determina-se K_I ou K_{II} , dependendo do modo de carregamento, em função da distância r a partir da ponta da trinca.

Os valores de K , assim obtidos, foram avaliados graficamente em função da distância r . O valor de K para $r = 0$ foi obtido fazendo-se uma regressão dos pontos da curva (Owen & Fawkes, 1983) e (Wilson & Meguid, 1995). Neste Trabalho, utilizou-se o método dos mínimos quadrados.

2.2.3. Extrapolação do campo de deslocamento, com os deslocamentos avaliados em dois pontos (nós) nas faces da trinca

Esta metodologia é a recomendada pelo fabricante do *software* ANSYS (Ansys, 1995). Sendo que os deslocamentos são avaliados nos nós dos elementos singulares.

Analisando-se o caso para $\frac{1}{4}$ do corpo de prova analisado com $\beta=90^\circ$ (modelo simétrico), e considerando-se que:

$$\frac{|u(\theta = \pi)|}{\sqrt{r}} = A + Br \quad \text{e} \quad \frac{|v(\theta = \pi)|}{\sqrt{r}} = C + Dr \quad (6)$$

E como os parâmetros $\frac{|u(\theta = \pi)|}{\sqrt{r}}$ e $\frac{|v(\theta = \pi)|}{\sqrt{r}}$, são baseados nos deslocamentos e localizações do nós j e k , Figura 1, obtém-se duas equações com duas incógnitas (A e B ou C e D). Desta forma as constantes A , B , C e D são determinadas diretamente.

Fazendo-se r tender a zero, tem-se:

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{|u(\theta = \pi)|}{\sqrt{r}} = A \quad \text{e} \quad \lim_{r \rightarrow 0} \frac{|v(\theta = \pi)|}{\sqrt{r}} = C \quad (7)$$

E a partir das Equações 3 e 4, os valores do fator de intensidade de tensão podem ser obtidos por:

$$K_{II} = \frac{2\mu}{(\kappa+1)} \sqrt{2\pi} A \quad \text{e} \quad K_I = \frac{2\mu}{(\kappa+1)} \sqrt{2\pi} C \quad (8)$$

Analisando-se o caso para o modelo completo, e considerando-se que:

$$\frac{|u(\theta = \pi) - u(\theta = -\pi)|}{\sqrt{r}} = A' + B'r \quad \text{e} \quad \frac{|v(\theta = \pi) - v(\theta = -\pi)|}{\sqrt{r}} = C' + D'r \quad (9)$$

E fazendo-se r tender a zero, tem-se:

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{|u(\theta = \pi) - u(\theta = -\pi)|}{\sqrt{r}} = A' \quad \text{e} \quad \lim_{r \rightarrow 0} \frac{|v(\theta = \pi) - v(\theta = -\pi)|}{\sqrt{r}} = C' \quad (10)$$

Analogamente ao caso anterior os valores do fator de intensidade de tensão podem ser obtidos por:

$$K_{II} = \frac{\mu}{(\kappa + 1)} \sqrt{2\pi} A' \quad \text{e} \quad K_I = \frac{\mu}{(\kappa + 1)} \sqrt{2\pi} C' \quad (11)$$

2.2.4. Formulação baseada no deslocamento da abertura da trinca – *Crack Opening Displacement (COD)* e deslocamento do deslizamento da trinca – *Crack Sliding Displacement (CSD)*

Esta técnica também foi utilizada por (Bittencourt, *et al.*, 1992) e é também chamada de *two-point formulae* por (Aliabadi & Rooke, 1992).

Para a análise de ¼ do corpo de prova com $\beta=90^\circ$ (modelo simétrico), tem-se:

$$\begin{Bmatrix} K_I \\ K_{II} \end{Bmatrix} = \frac{2\mu}{(\kappa + 1)} \sqrt{\frac{2\pi}{L}} \begin{Bmatrix} 4v^j - v^k \\ 4u^j - u^k \end{Bmatrix} \quad (12)$$

Para a análise com o modelo completo, tem-se:

$$\begin{Bmatrix} K_I \\ K_{II} \end{Bmatrix} = \frac{\mu}{(\kappa + 1)} \sqrt{\frac{2\pi}{L}} \begin{Bmatrix} 4(v^j - v^l) - (v^k - v^m) \\ 4(u^j - u^l) - (u^k - u^m) \end{Bmatrix} \quad (13)$$

onde: $v^j, v^l, v^k, v^m, u^j, u^l, u^k$ e u^m , são os deslocamentos dos nós j, l, k e m, e L o comprimento do elemento singular (*quarter point*), Figura 1.

2.2.5 Formulação baseada no deslocamento do nó a ¼ da ponta da trinca - *¼ Point Displacement*

Esta metodologia foi utilizada por (Lin & Smith, 1999) e é também chamada de *one-point formulae* por (Aliabadi & Rooke, 1992). Esta considera simplesmente, a avaliação das expressões teóricas dos deslocamentos no nó localizado a ¼ do nó da ponta da trinca, Figura 1. O fator de intensidade de tensão é determinado diretamente.

Para a análise de ¼ do corpo de prova com $\beta=90^\circ$ (modelo simétrico), tem-se:

$$\begin{Bmatrix} K_I \\ K_{II} \end{Bmatrix} = \frac{4\mu}{(\kappa + 1)} \sqrt{\frac{2\pi}{L}} \begin{Bmatrix} v^j \\ u^j \end{Bmatrix} \quad (14)$$

Para a análise com o modelo completo, tem-se:

$$\begin{Bmatrix} K_I \\ K_{II} \end{Bmatrix} = \frac{2\mu}{(\kappa + 1)} \sqrt{\frac{2\pi}{L}} \begin{Bmatrix} (v^j - v^l) \\ (u^j - u^l) \end{Bmatrix} \quad (15)$$

onde: v^j , v^l , u^j e u^l , são os deslocamentos dos nós j e l , e L o comprimento do elemento singular (*quarter point*), Figura 1.

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A geometria analisada, considera um modelo quadrado $2W=0.1$ m, espessura de 0.005 m e trinca central $2a=0.01$ m, ângulo β variando de 15 a 90° em relação a tensão aplicada, Figura 1. A tensão aplicada foi de 100 MPa. A malha adotada é composta de elementos quadriláteros com oito nós, PLANE 82, (Ansys, 1995), elemento capaz de ser modificado para o tipo singular.

Os resultados puderam ser comparados com os obtidos a partir das expressões utilizadas para o cálculo do fator de intensidade de tensão para a geometria estudada:

$$K_I = \sigma \sin^2 \beta \sqrt{\pi a} \quad K_{II} = \sigma \sin \beta \cos \beta \sqrt{\pi a} \quad (16)$$

Os fatores de intensidade de tensão foram determinados a partir da análise por elementos finitos, tanto para o modelo completo, caso em que se considerou o modo combinado de carregamento (modo I e modo II), e para ¼ do corpo de prova com $\beta=90^\circ$, modo I de carregamento. Em todos os casos considerou-se estado de tensão plana.

Para o modelo de ¼ do corpo de prova com $\beta=90^\circ$, as análises foram feitas levando-se em consideração a influência de alguns parâmetros da geometria dos elementos na ponta da trinca. Por exemplo, o número de elementos na ponta da trinca (N), o comprimento do elemento *quarter point* (L) e o tamanho do elemento regular (b), Figura 1.

Sendo assim, diferentes níveis de refinamento da malha foram obtidos. Para isto, utilizou-se o critério adotado por (Gerstle & Abdalla, 1990). Este considera uma região mínima na qual a singularidade que ocorre na ponta da trinca pode ser representada com bastante precisão com somente necessidade de um refinamento local. Refinamento este, realizado em torno da ponta da trinca.

Os resultados obtidos podem ser verificados nas Tabelas de 1 e 2.

Tabela 1. Valores de $K_I (Pa \sqrt{m})$ com $b/L = 1$. ($K_{\text{teórico}} = 12.533 Pa \sqrt{m}$)

(L/a)	Extrapolação do deslocamento (Owen & Fawkes, 1983)		Extrapolação do deslocamento (Ansys, 1995)		COD (Bittencourt et al., 1992)		Um ponto na ponta da trinca (Lin & Smith, 1999)	
	N = 8 elem.	N = 4 elem.	N = 8 elem.	N = 4 elem.	N = 8 elem.	N = 4 elem.	N = 8 elem.	N = 4 elem.
1/32	12.670	12.711	12.769	12.823	12.851	12.973	12.727	12.748
1/16	12.696	12.640	12.705	12.623	12.823	12.758	12.647	12.555
1/8	12.822	12.775	12.739	12.757	12.955	13.002	12.630	12.634
¼	12.749	12.715	12.743	12.757	13.189	13.239	12.520	12.517

Tabela 2. Valores de $K_I (Pa \sqrt{m})$ com $L/a = 1/8$. ($K_{\text{teórico}} = 12.533 Pa \sqrt{m}$)

(b/L)	Extrapolação do deslocamento (Owen & Fawkes, 1983)		Extrapolação do deslocamento (Ansys, 1995)		COD (Bittencourt et al., 1992)		Um ponto na ponta da trinca (Lin & Smith, 1999)	
	N = 8 elem.	N = 4 elem.	N = 8 elem.	N = 4 elem.	N = 8 elem.	N = 4 elem.	N = 8 elem.	N = 4 elem.
0.25	12.704	12.680	12.716	12.644	12.944	12.859	12.602	12.537
0.50	12.680	12.724	12.693	12.724	12.919	12.974	12.580	12.599
0.75	12.696	12.669	12.721	12.742	12.949	13.003	12.607	12.611
1.00	12.822	12.775	12.739	12.757	12.955	13.002	12.630	12.634

Nos gráficos que seguem, Figuras 2 e 3, podem ser verificados os erros encontrados no cálculo do fator de intensidade de tensão, quando considerando $\frac{1}{4}$ do corpo de prova com $\beta=90^\circ$.

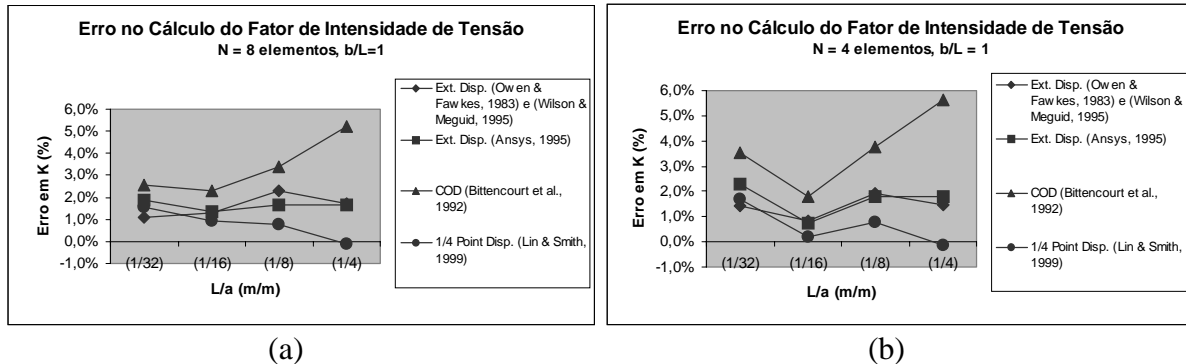


Figura 2. Gráficos mostrando o erro no cálculo do fator de intensidade de tensão com relação $b/L = 1$ (a) $N=8$ elementos (b) $N=4$ elementos.

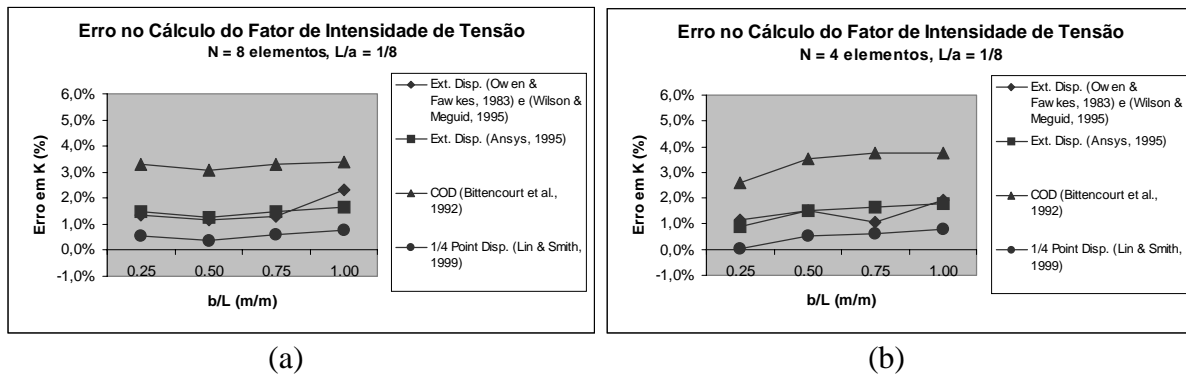


Figura 3. Gráficos mostrando o erro no cálculo do fator de intensidade de tensão com relação $L/a = 1/8$ (a) $N=8$ elementos (b) $N=4$ elementos.

Os resultados obtidos são bastante aceitáveis, pois os erros não foram superiores a 6%, estes resultados são compatíveis com os obtidos por (Gerstle & Abdalla, 1990) e (Bittencourt *et al.*, 1992).

De uma maneira geral os resultados não foram muito influenciados pelo número de elementos em torno da ponta da trinca. Estes resultados tenderam a serem mais susceptíveis a variação do tamanho do elemento singular (L) que a variação do tamanho do elemento regular (b).

Entretanto observando-se os gráficos separadamente, verifica-se que há uma certa divergência nos resultados, quando utilizando-se o método da abertura do deslocamento da trinca – COD, este efeito também foi mostrado por (Aliabadi e Rooke, 1992), quando eles variaram o tamanho do elemento singular, entretanto a análise foi realizada para o caso de uma trinca central inclinada em relação a direção de carregamento (modelo completo), em alguns casos eles chegaram a erros de até 15%, com relações L/a variando de 0.1 até 1.

Da mesma forma, (Bittencourt *et al.*, 1992) apresentaram erros nos resultados que variaram de 2 a 10%, para o caso da determinação do fator de intensidade de tensão a partir do deslocamento da abertura da trinca – COD, a precisão nos resultados, neste caso, foi dependente do refinamento da malha e convergiram mais lentamente que os obtidos pelo método da Integral J, por exemplo.

Para a relação $L/a = 1/16$, Figura 2, houve uma tendência de diminuição nos erros do cálculo dos valores do fator de intensidade de tensão, esta observação está de acordo com os resultados obtidos por (Gerstle & Abdalla, 1990), em que eles consideraram como relação ótima, para obtenção de erros da ordem de 1%, $L/LD = 1/20$. Onde LD significa *least dimension*, onde esta dimensão é usada para calcular um raio aproximado em torno da ponta da trinca, que determina uma região dentro da qual o campo de tensão singular é garantido e domina a solução.

Esta dimensão (LD) para o caso aqui considerado é governado pelo tamanho da trinca “a”, o que faz a relação $L/a=1/16$, mais próxima da relação $L/LD=1/20$, proposta por (Gerstle & Abdalla, 1990).

Para o modo combinado de carregamento, a análise foi feita variando-se o ângulo da trinca em relação a tensão aplicada. A geometria da malha na ponta da trinca adotada para este caso foi com $N = 16$ elementos, $L=a/8$ e $b/L=1$, Figura 1.

Na Tabela 3, mostra-se os resultados obtidos para este caso.

Tabela 3. Valores de K_I e K_{II} ($Pa\sqrt{m}$) - ($N = 16$ elementos, $L/a = 1/8$, $b/L = 1$)

β (°)	Extrapolação do deslocamento (Ansys, 1995)		COD (Bittencourt et al., 1992)		Um ponto na ponta da trinca (Lin & Smith, 1999)	
	K_I	K_{II}	K_I	K_{II}	K_I	K_{II}
15	0.853	3.136	0.868	3.173	0.846	3.117
45	6.373	6.282	6.482	6.356	6.319	6.245
60	9.546	5.413	9.711	5.479	9.463	5.379
90	12.687	-0.0062	12.903	-0.0069	12.579	-0.0059

Na Figura 4, mostra-se os erros encontrados no cálculo dos valores dos fatores de intensidade de tensão, K_I e K_{II} .

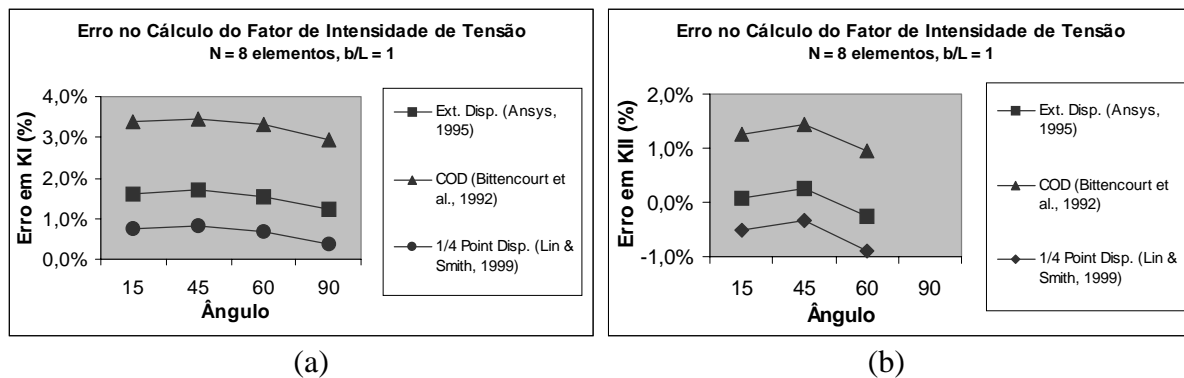


Figura 4. Gráficos mostrando o erro no cálculo dos fatores de intensidade de tensão
(a) Erro no cálculo de K_I (b) Erro no cálculo de K_{II} .

Apesar dos resultados apresentados, considerarem uma única análise de refinamento da malha, verifica-se individualmente, que os erros nos cálculos dos valores dos fatores de intensidade de tensão, para o ângulo da trinca a 90° (modo I de carregamento), tenderam a uma diminuição, quando comparados com os valores obtidos considerando-se $1/4$ do corpo de prova (modelo simétrico).

Em relação aos outros ângulos da trinca, os valores também são compatíveis com os obtidos por (Gerstle & Abdalla, 1990) e (Bittencourt *et al.*, 1992). No caso aqui considerado os erros não foram superiores a 4%.

Na Figura 5, observa-se dois exemplos, considerando-se o modelo completo, das malhas geradas para a análise realizada neste trabalho. Na Figura 5a, observa-se a malha criada utilizando-se a opção de geração “mapeada” enquanto que na Figura 5b, observa-se a malha na condição de geração de malha, “livre”.

Com a opção de geração de malha “mapeada”, utilizando-se modelagem sólida (Ansys, 1998b), é possível obter-se uma malha mais regular e um controle maior do refinamento.

Apesar desta vantagem, muitas vezes se faz necessário a subdivisão do modelo em várias áreas (no caso do modelo 2D), para se ter um controle maior no posicionamento e na forma dos elementos a serem criados. Este tipo de trabalho adicional sempre leva a um aumento nos custos de tempo de geração do modelo.

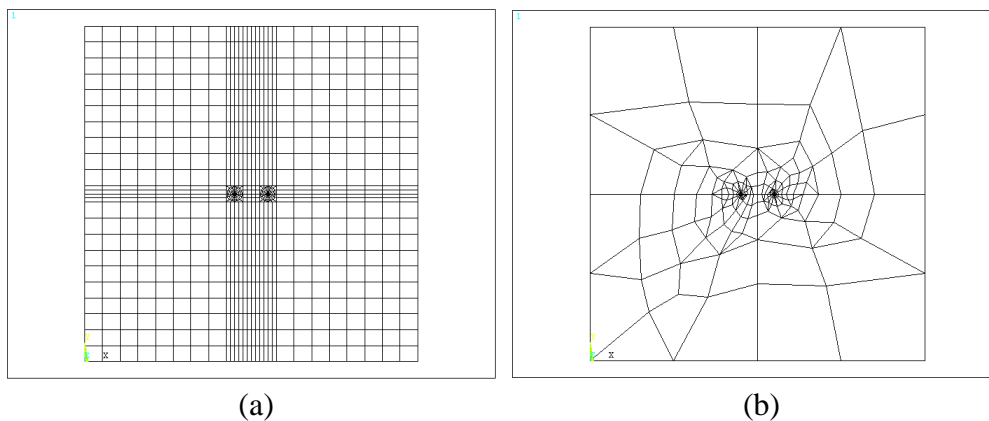


Figura 5. Malha utilizada no cálculo do fator de intensidade de tensão.
(a) malha mapeada (b) malha livre.

5. CONCLUSÕES

Os resultados obtidos nas análises aqui estudadas foram bastantes compatíveis com os da literatura, especificamente aqui, estes não foram superiores a 6%.

Algumas dificuldades foram encontradas na geração das malhas dos modelos, e um certo trabalho foi realizado para se conseguir malhas mais uniformes e um tempo maior de modelagem foi despendido. Entretanto nenhuma diferença significativa nos valores do fator de intensidade de tensão foi verificado, o que não significa que possa ocorrer para modelos mais complexos.

As metodologias implementadas para a determinação do fator de intensidade de tensão foram todas baseadas na relação com os deslocamentos obtidos a partir da análise pelo método dos elementos finitos, o que provavelmente tenha levado a obtenção de valores do fator de intensidade de tensão muito próximos uns dos outros. Entretanto a geometria da malha na ponta da trinca pôde ser estudada.

Com a possibilidade de programação e adaptação do *software*, ANSYS, às necessidades do usuário, verifica-se que o mesmo torna-se um sistema adequado à implementação e realização de análises dentro do campo da mecânica da fratura.

6. REFERÊNCIAS

- Aliabadi, M. H., Rooke, D. P., 1992, “Numerical Fracture Mechanics”, Kluwer Academic Publishers, London, 276 pp.
- ANSYS APDL Programmer’s Guide, 1998a, SAS IP, Sep.
- ANSYS Modeling and Meshing Guide, 1998b, 3rd Edition. SAS IP, Sep.

- ANSYS User's Manual, 1995, Procedures Volume. I, SAS IP, Aug.
- Barsoum, R., 1976, "On the Use of Isoparametric Elements in Linear Fracture Mechanics", International Journal for Numerical Methods in Engineering, v. 10, pp. 25-37.
- Benzley, S. E., 1974, "Representation of Singularities with Isoparametric finite Elements", International Journal for Numerical Methods in Engineering, v. 8, pp. 537-545.
- Bittencourt, T. N., Barry, A., Ingraffea, A. R., 1992, "Comparison of Mixed-Mode Stress-Intensity Factors Obtained Through Displacement Correlation, J-Integral Formulation, and Modified Crack-Closure Integral", Fracture Mechanics: Twenty-Second Symposium, ASTM STP 1131, S. N. Atluri, J. C. Newman, Jr., I. S. Raju, and J. S. Epstein, Eds., American Society for Testing Materials, Philadelphia, v.11, pp. 69-82.
- Gerstle, W. H., Abdalla, Jr., J. E., 1990, Finite Element Meshing Criteria for Crack Problems", Fracture Mechanics: Twenty-First Symposium, ASTM STP 1074, J. P. Gudas, J. A. Joyce and E. M. Hackett, Eds., American Society for Testing and Materials, Philadelphia, pp. 509-521.
- Henshel, R. D., Shaw, K. G., 1975, "Crack Tip Finite Elements are Unnecessary", International Journal for Numerical Methods in Engineering, v. 9, pp. 495-507.
- Irwin, G. R., 1957, "Analysis of Stresses and Strains Near the End of Crack Traversing a Plate", Journal of Applied Mechanics, v. 24, n. 3, pp. 361-364, Jun.
- Liebowitz, H., Moyer, Jr., E. T., 1989, "Finite Element Methods in Fracture Mechanics", Computers & Structures, v. 31, n. 1, pp. 1-9.
- Lin, X. B., Smith, R. A., 1999, "Finite Element Modelling of Fatigue Crack Growth of Surface Cracked Plates Part I: The Numerical Technique", Engineering Fracture Mechanics, v. 63, n. 5, pp. 503-522, Jul.
- Owen, D. R. J., Fawkes, A. J., 1983, "Engineering Fracture Mechanics: Numerical Methods and Applications", Pineridge Press Ltd., Swansea, U. K., 305 p.
- Tong, P., Pian, T. H. H., Lasry, S. J., 1973, "A Hybrid-Element Approach to Crack Problems in Plane Elasticity", International Journal for Numerical Methods in Engineering, v. 7, pp. 297-308.
- Wilson, R. L., Meguid, S. A., 1995, "On the Determination of Mixed Mode Stress Intensity Factors of an Angled Crack in a Disc Using FEM", Finite Elements in Analysis and Design, v. 18, n.4, pp. 433-448, Jan.1.