

AVALIAÇÃO DE PARÂMETROS FÍSICOS DE MEIOS POROSOS RÍGIDOS EFETIVOS

Emerson Freitas Jaguaribe

Marcos Antonio Ramos Andrade

Universidade Federal da Paraíba, Departamento de Tecnologia Mecânica, Centro de Tecnologia, Campus I da UFPB, 58059-900, Paraíba, PB, Brasil. E-mail: ejaguaribe@uol.com.br e marandrade@bol.com.br

Resumo

Neste trabalho o escoamento em um meio poroso unidimensional foi associado ao de um fluxo através de uma vena contracta. Equacionando, ainda, a perda de carga em termos da energia cinética, e em função do comprimento longitudinal do meio poroso, foi possível compor um sistema formado por três equações. O modelo foi aplicado a situações onde a porosidade média efetiva era conhecida ($\epsilon = 0,436$), para as amostras formadas por tubos capilares de vidro. Os dados numéricos advindos dos experimentos serviram para complementar a formulação do modelo, “Andrade (1999)”, que passou a ter o caráter semi-empírico. O modelo completo foi também empregado para determinar parâmetros físicos de um meio constituído de carvão vegetal. Comentários pertinentes aos resultados desta aplicação estão incorporados a este trabalho.

Palavras-chave: Meios porosos, Vena contracta, Parâmetros físicos.

1. INTRODUÇÃO

De uma maneira geral, entende-se por meio poroso, um corpo formado por uma complexa rede de poros, passagens e fissuras através dos quais um fluido poderá escoar. É óbvio, que apenas os poros interligados, que vão de uma interface a outra, participam desse escoamento.

Sabemos que existem à disposição de engenheiros, químicos e outros usuários, métodos e teorias para determinação da área superficial de sólidos. O método BET “Brunauer et al.(1938)”, bem como porosímetros de mercúrio são exemplos destes recursos. Entretanto, para se avaliar a porosidade contínua ou efetiva de um meio, isto é, aquela que conecta duas interfaces distintas, fica-se a depender do empirismo. Este trabalho de caráter teórico-experimental, tem por objetivo maior discutir com o detalhe necessário, uma forma de identificar a porosidade efetiva de materiais porosos. Particularmente, a natureza dos materiais aqui discutidos foram o vidro, dos tubos capilares, que constituíram um dos meios, e o carvão vegetal, embora a técnica e o modelo proposto possam ser aplicados a outros materiais.

2. MODELO PROPOSTO

Dada a grande complexidade em relação ao estudo de leitos porosos, utilizamos, como uma primeira simplificação, o modelo unidimensional “Sissom et al.(1979)”, formado por tubos capilares uniformemente distribuídos, tal como é mostrado na **Figura 1**.

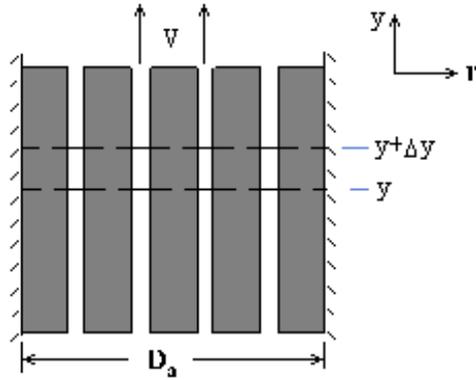


Figura 1. Leito formado por tubos capilares uniformemente distribuídos

Em termos de parâmetros do modelo unidimensional, a equação de *Darcy-Weisbach* é dado por:

$$\Delta p = f \frac{8 ha}{di^5} \frac{\rho Q^2 \varepsilon^{\frac{1}{2}}}{np^2 \pi^2} \quad (1)$$

Onde Δp é o diferencial de pressão, em Pascal (Pa), f o fator de atrito, ha a altura da amostra, di o diâmetro de um veio capilar, ρ a massa específica do fluido, Q a vazão, ε a porosidade efetiva e np o número de veios capilares.

Considerando a Eq. (1), observa-se que mesmo determinando-se experimentalmente Δp e Q , e conhecendo-se ρ , ha e o diâmetro da amostra Da , três parâmetros, np , f , e ε , restam a ser determinados, e portanto duas outras equações tornam-se necessárias.

2.1 Determinação das Três Incógnitas

Na determinação das três incógnitas, “Andrade (1999)”, imaginou um meio poroso de altura ha , obstruindo parcialmente a passagem de um fluxo Q , de um fluido de massa específica ρ , que chega através de uma tubulação de diâmetro Di , causando uma queda de pressão Δp . Associando ainda, a queda de pressão causada pelo meio, a de uma vena contracta, ou seja, pela existência, em um escoamento, de uma contração seguida de uma expansão, como mostra a **Figura 2.** (a) e (b).

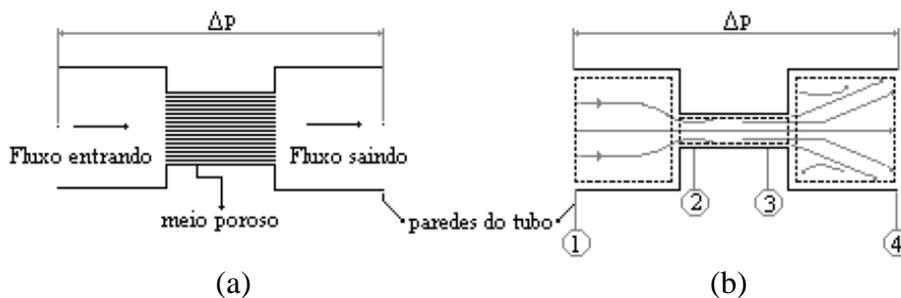


Figura 2. (a) Representação de um meio poroso obliterando um escoamento; (b) Representação gráfica de uma vena contracta, bem como os volumes de controle correspondentes as seções 1-2, 2-3 e 3-4.

A composição desta idéia lança mão do diâmetro equivalente, Di , do cilindro vazio contendo todos os veios contínuos agrupados, é definido da seguinte forma:

$$Di^2 = \varepsilon Da^2 \quad (2)$$

2.2 Determinação da Segunda Equação

A segunda equação necessária a solução do problema em questão é conseguida aplicando-se as equações da quantidade de movimento linear, da energia e da continuidade aos volumes de controle ilustrados na **Figura 2** (b), considerando-se o escoamento estacionário de um fluido incompressível, e desprezando-se as tensões de cisalhamento ao longo dos volumes de controle, nas seções 1-2, 2-3 e 3-4, chegamos as equações:

$$A_3^2 (A_1 - \xi A_1 A_2^2 - 2 A_2) + (\xi A_1 A_2^3 + 2 A_2^2) A_3 - A_1 A_2^2 = 0 \quad (3)$$

onde $\xi = \frac{2 g h_t}{Q^2}$

e

$$A_3^2 (\lambda A_2^2 - 2 A_2^2 + 2 A_1 A_2 - A_1^2) + (2 A_1 A_2^2) A_3 - A_1^2 A_2^2 = 0 \quad (4)$$

onde $\lambda = \frac{2 g h_t}{Q^2} A_1^2$.

Sabendo que $h_3 \ll h_2$, $h_3 \ll h_4$, e portanto $h_t = h_2 + h_4$.

Sendo A_1 , A_2 , A_3 , as áreas das seções transversais e h_2 , h_3 , h_4 , as perdas de carga, em metro (m). Tanto as áreas quanto as perdas de carga são correspondentes as seções 1-2, 2-3 e 3-4 respectivamente e h_t a perda de carga total.

De posse das equações (3) e (4), podemos facilmente determinar a área total de poros A_3 . A fração de vazios ou porosidade total ε , é calculado da seguinte forma

$$\varepsilon = \frac{A_3}{A_a} \quad (5)$$

sendo A_a , a área da seção transversal da amostra cilíndrica.

2.3 Determinação do Fator de Atrito

De uma maneira geral considera-se que as perdas de carga em um duto, podem ser dadas em função da energia cinética. O mesmo ocorre quando se busca perdas de carga envolvendo contrações e expansões em dutos. Procurando desenvolver uma formulação que fosse expressa também em termos de ha , chegou-se a

$$\frac{\Delta p}{\rho g ha} = \alpha \left(\frac{A_3}{A_i} - 1 \right)^\beta \frac{V^2}{2 g di} \quad (6)$$

onde β é uma constante a ser avaliada. Sendo $A_3 = np \cdot A_i$, a Eq. (6), resulta

$$\frac{\Delta p}{ha} = \alpha (np - 1)^\beta \frac{V^2}{2 di} \rho \quad (7)$$

onde α é o fator de correção e A_i a área da seção transversal de um veio capilar.

Comparando a Eq. (7) com a de *Darcy-Weisbach*, podemos concluir que o fator de atrito será dado por

$$f = \alpha (np - 1)^\beta \quad (8)$$

2.4 Determinação da Terceira Equação

Sabendo que, $V_\infty = \varepsilon V$, sendo V_∞ a velocidade superficial do fluido e V a velocidade média, que $np di^2 = \varepsilon Da^2$ e com o auxílio da Eq. (8), a equação de *Darcy-Weisbach* gera:

$$np(np - 1)^{2\beta} - \left[\frac{\pi^2 Da^5 \varepsilon^{\frac{5}{2}} \Delta p}{8 \alpha \rho Q^2 ha} \right]^2 = 0 \quad (9)$$

3. O EXPERIMENTO

3.1 Preparo das Amostras de Carvão Vegetal

A madeira “açacur”, previamente escolhida, foi transformada em carvão vegetal, após ter sido colocada em um forno tubular rotativo, a uma temperatura de 400 °C, com uma taxa de aquecimento de 5 graus por minuto. O carvão vegetal obtido foi transformado em dois tipos de amostras cilíndricas com 7,5 mm e 15 mm de altura e 10 mm de diâmetro.

3.2 Preparo das Amostras de Tubos Capilares de Vidro

Para a confecção dessas amostras empregou-se tubos capilares de vidro transparentes, com 1,1 mm de diâmetro interno e 1,5 mm de diâmetro externo. Todas elas foram produzidas com 18 tubos de mesmo comprimento, agrupados com o auxílio de uma fita veda rosca. Foram preparadas três tipos de amostras, que se distinguiam pela altura ou comprimento dos tubos, sendo estas alturas iguais a: 7,5 mm, 15 mm e 30 mm.

3.3 Experiência Realizada

Neste experimento, de acordo com a **Figura 3.**, utilizamos um reservatório situado na laje superior do Laboratório de Termoenergética, gerando uma altura de coluna d’água de 7,95 m, mantida constante através de um fluxo de água proveniente da rede de abastecimento. Este, por sua vez, foi interligado, através de tubos plásticos, a um piezômetro. Sendo o diferencial de pressão Δp , produzidos pelas diversas amostras, determinado pela diferença entre a primeira tomada de pressão do piezômetro, antes da amostra de carvão e a segunda tomada, após o fluido ter percolado a amostra. Passada a segunda tomada, um outro reservatório faria a coleta do líquido escoado.

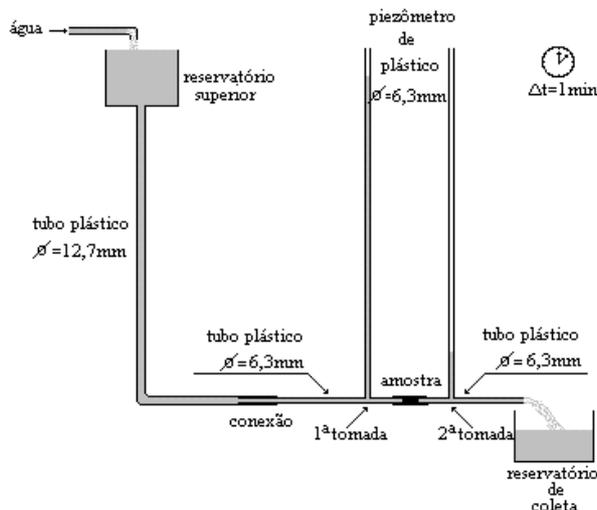


Figura 3. Desenho esquemático do experimento realizado ao ar livre

4. RESULTADOS

4.1 Amostras com Tubos Capilares de Vidro

Levando em conta os valores de vazões Q , e de quedas de pressão obtidas através dos experimentos, considerando os diâmetros das amostras de tubos capilares igual a 6,3 mm, a Eq. (5), e com o auxílio do programa Mathcad 8.0, para resolver o sistema formado pelas Eqs. (3) e (4), nos foi possível determinar os valores da porosidade efetiva, ε , nos três casos examinados, conforme **Tabela 1**, primeira coluna. O valor determinado teoricamente foi de $\varepsilon = 0,436$.

Tabela 1. Parâmetros físicos de meios formados por tubos capilares de vidro.

	ε	α	hh (m)	f	d_i (m)	$Re'/(1-\varepsilon)$
ha = 7,5 mm	0,433	0,03481	5,295	0,086	$651,5 \times 10^{-6}$	$12,10 \times 10^3$
ha = 15 mm	0,42	0,01795	5,480	0,045	$643,2 \times 10^{-6}$	$11,67 \times 10^3$
ha = 30 mm	0,361	0,01044	6,050	0,026	$581,4 \times 10^{-6}$	$9,259 \times 10^3$

4.2 Determinação do Parâmetro α

Observando a Eq. (9) verifica-se que o parâmetro α será determinado caso se conheça β . De fato, β é praticamente um valor arbitrário, e o valor aqui escolhido foi $\frac{1}{4}$. Deste modo, chegou-se aos seguintes valores de α , para os casos examinados, relacionados na segunda coluna, **Tabela 1**.

Levando-se em conta, outra vez a Eq. (9) e observando o comportamento de α , em função de ha e da altura de carga na primeira tomada, hh , pode-se reescrever esta última equação de uma forma mais geral, resultando

$$np(np-1)^{0.5} = 3,648 \cdot 10^4 \left[\frac{Da^5 \varepsilon^{\frac{5}{2}} \Delta p G(ha)}{\rho Q^2 hh ha} \right]^2 \quad (10)$$

onde

$$G(ha) = 120,3 ha^{0,979} \quad (11)$$

$$\alpha = 6,4797 \cdot 10^{-3} \frac{hh}{G(ha)} \quad (12)$$

4.3 Avaliação dos Números de Reynolds Modificados Divididos por (1-ε)

Os números de Reynolds modificados “Ergun (1952)”, divididos por (1-ε), nos possibilita a classificar o regime de escoamento que ocorre em cada um dos casos acima referidos.

Fazendo uso da Eq. (5), e já havendo avaliado a porosidade efetiva, se determina os valores dos diâmetros internos capilares dos veios contínuos, que formam o meio poroso. Estes valores são apresentados na **Tabela 1**, quinta coluna.

A equação que calcula o número de *Reynolds* modificado em função da vazão é dada por

$$Re'' = \frac{\rho di Q}{\mu np Ai} \quad (13)$$

onde μ é a viscosidade absoluta do fluido. Substituindo os valores já calculados na Eq. (13), e dividindo o resultado por (1-ε), chega-se aos valores observados na **Tabela 1**, sexta coluna.

4.4 Amostras de Carvão Vegetal

As tabelas abaixo nos mostra os resultados de alguns parâmetros físicos, obtidos utilizando-se amostras de carvão vegetal com alturas de 7,5 mm e 15 mm.

Tabela 2. Valores da porosidade efetiva ,ε, com ha=7,5 mm.

Amostra	A28	A25	A24	A23	A26	A30	A27	A22
1ª Medida	0,071	0,037	0,048	0,072	0,054	0,066	0,060	0,048
2ª Medida	0,071	0,039	0,049	0,072	0,054	0,066	0,060	0,046
3ª Medida	0,071	0,037	0,049	0,072	0,053	0,065	0,059	0,046

Tabela 3. Valores da porosidade efetiva, ε, com ha=15 mm.

Amostra	A21	A27	A44	A45	A40
1ª. Medida	0,061	0,060	0,054	0,046	0,042
2ª. Medida	0,063	0,063	0,054	0,046	0,042
3ª. Medida	0,062	0,063	0,053	0,045	0,042

Tabela 4. Quantidade np , de veios porosos efetivos na amostra de carvão, $ha=7,5$ mm

Amostra	A28	A25	A24	A23	A26	A30	A27	A22
1ª Medida	17,239	11,484	13,586	14,934	14,478	16,800	15,676	13,593
2ª Medida	17,239	11,769	13,699	14,934	14,478	16,800	15,687	13,217
3ª Medida	17,209	11,513	13,828	14,848	14,421	16,763	15,656	13,169

Tabela 5. Quantidade np de veios porosos efetivos na amostra de carvão, $ha=15$ mm.

Amostra	A21	A27	A44	A45	A40
1ª. Medida	13,437	13,33	14,316	12,842	12,237
2ª. Medida	15,64	15,763	14,282	12,842	12,237
3ª. Medida	15,605	15,822	14,167	12,779	12,237

Tabela 6. Fator de Atrito, f , para amostras de carvão com $ha=7,5$ mm.

Amostra	A28	A25	A24	A23	A26	A30	A27	A22
1ª. Medida	0,10	0,09	0,094	0,096	0,096	0,10	0,098	0,094
2ª. Medida	0,10	0,091	0,094	0,096	0,096	0,10	0,098	0,094
3ª. Medida	0,10	0,091	0,095	0,096	0,096	0,099	0,098	0,094

Tabela 7. Fator de Atrito, f , para amostras de carvão com $ha=15$ mm.

Amostra	A21	A27	A44	A45	A40
1ª. Medida	0,048	0,047	0,048	0,047	0,047
2ª. Medida	0,050	0,050	0,048	0,047	0,047
3ª. Medida	0,050	0,050	0,048	0,047	0,047

Tabela 8. Número de Reynolds modificado dividido por $(1-\epsilon)$, com $ha=7,5$ mm.

Amostra	A28	A25	A24	A23	A26	A30	A27	A22
1ª Medida	$4,113 \times 10^3$	$3,525 \times 10^3$	$3,712 \times 10^3$	$4,753 \times 10^3$	$3,829 \times 10^3$	$3,962 \times 10^3$	$3,887 \times 10^3$	$3,711 \times 10^3$
2ª Medida	$4,113 \times 10^3$	$3,548 \times 10^3$	$3,725 \times 10^3$	$4,753 \times 10^3$	$3,829 \times 10^3$	$3,962 \times 10^3$	$3,885 \times 10^3$	$3,668 \times 10^3$
3ª Medida	$4,110 \times 10^3$	$3,519 \times 10^3$	$3,73 \times 10^3$	$4,753 \times 10^3$	$3,823 \times 10^3$	$3,941 \times 10^3$	$3,876 \times 10^3$	$3,620 \times 10^3$

Tabela 9. Número de Reynolds modificado dividido por $(1-\epsilon)$, com $ha=15$ mm

Amostra	A21	A27	A44	A45	A40
1ª. Medida	$4,509 \times 10^3$	$4,462 \times 10^3$	$3,833 \times 10^3$	$3,728 \times 10^3$	$3,654 \times 10^3$
2ª. Medida	$4,012 \times 10^3$	$4,003 \times 10^3$	$3,838 \times 10^3$	$3,728 \times 10^3$	$3,654 \times 10^3$
3ª. Medida	$4,004 \times 10^3$	$3,980 \times 10^3$	$3,812 \times 10^3$	$3,706 \times 10^3$	$3,654 \times 10^3$

5. ANÁLISE DE RESULTADOS

Ao considerarmos os valores que aparecem na **Tabela 1**, constata-se que as magnitudes das porosidades, de uma forma geral e sobretudo para alturas de amostra formadas por tubos capilares iguais a 7,5 mm e 15 mm, se identificam, com aquele determinado de forma teórica

($\varepsilon = 0,436$). Basta verificar que quando a $ha < 30$ mm, a diferença entre os resultados, na pior das hipóteses, atinge apenas 3,8%. Observa-se, ainda, que houve um crescimento no percentual das razões entre os valores fornecidos pelo modelo, e o teórico, o que nos pareceu lógico, uma vez que na prática, o crescimento da altura dos tubos capilares é traduzido em resistência ao escoamento, e portanto, pode ser interpretado como uma redução da porosidade efetiva.

Vimos que o conhecimento da porosidade efetiva não garante a determinação, por exemplo, do diâmetro do veio capilar da amostra, uma vez que tal elemento, no presente modelo, é função do parâmetro α . Graças, todavia, ao conhecimento do número de capilares que formavam o meio composto por tubos de vidro, a **Tabela 1**, colunas 2 e 3, nos deixa antever a dependência deste parâmetro com relação a altura da amostra, bem como constatar que α é uma função da altura de carga medida, na primeira tomada. Esta observação permitiu que o parâmetro α fosse correlacionado com aquelas variáveis e consequentemente possibilitou que o número de veios capilares de um meio qualquer possa ser avaliado através da Eq. (10). Depreende-se, ainda, que α é aproximadamente uma função linear de ha .

Examinando as **Tabelas 1**, colunas 2 e 4, **6** e **7** é possível notar que, tanto o valor do fator de correção, α , bem como o fator de atrito, f , decrescem quase que linearmente com o aumento da altura da amostra, de acordo com a Eq. (8).

Observando as **Tabelas 1**, coluna 6, **8** e **9**, fica claro que o número de Reynolds modificado, calculado para amostras de tubos capilares é maior do que aquele que se origina quando a amostra é de carvão vegetal. E, como também já era esperado, o aumento da altura da amostra com tubos capilares de vidro, reduziu o valor do número de *Reynolds* modificado. Com relação as amostras de carvão, também pode-se observar uma certa tendência nesta diminuição, com o crescimento do tamanho da amostra, mas tendo em vista a complexidade do arranjo poroso e das reais diferenças entre elas, mesmo quando feita da mesma madeira, esta tendência, nestes casos examinados, nem sempre foi confirmada. Examinando as **Tabelas 2** e **3**, percebemos que as amostras de carvão com alturas de 7,5 mm e 15 mm, possuem mesma ordem de porosidade. É óbvio que à medida que a altura da amostra cresce, torna-se incontestável a redução da vazão através da mesma, causado pela diminuição do número de veios porosos efetivos, np , a ponto de não ter sido possível trabalhar com amostras de carvão com 30 mm de altura. Vê-se ainda que, para todas as amostras, o número de *Reynolds* modificado “Ergun (1952)”, dividido por $(1-\varepsilon)$, definiu os escoamentos como altamente turbulento.

Verifica-se, outrossim, que a maior quantidade de veios porosos efetivos entre as amostras de carvão ocorreu naquelas com alturas iguais a 7,5 mm, embora, de uma forma geral, o número médio de poros tenha sido parecido para as duas alturas. Constatou-se, também, que o carvão fabricado e trabalhado nesta pesquisa apresenta pequena quantidade de poros contínuos.

6. CONCLUSÃO

A porosidade efetiva, calculada geometricamente, não espelha a realidade física do escoamento, uma vez que ela é fixa. Na prática, como vimos, ela deve variar.

A porosidade efetiva foi determinada por meios analíticos. O experimento nos deu condições de mostrar a validade do modelo proposto.

Verificou-se que os valores do fator de atrito para os meios porosos rígidos, são diferentes daqueles indicados para os meios porosos granulares, para os mesmos regimes.

Constatamos, ao cabo deste trabalho, que é possível a determinação, de forma mais analítica, de parâmetros físicos de meios porosos rígidos efetivos.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Andrade, M. A. R., 1999, “Estudo Teórico-Experimental de Parâmetros Físicos de Meios Porosos Rígidos Efetivos”. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, PB, Brasil, 61p.
- Brunauer, S., Emmett, P. H. and Teller, E., *J. Am. Chem. Soc.*, **60** (1938)309.
- Ergun, S., 1952, “Fluid Flow Through Packed Columns”, *Chemical Engineering Progress*, 48, 2, pp 89-94.
- Sissom, L. E., Pitts, D. R., 1979 “Fenômenos de Transporte”, Ed. Guanabara Dois S. A., Rio de Janeiro, Brasil, 765p.