

# METODOLOGIA DE IMPOSIÇÃO DE OBSTÁCULOS AO ESCOAMENTO PARA A SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA CAMADA LIMITE ATMOSFÉRICA

**Taygoara Felamingo de Oliveira**

**Luis Felipe de Aguilar Paulinyi**

**Roberto Francisco Bobenrieth Miserda**

Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Mecânica,  
CEP: 70910-900, Brasília, DF, Brasil. E-mail: [roberto@enm.unb.br](mailto:roberto@enm.unb.br)

## Resumo

O objetivo deste trabalho é desenvolver uma metodologia de imposição de transicionadores de turbulência que permita a obtenção de um perfil médio de velocidades o mais próximo possível da camada limite atmosférica. Para isso um código bidimensional, baseado no método explícito de MacCormack desenvolvido por Bobenrieth (1996), foi adaptado de forma a se conseguir uma metodologia que permitisse a fácil imposição de obstáculos retangulares de dimensões quaisquer em um escoamento de ar, simulado segundo uma discretização em malha única e estruturada. São apresentados resultados para dois casos com disposições diferentes dos obstáculos com a finalidade de mostrar a viabilidade da metodologia obtida.

**Palavras-chave:** Transicionador de turbulência, Camada limite atmosférica

## 1. INTRODUÇÃO

O conhecimento do comportamento da camada limite atmosférica é de grande interesse no projeto de estruturas e edificações pois, uma vez que se conheça o perfil médio de velocidades, pode-se conhecer o tipo de carregamento ao qual a estrutura estará sujeita.

A camada limite atmosférica, além de possuir dimensões muito acima das convencionais, é influenciada pela força de Coriolis induzida pelo movimento de rotação da Terra. Tais fatos implicam em um comportamento tridimensional bastante complexo e de difícil análise. As medidas experimentais realizadas em campo, ficam, sempre, muito prejudicadas sobretudo devido às suas grandes dimensões. Os estudos em túneis aerodinâmicos também são dificultados pois, além da espessura, a intensidade de turbulência e o tamanho característico dos vórtices devem estar em escala com os modelos utilizados, o que nem sempre é fácil de se conseguir. Ainda há o problema da força de Coriolis que em túneis de vento é praticamente impossível de ser reproduzida.

A simulação numérica surge, então, como uma solução eficiente e poderosa, uma vez que permite a adaptação das condições locais, nas quais se deseja analisar o fenômeno de maneira rápida e bastante precisa, sendo possível adicionar o efeito de Coriolis sem problemas. Também é possível através de métodos numéricos chegar aos parâmetros de espessura da camada limite, intensidade de turbulência e tamanho de vórtices já na escala real do problema e, em se tendo facilidade na alteração da rugosidade do terreno, pode-se variar as características dos casos estudados com maior velocidade e precisão.

Inserido nesse contexto, o objetivo deste trabalho é desenvolver uma metodologia computacional de imposição de transicionadores de turbulência no plano vertical, perpendicular à superfície da Terra. A simulação é feita segundo uma discretização em malha única e estruturada através do método explícito de MacCormack que será discutido posteriormente. Deseja-se, sobretudo, que a metodologia obtida facilite a variação dos parâmetros topológicos dos transicionadores, e conseqüentemente a rugosidade relativa do

terreno, possibilitando a obtenção de um perfil médio de velocidades, típico da camada limite atmosférica.

## 2. MODELO MATEMÁTICO

O modelo matemático adotado é o sugerido por Bobenrieth (1996). É um modelo compressível para baixos números de Mach aplicado às grandes escalas do escoamento. Nele são resolvidas as equações da continuidade, quantidade de movimento e energia, considerando que o gás em questão é térmica e caloricamente perfeito. As variáveis são todas adimensionalizadas segundo a proposta de Anderson *et al.* (1984), onde:

$$\begin{aligned} x^* &= \frac{x}{L}, & y^* &= \frac{y}{L}, & u^* &= \frac{u}{U_\infty}, & v^* &= \frac{v}{U_\infty}, & t^* &= \frac{t}{L/U_\infty}, \\ \bar{p}^* &= \frac{\bar{p}}{\rho_\infty U_\infty^2}, & \bar{\rho}^* &= \frac{\bar{\rho}}{\rho_\infty}, & \underline{T}^* &= \frac{\underline{T}}{T_\infty}, & \underline{e}^* &= \frac{\underline{e}}{U_\infty^2}, & \underline{\mu}^* &= \frac{\underline{\mu}}{\mu_\infty} \end{aligned} \quad (2.1)$$

Neste texto, as variáveis sublinhadas são filtradas (por um filtro de caixa clássico) e as sobrelinhadas são filtradas e ponderadas pela densidade. O subíndice  $\infty$  representa propriedades do fluido não perturbado.

As equações que compõem o modelo são escritas na forma vetorial como segue:

$$\frac{\partial \bar{U}^*}{\partial t^*} + \frac{\partial \bar{E}^*}{\partial x^*} + \frac{\partial \bar{F}^*}{\partial y^*} = 0; \quad (2.2)$$

onde:

$$\bar{U}^* = \begin{bmatrix} \bar{\rho}^* \\ \bar{\rho}^* \underline{u}^* \\ \bar{\rho}^* \underline{v}^* \\ \bar{\rho}^* \left( \underline{e}^* + \frac{(\underline{u}^*)^2 + (\underline{v}^*)^2}{2} \right) \end{bmatrix}, \quad (2.3)$$

$$\bar{E}^* = \begin{bmatrix} \bar{\rho}^* \underline{u}^* \\ \bar{\rho}^* \underline{u}^* \underline{u}^* + \bar{p}^* - (\underline{\mu}^* - \underline{\mu}_t^*) \underline{S}_{xx}^* \\ \bar{\rho}^* \underline{u}^* \underline{v}^* - (\underline{\mu}^* - \underline{\mu}_t^*) \underline{S}_{xy}^* \\ \bar{\rho}^* \underline{u}^* \left( \underline{e}^* + \frac{(\underline{u}^*)^2 + (\underline{v}^*)^2}{2} \right) + \bar{p}^* \underline{u}^* - (\underline{\mu}^* \underline{S}_{xx}^*) \underline{u}^* - (\underline{\mu}^* \underline{S}_{xy}^*) \underline{v}^* - \left( \underline{k}^* + \frac{1}{\gamma} \underline{k}_t^* \right) \frac{\partial \underline{T}^*}{\partial x^*} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

$$\bar{F}^* = \begin{bmatrix} \bar{\rho}^* \underline{v}^* \\ \bar{\rho}^* \underline{v}^* \underline{u}^* - (\underline{\mu}^* - \underline{\mu}_t^*) \underline{S}_{xy}^* \\ \bar{\rho}^* \underline{v}^* \underline{v}^* + \bar{p}^* - (\underline{\mu}^* - \underline{\mu}_t^*) \underline{S}_{yy}^* \\ \bar{\rho}^* \underline{v}^* \left( \underline{e}^* + \frac{(\underline{u}^*)^2 + (\underline{v}^*)^2}{2} \right) + \bar{p}^* \underline{v}^* - (\underline{\mu}^* \underline{S}_{xy}^*) \underline{u}^* - (\underline{\mu}^* \underline{S}_{yy}^*) \underline{v}^* - \left( \underline{k}^* + \frac{1}{\gamma} \underline{k}_t^* \right) \frac{\partial \underline{T}^*}{\partial y^*} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Desta forma, a equação (1) tem no seu primeiro termo a equação da continuidade, nos dois termos seguintes, as duas componentes da equação de Navier-Stokes e no seu último

termo, a equação da energia. O modelo de turbulência adotado é o de submalha de Smagorinsky que é baseado na hipótese de equilíbrio termodinâmico das pequenas escalas. A partir desse modelo, pode-se chegar a uma viscosidade turbulenta adimensional dada por:

$$\mu_t^* = R_{e_L}^2 \bar{\rho}^* (C_S \Delta^*)^2 (\underline{S}_{xx}^* + \underline{S}_{yy}^* + \underline{S}_{xy}^*)^{1/2} \quad (2.6)$$

onde  $\Delta$  é o comprimento da aresta do volume de controle,  $C_S$  é a constante de Smagorinsky e  $R_{EL}$  é o número de Reynolds. As componentes do tensor taxa de deformação em forma adimensional são dadas por:

$$\underline{S}_{xx}^* = \frac{2}{3R_{E_L}} \left( 2 \frac{\partial \underline{u}^*}{\partial x^*} - \frac{\partial \underline{v}^*}{\partial y^*} \right); \quad \underline{S}_{yy}^* = \frac{2}{3R_{E_L}} \left( 2 \frac{\partial \underline{v}^*}{\partial y^*} - \frac{\partial \underline{u}^*}{\partial x^*} \right); \quad (2.7), (2.8)$$

$$\underline{S}_{xy}^* = \frac{1}{R_{E_L}} \left( \frac{\partial \underline{u}^*}{\partial y^*} - \frac{\partial \underline{v}^*}{\partial x^*} \right); \quad (2.9)$$

Também são necessárias as equações de estado e a relação entre condutividade e viscosidade que pode ser obtida com a hipótese de número de Prandtl constante, todas adimensionalizadas. Desta forma, o modelo matemático fica completo.

### 3. MÉTODO NUMÉRICO

No presente trabalho é utilizado o método explícito de MacCormack na sua formulação de volumes finitos proposta por Hirsch (1990). Neste método, as equações governantes filtradas e adimensionalizadas que foram condensadas na equação (2.1) são escritas na seguinte forma:

$$\frac{\partial \bar{U}^*}{\partial t^*} + \nabla^* \cdot \bar{\Pi}^* = 0 \quad (3.1)$$

onde:

$$\bar{\Pi}^* = \bar{E}^* \otimes \hat{i} + \bar{F}^* \otimes \hat{j} \quad (3.2)$$

Definindo-se o vetor  $U$  e o tensor  $\Pi$  como sendo as médias volumétricas dos vetor  $\bar{U}^*$  e do tensor  $\bar{\Pi}^*$  em um volume finito genérico e  $S$  como o vetor de superfície, o método propõe que a variação temporal do vetor  $U$  seja calculada em dois passos: preditor e corretor. No primeiro passo, esta variação no intervalo adimensional  $\Delta t$  é predita a partir do valor conhecido do vetor  $U$  no instante de tempo adimensional  $n$ , como:

$$\Lambda U_{i,j}^n = \frac{\Delta t}{V_{i,j}} \left( \Pi_{i+1,j}^n S_{i+1/2} + \Pi_{i,j}^n S_{i-1/2} + \Pi_{i,j+1}^n S_{j+1/2} + \Pi_{i,j}^n S_{j-1/2} \right) \quad (3.3)$$

desta forma, o valor predito do vetor  $U$  no instante de tempo adimensional  $n+1$ , é dado por:

$$U_{i,j}^{n+1} = U_{i,j}^n + \Lambda U_{i,j}^n \quad (3.4)$$

Conhecida esta predição, a variação temporal do vetor  $U$ , neste mesmo intervalo de tempo, é corrigida como:

$$\Delta U_{i,j}^{\overline{n+1}} = \frac{\Delta t}{V_{i,j}} \left( \Pi_{i,j}^{\overline{n+1}} S_{i+1/2} + \Pi_{i-1,j}^{\overline{n+1}} S_{i-1/2} + \Pi_{i,j}^{\overline{n+1}} S_{j+1/2} + \Pi_{i,j-1}^{\overline{n+1}} S_{j-1/2} \right) \quad (3.5)$$

E, finalmente, o valor do vetor  $U$  no instante de tempo  $n+1$  é dado por:

$$U_{i,j}^{n+1} = U_{i,j}^n + \frac{1}{2} \left( \Delta U_{i,j}^n + \Delta U_{i,j}^{\overline{n+1}} \right) \quad (3.6)$$

A precisão do método explícito de MacCormack é de segunda ordem tanto no espaço quanto no tempo e a condição necessária e suficiente para garantir a estabilidade do método é que o número de CFL seja sempre menor do que a unidade.

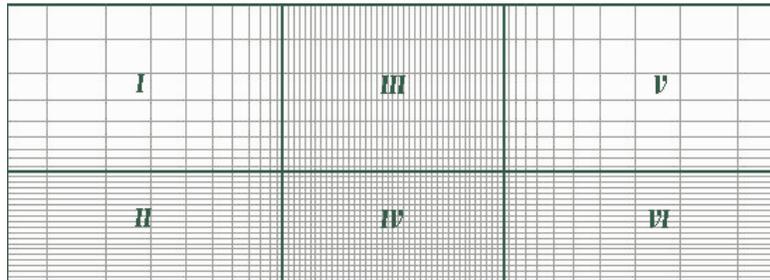
## 4. METODOLOGIA

### 4.1 Domínio e malha computacional

O domínio computacional usado representa o plano vertical perpendicular à superfície da Terra, no qual será desenvolvida uma camada limite turbulenta. É um domínio retangular bastante comprido a fim de proporcionar espaço suficiente para a colocação dos transicionadores além de permitir um desenvolvimento completo da camada limite. A malha usada na discretização do domínio é formada de volumes retangulares de tamanho variável e, de acordo com o formato desses, pode ser subdividida em seis regiões, como está ilustrado na figura 1.

A região IV é onde serão posicionados os transicionadores, é uma região regular, formada por elementos quadrados. Cada uma das outras regiões é constituída de elementos retangulares que vão tornando-se cada vez maiores à medida que se afastam do trecho regular. O tamanho e os fatores de crescimento em cada trecho são independentes.

É preciso que o domínio computacional seja suficientemente grande para que o escoamento não perturbado não sofra a influência dos transicionadores e para que nas fronteiras do domínio as variações das propriedades entre um volume e outro não sejam muito bruscas. Desta forma, obtém-se um domínio computacional muito extenso se comparado com a região de interesse e, conseqüentemente, se o mesmo grau de refinamento de malha fosse utilizado em todo o espaço ter-se-ia uma grande quantidade de pontos de cálculo desnecessários. E por ter isso em vista é que se optou pela utilização de uma malha com as características supra mencionadas.



**Figura 1.** Esquema das malhas utilizadas na discretização do domínio.

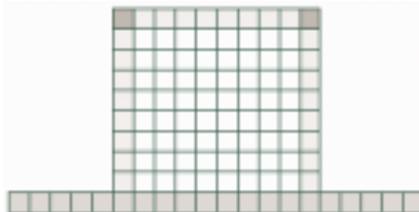
## 4.2 Condições iniciais e de contorno

Inicialmente, todo o domínio está nas condições do escoamento não perturbado. As condições de contorno na fronteira são aplicadas através de volumes virtuais posicionados fora do domínio. Na fronteira referente ao solo, no trecho IV, foi aplicada a condição de não escorregamento do fluido. Para isso, as componentes de velocidade nos volumes virtuais referentes a essa região são sempre opostas às dos volumes reais correspondentes, de forma que a velocidade na fronteira é sempre nula. A massa específica e a energia total nos volumes virtuais são impostas como sendo iguais às dos reais, forçando assim uma fronteira impermeável. Nos trechos II e VI a atualização dos volumes virtuais quanto a massa específica, energia total e a componente vertical da velocidade foi totalmente análoga à feita no trecho IV, no entanto, a componente horizontal não foi anulada, estabelecendo-se assim uma fronteira impermeável mas de livre escorregamento do fluido. Essa condição de contorno, não convencional, foi usada porque o modelo de submalha de Smagorinsky gera uma viscosidade turbulenta muito acima do normal quando utilizado em trechos de malha onde os volumes finitos são muito delgados e a taxa de deformação é muito acentuada, como é caso das primeiras iterações, se a condição fosse de aderência total do fluido à superfície. Na fronteira vertical, à esquerda do domínio, é imposta a condição de escoamento não perturbado e as demais fronteiras são livres ao escoamento.

## 4.3 Imposição dos transicionadores de turbulência

A metodologia de imposição de transicionadores de turbulência consiste em definir regiões da malha (sempre no trecho regular) nas quais serão impostas condições que simulem a presença de um corpo rígido. Para o caso bidimensional, as informações necessárias para a definição do espaço ocupado pelos obstáculos são a coordenada “x” do início da região do transicionador (a coordenada “y” é desnecessária uma vez que pressupõe-se que os obstáculos estão sobre o solo), o comprimento e a altura do mesmo. Essas informações são fornecidas pelo usuário por meio de um arquivo texto cuja primeira linha deve trazer o número de transicionadores e as linhas subseqüentes as informações de localização, comprimento e altura de cada um, sempre em número de volumes.

Uma vez adquiridos os dados a subrotina responsável pela simulação de obstáculos é chamada dentro da rotina de atualização das condições de contorno, tantas vezes quantos forem os transicionadores de turbulência. Internamente, a subrotina de imposição de transicionadores faz a atualização das propriedades, na região referente ao obstáculo, de forma a simular a presença de um corpo rígido. Esta simulação envolve a definição de paredes impermeáveis nas quais o fluido adere completamente e a definição de uma região interna com propriedades constantes. A simulação das paredes do obstáculo é feita através de uma atualização de propriedades semelhante à realizada na região referente ao solo no trecho IV da malha. As propriedades termodinâmicas do fluido da região interna dos obstáculos são as mesmas do escoamento não perturbado, no entanto, sua velocidade é nula.



**Figura 2.** Esquema dos transicionadores

A figura 2 mostra as partes dos transicionadores de turbulência. A região branca é a interna, as paredes impermeáveis são representadas pelo cinza mais claro e, em um tom intermediário, estão representados os volumes virtuais. Nos cantos, destacados pelo cinza mais escuro, as propriedades termodinâmicas são impostas como sendo iguais a média das propriedades dos três volumes reais ao redor deles e a velocidade é sempre nula. Apesar desta condição de contorno acarretar em certa permeabilidade a esses volumes, uma vez que a velocidade na fronteira não é exatamente zero, confere ao programa maior estabilidade, sobretudo nas primeiras iterações.

É importante ressaltar que com essa metodologia os transicionadores são impostos na quantidade que se queira, em qualquer topologia, com extrema facilidade, uma vez que a entrada de dados relativos aos obstáculos é feita de forma muito simplificada.

## 5. RESULTADOS

Foram realizadas duas simulações nas quais usaram-se transicionadores de geometria constante e disposição espacial diferentes. Em ambos os casos, a razão de aspecto (base/altura) dos transicionadores foi de 6/25 e o número de obstáculos é dez, variando-se apenas a distância entre eles. No primeiro caso o espaçamento era de um vez a altura dos obstáculos e, no segundo, de três vezes. A altura dos transicionadores é 100m. As condições do escoamento não perturbado também são iguais para os dois casos.

### 5.1 Primeiro Caso: Distância relativa entre transicionadores de 1H

**Tabela 1.** Condições do escoamento não perturbado.

$P_{\infty}$	101325 Pa
$T_{\infty}$	300 K
$U_{\infty}$	35 m/s
$R_{EL}$	$2.23 \times 10^8$

**Tabela 2.** Características da malha computacional para o caso 1H.

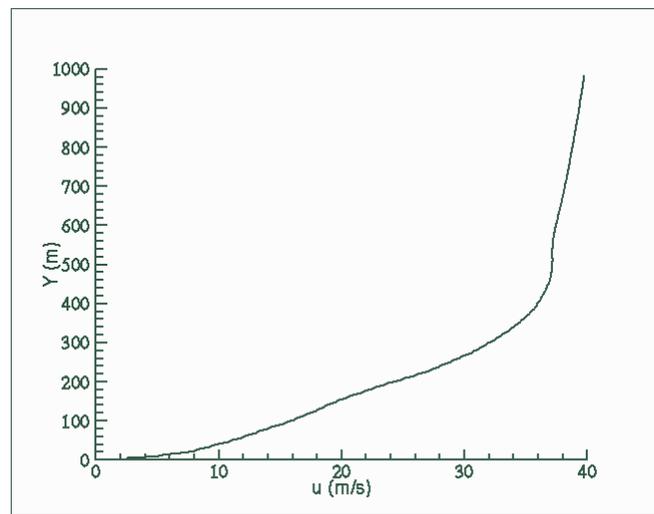
Dimensões do trecho regular (x,y)	(2000 ,300) m
Dimensões das extensões da malha (direita, esquerda e acima)	(1000, 1000, 700) m
Fatores de crescimento em cada trecho estendido	1.2, 1.05, 1.05
Número de volumes do trecho regular	500 x 75

A título de ilustração é apresentado um campo de vorticidade adimensional obtido desta simulação. Originalmente a figura era colorida tendo em seu espectro de cores a indicação da intensidade da propriedade. Também é utilizado o recurso de “gráfico em zebra” a fim de tornar mais clara a visualização.



**Figura 3.** Campo de vorticidade adimensional no instante  $t = 266.4 H/U_\infty$

Apesar de não se ter a mesma riqueza de informações que fornece a versão colorida deste gráfico, pode-se notar a ação dos transicionadores na geração de turbulência. A figura 3 não mostra o domínio computacional inteiro, sendo que toda a parte de malha não regular, anterior aos obstáculos, foi suprimida.



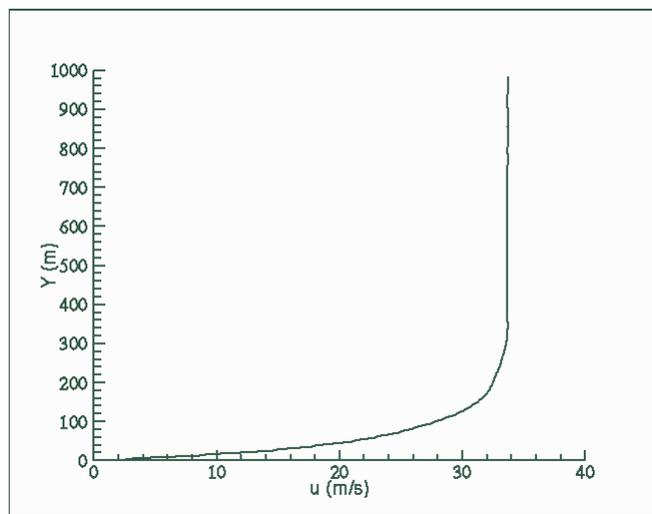
**Figura 4.** Perfil médio de velocidade da camada limite obtida no caso 1H.

## 5.2 Segundo Caso: Distância relativa entre transicionadores de 3H

**Tabela 3.** Características da malha computacional para o caso 3H.

Dimensões do trecho regular (x,y)	(6480 ,300) m
Dimensões das extensões da malha (direita, esquerda e acima)	(1000, 1000, 700) m
Fatores de crescimento em cada trecho estendido	1.2, 1.05, 1.05
Número de volumes do trecho regular	1620 x 75

Neste caso foi necessário uma malha computacional mais comprida para que não se alterasse o número de transicionadores.



**Figura 5.** Perfil médio de velocidade da camada limite obtida no caso 3H.

## 6. CONCLUSÕES

Em outras metodologias de imposição de obstáculos retangulares utilizadas para este mesmo método, a simulação de apenas um transicionador necessitaria de quatro malhas: uma seria o transicionador em si, as demais preencheriam os espaços à direita, à esquerda e acima dele. Já para a imposição de vários obstáculos o número de malhas necessárias seria impraticável. Também deve-se levar em consideração que uma alteração no número de malhas utilizadas significa uma série de alterações no código do programa. Somando-se ao tempo gasto com essa atividade, o de definição e geração das malhas, uma pesquisa sobre a influência da topologia dos transicionadores nas características da camada limite seria muito demorada e desnecessariamente laboriosa. Levando em conta esses fatores, a metodologia proposta e implementada demonstrou ser muito eficiente devido a facilidade da colocação de transicionadores de turbulência e, conseqüentemente, pelo tempo economizado na definição dos casos e no processamento.

A cerca das malhas utilizadas, pode-se dizer que foram eficientes na economia de pontos do domínio computacional; no entanto é preciso enfatizar que a tomada de dados para pesquisa deve ser feita sempre no trecho regular, pois as estruturas turbulentas deterioram-se rapidamente quando submetidas à variações do tamanho dos volumes.

## 7. REFERÊNCIAS

Bobenrieth, R. F. M., 1996, “Simulação Numérica de Grandes Escalas de Escoamentos Turbulentos Através de uma Formulação Compressível para Baixos Números de Mach”, Tese de Doutorado, Instituto Tecnológico da Aeronáutica, São José dos Campos, São Paulo.

Anderson, D. A., Tannehill, J. C., Pletcher, R., 1984, “Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer”, Hemisphere Publishing Company, New York.

Hirsch, C., 1990, “Numerical Computation of Internal and External Flows”, John Wiley and Sons, New York.