

SOLUÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO TURBULENTO EM MEIO POROSO USANDO UM ARRANJO ESPACIALMENTE PERIÓDICO E O MODELO $k-\varepsilon$ PARA BAIXOS REYNOLDS

Marcos Heinzelmann Junqueira Pedras

Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento IP&D, UNIVAP

12244-000, São José dos Campos, SP, Brasil. E-mail: *pedras@univap.br*

Marcelo J.S. de Lemos

Departamento de Energia - IEME

Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA

12228-900, São José dos Campos, SP, Brasil. E-mail: *delemos@mec.ita.br*

Resumo

Um arranjo espacialmente periódico foi utilizado para a simulação do campo de escoamento interno a um meio poroso, empregando para a turbulência o modelo $k-\varepsilon$ para baixos Reynolds. Por simplicidade, apenas uma unidade estrutural bidimensional do meio poroso foi considerada, utilizando-se condições de contorno simétricas e espacialmente periódicas. Este arranjo foi utilizado para a análise de uma célula representativa do meio poroso, com o objetivo de se verificar o nível de turbulência em tais escoamentos. Foi empregado um sistema de coordenadas generalizadas para a geração da malha no domínio computacional e as equações do escoamento foram solucionadas através do método SIMPLE.

Palavras-chave: Meios porosos, Escoamento turbulento, Condições de contorno periódicas, Modelo $k-\varepsilon$ para baixos Reynolds.

1. INTRODUÇÃO

Devido a sua grande aplicação na indústria e na ciência, o estudo do escoamento em meios porosos tem ganho grande atenção ultimamente. Sistemas de engenharia baseados na combustão em matrizes porosas inertes, recuperação suplementar de petróleo, descarte de materiais químicos em solo e reatores catalíticos químicos são alguns desses exemplos.

Tratamentos clássicos do escoamento em meios porosos (Darcy 1856, Forchheimer 1901, Brinkman 1947, Ward 1964, Slattery 1967, Whitaker 1969, Bear 1972, Vafai & Tien 1981, Hsu & Cheng 1990) utilizam a noção de volume elementar representativo (*Representative Elementary Volume*, REV, Figura 1) para o qual as equações governantes são escritas. Esses modelos baseados no ponto de vista macroscópico acabam encobrendo detalhes do escoamento interno ao REV e, juntamente com informações específicas, fornecessem características globais do escoamento.

O escoamento em meios porosos também pode ser analisado modelando-se a estrutura interna do meio poroso e resolver as equações do escoamento na fase líquida. Esse tipo de tratamento revela a visão microscópica do fenômeno e foi utilizado por Kuwahara *et al.* (1998), o qual modelou um meio poroso utilizando um arranjo espacialmente periódico de hastes quadradas. Uma discussão sobre as relações entre estes dois tipos de tratamento é encontrada em Pedras & de Lemos (1998a).

Devido a estes dois diferentes pontos de vista (macroscópico e microscópico), a existência ou não de turbulência em escoamentos em meios porosos ainda está em debate (Antohe & Lage 1997, Kuwahara *et al.* 1998, Pedras & de Lemos 1998b, Pedras & de Lemos 1999a, Pedras & de Lemos 1999b, Nakayama & Kuwahara 1999).

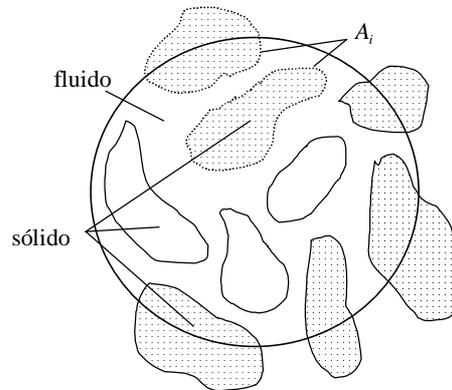


Figura 1. Volume elementar representativo (REV).

Tendo em mente de que a média volumétrica das equações microscópicas (visão macroscópica) é apenas a representação macroscópica de um fenômeno de fato microscópico (Pedras & de Lemos 1999b) e considerando os trabalhos experimentais que reportam a existência de turbulência em meios porosos (Macdonald *et al.* 1979, Kececiooglu & Jiang 1994, Takatsu & Masuoka 1998), este trabalho adota a abordagem microscópica a fim de verificar o nível de turbulência existente num meio poroso formado por haste cilíndricas com arranjo espacialmente periódico.

A estrutura do meio poroso foi representada por uma única célula (Figura 2), utilizando condições de contorno simétricas e periódicas. O escoamento turbulento foi calculado utilizando-se o modelo $k-\varepsilon$ de baixos e altos Reynolds cobrindo uma faixa de $10^4 \leq Re_H \leq 10^6$.

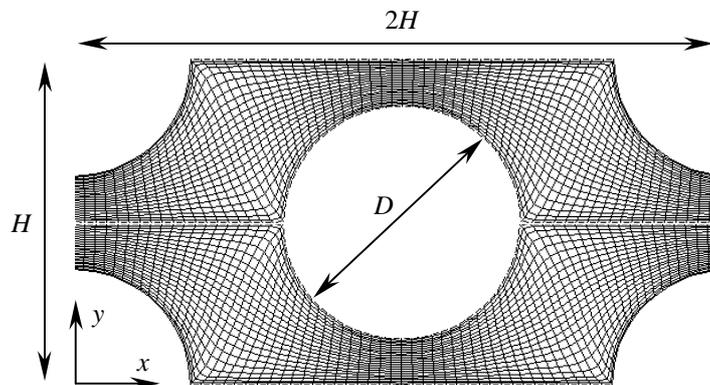


Figura 2. Célula periódica e malha gerada elipticamente.

2. EQUAÇÕES DE ESCOAMENTO E MODELO $K-\varepsilon$

No modelo numérico foram utilizadas as seguintes equações de transporte, onde as barras representam médias temporais e as linhas as flutuações temporais:

Equação de continuidade

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} = 0 \quad (1)$$

Equação de momentum

$$\nabla \cdot (\rho \bar{\mathbf{u}} \bar{\mathbf{u}}) = -\nabla \bar{p} + \nabla \cdot \left\{ \mu [\nabla \bar{\mathbf{u}} + (\nabla \bar{\mathbf{u}})^T] - \rho \overline{\mathbf{u}' \mathbf{u}'} \right\} \quad (2)$$

Equação da energia cinética turbulenta

$$\nabla \cdot (\rho \bar{\mathbf{u}} k) = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] - \rho \overline{\mathbf{u}' \mathbf{u}'} : \nabla \bar{\mathbf{u}} - \rho \varepsilon \quad (3)$$

Equação da dissipação da energia cinética turbulenta

$$\nabla \cdot (\rho \bar{\mathbf{u}} \varepsilon) = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right] + [C_1 (-\rho \overline{\mathbf{u}' \mathbf{u}'} : \nabla \bar{\mathbf{u}}) - C_2 f_2 \rho \varepsilon] \frac{\varepsilon}{k} \quad (4)$$

Conceito de Boussinesq para as tensões de Reynolds

$$-\rho \overline{\mathbf{u}' \mathbf{u}'} = \mu_t [\nabla \bar{\mathbf{u}} + (\nabla \bar{\mathbf{u}})^T] - \frac{2}{3} \rho k \mathbf{I} \quad (5)$$

Modelo de duas equações para a viscosidade turbulenta

$$\mu_t = \rho C_\mu f_\mu \frac{k}{\varepsilon} \quad (6)$$

onde σ_k , σ_ε , C_1 , C_2 e C_μ são constantes adimensionais, enquanto f_2 e f_μ são funções de amortecimento.

Neste trabalho foi adotado o modelo k - ε de baixos e altos Reynolds. A utilização desses dois modelos é justificada pelo fato de que o escoamento turbulento em meios porosos ocorre, na prática, em números de Reynolds (baseados no poro) relativamente baixos. Para considerar os efeitos do baixo número de Reynolds foram adotadas as seguintes funções de amortecimento propostas por Abe *et al.* (1992),

$$f_2 = \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{(v\varepsilon)^{0.25} n}{3.1v} \right] \right\}^2 \left\{ 1 - 0.3 \exp \left[-\left(\frac{(k^2/v\varepsilon)}{6.5} \right)^2 \right] \right\} \quad (7)$$

$$f_\mu = \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{(v\varepsilon)^{0.25} n}{14v} \right] \right\}^2 \left\{ 1 + \frac{5}{(k^2/v\varepsilon)^{0.75}} \exp \left[-\left(\frac{(k^2/v\varepsilon)}{200} \right)^2 \right] \right\} \quad (8)$$

onde n é a coordenada normal à parede. E as seguintes constantes:

$$C_\mu = 0.09, \quad C_1 = 1.5, \quad C_2 = 1.9, \quad \sigma_k = 1.4, \quad \sigma_\varepsilon = 1.3. \quad (9)$$

Para que a média volumétrica da velocidade, $\langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^v$ (velocidade de Darcy), fosse unidirecional em x , as seguintes condições de contorno para a célula periódica (Figura 2) foram adotadas:

$$\text{nas paredes, } \bar{\mathbf{u}} = 0, \quad k = 0 \quad \text{e} \quad \varepsilon = v \frac{\partial^2 k}{\partial n^2}, \quad (10)$$

$$\text{em } y = 0 \quad \text{e} \quad y = H/2 \quad \text{linha de simetria,} \quad (11)$$

e nas condições de contorno periódicas ($x = 0$ e $x = 2H$)

$$\bar{u}|_{x=0} = \bar{u}|_{x=2H}, \bar{v}|_{x=0} = \bar{v}|_{x=2H} = 0, \quad (12)$$

$$k|_{x=0} = k|_{x=2H}, \varepsilon|_{x=0} = \varepsilon|_{x=2H}, \quad (13)$$

onde \bar{u} e \bar{v} são as componentes de $\bar{\mathbf{u}}$.

3. MÉTODO NUMÉRICO

O método numérico adotado para a discretização das equações governantes foi o de volumes finitos (Patankar, 1980) e no acoplamento pressão-velocidade o método SIMPLE. O cálculo começa com a solução das duas equações de momentum. O campo de velocidade obtido é, então, corrigido (a fim de atender a equação de continuidade) através da solução da equação de pressão. Com o campo de velocidade corrigido resolve-se as equações do modelo de turbulência obtendo-se o campo de k e ε . As iterações são repetidas até que a convergência seja alcançada. Maiores detalhes sobre o processo de discretização podem ser encontrados em Rocamora & de Lemos (1998).

No modelo k - ε de baixos Reynolds é aconselhável que os nós adjacentes às paredes tenham ($u_\tau n/\nu \leq 1$). Tal exigência faz com que a malha tenha uma quantidade enorme de pontos. A fim de minimizar este problema todos os cálculos foram efetuados em meia célula periódica ($2H \times H/2$), conforme a condição de contorno (Eq. 11), diminuindo o tamanho da malha para 300×200 com um arranjo altamente não uniforme. O número de Reynolds baseado na velocidade de Darcy e no comprimento característico H ($Re_H = |\langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^v| H/\nu$) foi variado de 10^4 à 10^6 e a porosidade ϕ variada de 0.40 à 0.80. Todos os cálculos foram executados em um IBM SP2.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Foram rodados um total de dezoito casos sendo seis em escoamento laminar seis com o modelo k - ε de baixos Reynolds e seis com o modelo k - ε padrão de altos Reynolds. A Tabela 1 apresenta um sumário dos casos com escoamento turbulento.

Tabela 1. Sumário dos resultados em escoamento turbulento (H e ν constantes).

	Re_H	Modelo k - ε	$ \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^v $	$\langle k \rangle^i$	$\langle \varepsilon \rangle^i$
$\phi = 0.40$	1.20E+04	baixo	1.80E-01	7.31E-02	1.18E+00
	1.20E+05	baixo	1.80E+00	5.92E+00	9.93E+02
	1.20E+05	alto	1.80E+00	5.71E+00	9.65E+02
	1.20E+06	alto	1.80E+01	5.81E+02	9.31E+05
$\phi = 0.60$	1.20E+04	baixo	1.79E-01	3.50E-02	2.25E-01
	1.20E+05	baixo	1.79E+00	2.26E+00	1.56E+02
	1.20E+05	alto	1.79E+00	2.65E+00	1.77E+02
	1.20E+06	alto	1.79E+01	2.79E+02	1.81E+05
$\phi = 0.80$	1.20E+04	baixo	1.79E-01	1.36E-02	4.90E-02
	1.20E+05	baixo	1.79E+00	8.05E-01	3.19E+01
	1.20E+05	alto	1.79E+00	8.74E-01	3.28E+01
	1.20E+06	alto	1.79E+01	9.45E+01	3.49E+04

As Figuras 3 a 6 apresentam, respectivamente, os campos de velocidade, de pressão, de k e de ε para $Re_H = 1.2 \times 10^5$ (modelo de baixo Reynolds) e ϕ variando de 0.40 à 0.80. De

um modo geral, nos campos de velocidade, verifica-se que o escoamento acelera nas faces superior e inferior do cilindro, apresentando um descolamento na região traseira conforme a porosidade aumenta. Este descolamento pode ser explicado pela queda no nível de energia cinética turbulenta conforme a Tabela 1, na qual vemos que para uma velocidade de Darcy constante (Re_H constante), isto é uma vazão mássica constante, o nível de energia cinética turbulência cai com o aumento da porosidade.

Ou seja, o aumento da quantidade de movimento do fluido em espaços menores (aumento de velocidade para porosidade menor), implica em mais acentuados gradientes de velocidade e, conseqüentemente, uma maior produção de k (o termo de produção de k na equação (3) é proporcional aos gradientes de velocidade). Ainda, o incremento da velocidade próxima à parede do cilindro tende a postergar o início do descolamento. Este fato também foi verificado por Kuwahara *et al.* 1998 onde os autores consideram que o descolamento do escoamento está sendo restringido pela diminuição da porosidade.

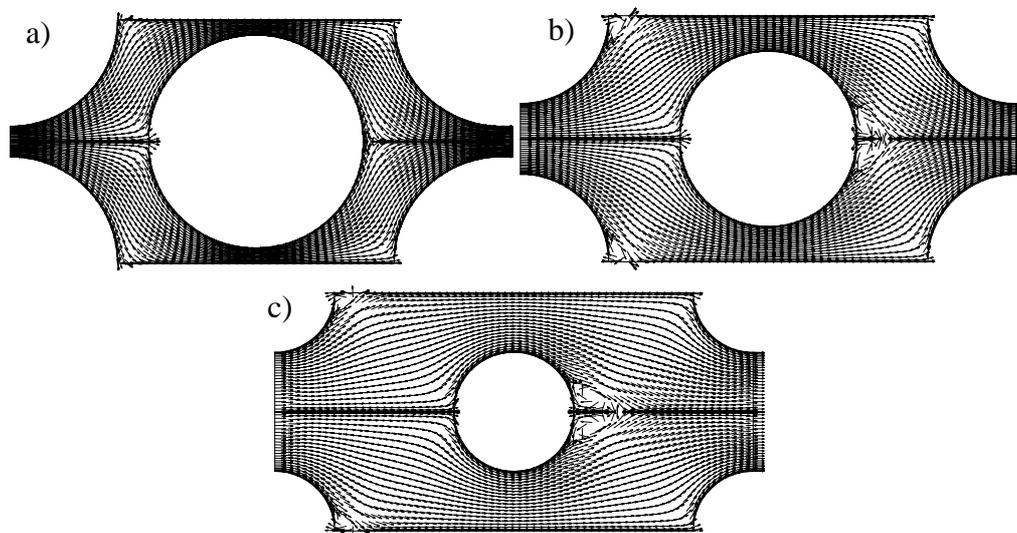


Figura 3. Campos de velocidade ($Re_H = 1.2 \times 10^5$): a) $\phi = 0.40$, b) $\phi = 0.60$ e c) $\phi = 0.80$

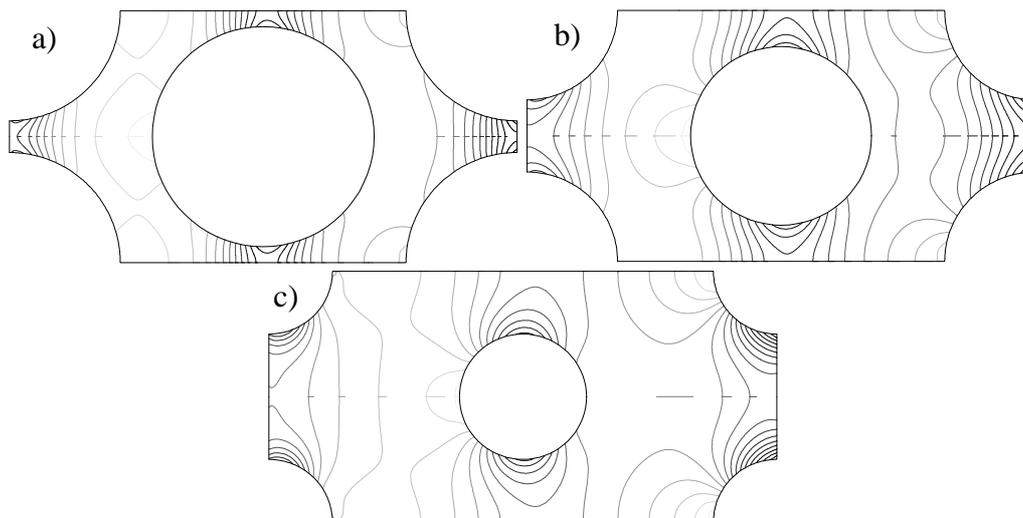


Figura 4. Campos de pressão ($Re_H = 1.2 \times 10^5$): a) $\phi = 0.40$, b) $\phi = 0.60$ e c) $\phi = 0.80$

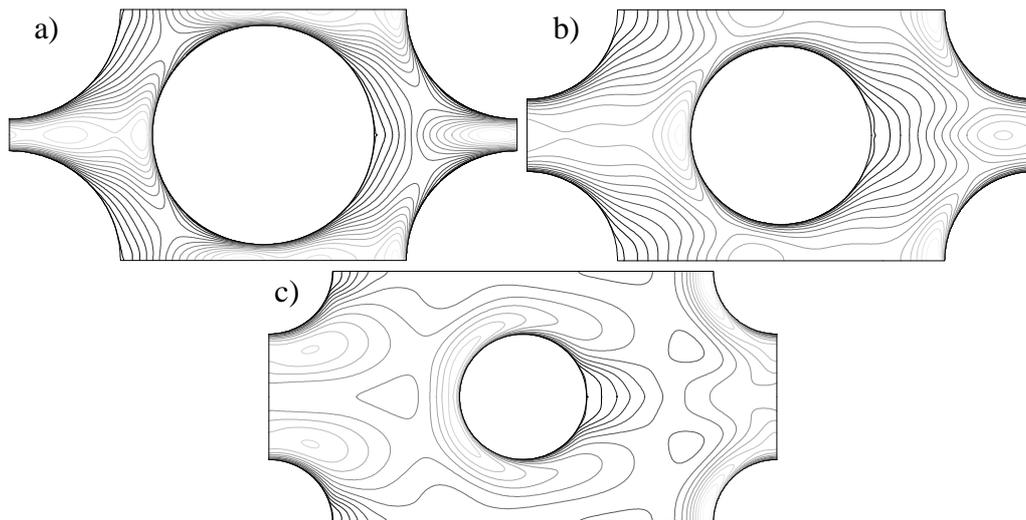


Figura 5. Campos de k ($Re_H = 1.2 \times 10^5$): a) $\phi = 0.40$, b) $\phi = 0.60$ e c) $\phi = 0.80$

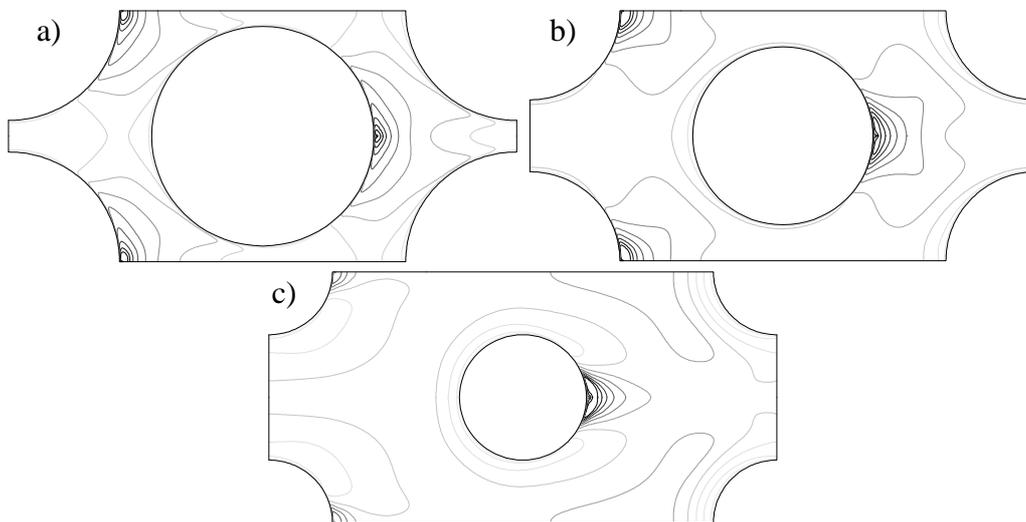


Figura 6. Campos de ϵ ($Re_H = 1.2 \times 10^5$): a) $\phi = 0.40$, b) $\phi = 0.60$ e c) $\phi = 0.80$

Nos demais campos, constata-se que a pressão aumenta na região frontal do cilindro, diminui nas regiões superior e inferior e recupera-se, em parte, na região traseira. A energia cinética turbulenta aumenta nas faces frontal, superior e inferior do cilindro, onde ocorre uma grande aceleração no escoamento, diminuindo na região traseira onde encontra-se o descolamento. A dissipação de energia cinética turbulenta apresenta, por sua vez, um comportamento semelhante ao da energia cinética turbulenta.

5. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi apresentado uma análise do escoamento em meios porosos de um ponto de vista microscópico utilizando um arranjo espacialmente periódico de hastes cilíndricas. As equações de escoamento forma resolvidas para uma célula periódica utilizando-se o modelo k - ϵ de baixos e altos Reynolds.

Foi observado a existência de turbulência no escoamento estudado, confirmando trabalhos experimentais encontrados na literatura. E que numa mesma vazão mássica, a diminuição da porosidade, numa faixa de 0.80 à 0.40, aumenta o nível de turbulência no meio poroso em questão.

6. AGRADECIMENTOS

Os autores são especialmente gratos ao CNPq pelo suporte financeiro durante a preparação deste trabalho.

7. REFERÊNCIAS

- Abe, K., Nagano, Y., and Kondoh, T., 1992, “An Improved k- ϵ Model for Prediction of Turbulent Flows with Separation and Reattachment”, *Trans. JSME, Ser. B*, vol. 58, pp. 3003-3010.
- Antohe, B. V. and Lage, J. L., 1997, “A General Two-Equation Macroscopic Turbulence Model for Incompressible Flow in Porous Media”, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 40, pp. 3013-3024.
- Bear, J., 1972, “Dynamics of Fluids in Porous Media”, American Elsevier Pub. Co., New York.
- Brinkman, H. C., 1947, “A Calculation of the Viscous Force Exerted by a Flowing Fluid on a Dense Swarm of Particles”, *Appl. Sci. Research, A 1*, pp. 27-34.
- Darcy, H., 1856, “Les Fontaines Publiques de la Vile de Dijon”, Victor Dalmond, Paris.
- Forchheimer, P., 1901, “Wasserbewegung Durch Boden”, *Z. Ver. Deutsch. Ing.*, vol. 45, pp. 1782-1788, 1901.
- Hsu, C. T. and Cheng, P., 1990, “Thermal Dispersion in a Porous Medium”, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 33, pp. 1587-1597.
- Kececiooglu, I. and Jiang, Y., 1994, “Flow Through Porous Media of Packed Spheres Saturated with Water”, *J. Fluids Engineering*, vol. 116, pp. 164-170.
- Kuwahara, F., Kameyama, Y., Yamashita, S., and Nakayama, A., 1998, “Numerical Modeling of Turbulent Flow in Porous Media Using a Spatially Periodic Array”, *J. Porous Media*, vol. 1, pp. 47-55.
- Macdonald, I. F., El-Sayed, M. S., Mow, K., and Dullien, F. A. L., 1979, “Flow Through Porous Media: The Ergun Equation Revisited”, *Indust. Chem. Fundam.*, vol. 18, pp. 199-208.
- Nakayama, A. and Kuwahara, F., 1999, “A Macroscopic Turbulence Model for Flow in a Porous Medium”, *ASME Journal of Fluids Engineering*, vol. 121, pp. 427-433.
- Patankar, S. V., 1980, “Numerical Heat Transfer and Fluid Flow”, Hemisphere, New York.
- Pedras, M. H. J. & de Lemos, M. J. S., 1998a, “Análise dos Modelos de Escoamento em Meios Porosos Via Média Espacial das Equações de Navier-Stokes”, *Proc. of ENCIT98 7th Braz. Therm. Scienc. Meetg.*, November 3-6, Rio de Janeiro.
- Pedras, M. H. J. & de Lemos, M. J. S., 1998b, “Resultados da Modelagem da Turbulência Macroscópica em Meios Porosos”, *Proc. of ENCIT98 7th Braz. Therm. Scienc. Meetg.*, November 3-6, Rio de Janeiro.
- Pedras, M. H. J. and de Lemos, M. J. S., 1999a, “On Volume and Time Averaging of Transport Equations for Turbulent Flow in Porous Media”, *ASME-FED-vol. 248, Paper FEDSM99-7273, ISBN 0-7918-1961-2*.
- Pedras, M. H. J. & de Lemos, M. J. S., 1999b, “Modelagem Macroscópica do Escoamento Turbulento em Meios Porosos Saturados e Indeformáveis”, *Proc. of COBEM 99 15th Braz. Cong. of Mech. Eng.*, November 22-26, Águas de Lindóia.
- Rocamora Jr, F. D. and de Lemos, M. J. S., 1998, “Numerical Solution of Turbulent Flow in Porous Media Using a Spatially Periodic Array and the k- ϵ Model”, *Proc. of ENCIT98-7th Braz. Therm. Scienc. Meetg.*, November 3-6, Rio de Janeiro.

- Slattery, J. C., 1967, "Flow of Viscoelastic Fluids Through Porous Media", A.I.Ch.E. J., vol. 13, pp. 1066-1071.
- Takatsu, Y. and Masuoka, T., 1998, "Turbulent Phenomena in Flow Through Porous Media", J. Porous Media, vol. 3, pp. 243-251.
- Vafai, K. and Tien, C. L., 1981, "Boundary and Inertia Effects on Flow and Heat Transfer in Porous Media", Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 24, pp. 195-203.
- Ward, J. C., 1964, Turbulent Flow in Porous Media, J. Hydraul. Div. ASCE, vol. 90 (HY5), pp. 1-12.
- Whitaker, S., 1969, "Advances in Theory of Fluid Motion in Porous Media", Indust. Engng. Chem., vol. 61, pp. 14-28.