CAMPO DE VELOCIDADE E TEMPERATURA EM MEIO HÍBRIDO FORMADO POR REGIÕES LIMPA E POROSA

Francisco D. Rocamora Jr.
Depto. de Energia Nuclear, Instituto de Estudos Avançados - IEAv/CTA
12231-970, São José dos Campos, SP, Brasil
Marcelo J.S. de Lemos
Depto. de Energia - IEME, Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA
12228-900, São José dos Campos, SP, Brasil. E-mail: delemos@mec.ita.br

Resumo

Neste trabalho são apresentados alguns resultados numéricos para problemas de escoamento e transferência de calor em meios híbridos (meio limpo/meio poroso). Todos os casos apresentados são para escoamento laminar e é considerada a hipótese de equilíbrio térmico entre a matriz porosa e o fluido. Resultados para escoamentos entre placas paralelas e dutos parcialmente preenchidos com um meio poroso são mostrados na forma de perfis de velocidade e temperatura. É feita uma análise da influência de vários parâmetros do escoamento e do meio poroso sobre os resultados obtidos.

Palavras-chave: meios porosos, transferência de calor, métodos numéricos.

1. INTRODUÇÃO

Meios porosos têm sido extensivamente estudados ultimamente, principalmente devido a sua grande aplicação tanto na indústria como na ciência. Estudos de contaminação de solo, combustão em matrizes porosas, recuperação de poços de petróleo e filtragem são apenas alguns exemplos de aplicação desta área.

Recentes trabalhos encontrados na literatura podem ser classificados basicamente em dois tipos : *a*) tratamento microscópico onde o meio poroso é modelado como um arranjo infinito de células unitárias e as equações do escoamento são resolvidas para uma célula, com condições de contorno periódicas, visando a obtenção de parâmetros integrais do escoamento, e *b*) tratamento macroscópico onde as propriedades de interesse são obtidas através da integração das mesmas num volume elementar representativo (*REV*), fornecendo, assim, as equações do escoamento para as variáveis médias superficiais. Exemplos do primeiro tipo podem ser encontrados em Kuwahara *et al*. (1998), Rocamora e de Lemos (1998), etc., enquanto que do segundo tipo podemos mencionar Pedras e de Lemos (1998), Anthohe e Lage (1997), entre outros.

Neste trabalho o tratamento macroscópico é utilizado na obtenção de soluções numéricas em regime permanente para um domínio híbrido, *i.e.*, meio poroso-meio limpo, para escoamentos laminares em dutos e entre placas planas preenchidas parcialmente com um meio poroso homogêneo. Alguns trabalhos são encontrados na literatura que tratam do problema da interface entre um meio poroso e um meio limpo, como Vafai e Tien (1981) e Ochoa-Tapia e Whitaker (1995), entre outros. O modelo utilizado para o tratamento da interface segue o proposto por Ochoa-Tapia e Whitaker (1995) sem considerar 'saltos' na tensão na interface meio limpo-meio poroso. Na equação da energia é considerada a condição de equilíbrio térmico entre o fluido e a matriz porosa.

Um esboço da geometria considerada é mostrado na Figura 1, onde *R* é o raio no caso de dutos e *H* é a distância entre placas paralelas.

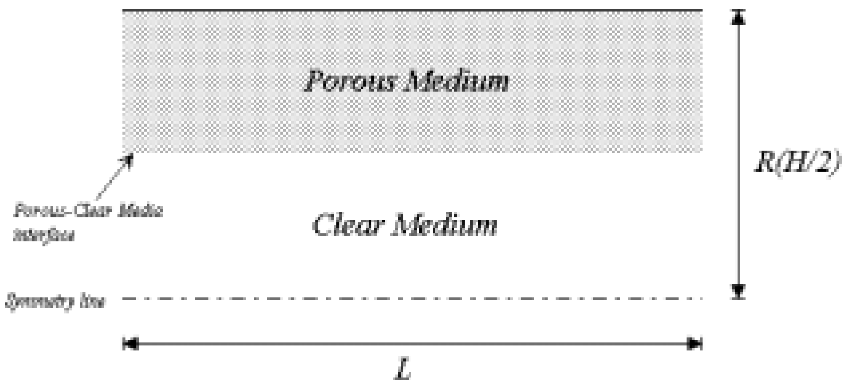

Figura 1 - Geometria do problema

2. MODELAGEM MATEMÁTICA

2.1 Equações de Transporte e Constitutivas

A média intrínseca de uma propriedade do fluido φ num volume elementar representativo (*REV*) do meio poroso é definida como:

$$< \varphi >^f = \frac{1}{V_f} \int_{V_f} \varphi \, dV \qquad (1)$$

Assim, a média superficial de φ no "*REV*" é dada por :

$$< \varphi >^v = \frac{1}{V} \int_{V_f} \varphi \, dV = \phi < \varphi >^f \qquad (2)$$

onde $\phi = V_f / V$, V é o volume do "*REV*" e V_f é o volume do fluido contido em V (meio poroso homogêneo saturado).

As equações de transporte para meios porosos, em termos da velocidade média superficial (velocidade de Darcy ou *seepage velocity*), $\vec{u}_D$, em regime permanente, podem ser escritas como :

a) Equação da Continuidade

$$div(\,\rho\,\vec{u}_D\,)=0 \tag{3}$$

b) Equações de Momentum

$$div(\,\rho\,\frac{\vec{u}_D\,U_{D_i}}{\phi}-\vec{t}_i\,)=s_{u_i} \tag{4}$$

c) Equação da Energia

$$div\left(\rho\,\vec{u}_D\,T-\frac{k_{eff}}{c_{pf}}\,grad(\,T\,)\right)=s_T \tag{5}$$

Nas equações acima U_{D_i} é a componente da velocidade média superficial na direção *i*, ϕ é a porosidade do meio, s_{u_i} representa todos os termos fonte na direção *i* para a equação de momentum, incluindo o gradiente de pressão e os termos de Darcy-Forchheimer, T é a temperatura média superficial, c_{pf} é o calor específico do fluido, k_{eff} é a condutividade térmica efetiva do fluido e da matriz porosa e s_T representa os termos fonte para a equação da energia. O termo $\vec{t}_i$ é expresso por :

$$\vec{t}_i=\tau_{ij}\,\vec{i}_j \tag{6}$$

e τ_{ij} e s_{u_i} são dados por :

$$\tau_{ij}=\mu\left(\frac{\partial U_{D_i}}{\partial x_j}+\frac{\partial U_{Dj}}{\partial x_i}\right) \tag{7}$$

$$s_{u_i}=-\left(\frac{\partial\,\phi P^f}{\partial x_i}+\frac{\phi\ \mu}{K}U_{D_i}+\frac{\phi\,\rho\,c_F\,|\vec{u}_D|}{\sqrt{K}}U_{D_i}\right) \tag{8}$$

onde K é a permeabilidade do meio, c_F é o coeficiente de Forchheimer (*form-drag coefficient*) e P^f é a pressão média intrínseca do fluido num meio poroso saturado.

Na Eq. (5) o fluido e a matriz porosa são considerados em equilíbrio térmico. Para os casos considerados, a condutividade efetiva, k_{eff}, é calculada como :

$$k_{eff}=k_f\,\phi+k_s\,(1-\phi) \tag{9}$$

onde k_f e k_s são as condutividades térmicas do fluido e da matriz porosa (sólido), respectivamente.

Vale notar que para o meio limpo, i.e., sem matriz porosa, as equações do escoamento são as mesmas com ϕ=1, apenas removendo os termos de Darcy-Forchheimer da Eq. (8) e fazendo $\vec{u}_D=\vec{u}$, onde $\vec{u}$ é a velocidade do fluido no meio limpo. O tratamento da interface entre o meio poroso e o meio limpo (fluido) merece um pouco mais de atenção. A condição de continuidade da velocidade média superficial e da pressão média intrínseca na interface, *i.e.*, $\vec{u}_{,fluido}=\vec{u}_{D,meio\ poroso}$, $P^f_{fluido}=P^f_{meio\ poroso}$, requerem um tratamento diferenciado para as faces dos volumes de controle que fazem parte da interface.

A componente tangencial da condição de 'salto' na interface dada por Ochoa-Tapia e Whitaker (1995) pode ser expressa como :

$$\frac{1}{\phi}\frac{\partial U_{D//}}{\partial n}\bigg|_{meio\ poroso} - \frac{\partial U_{D//}}{\partial n}\bigg|_{meio\ lim\ po} = \frac{\beta}{\sqrt{K}} U_{D//,meio\ poroso} \tag{10}$$

onde $U_{D//}$ representa a componente da velocidade média superficial paralela à interface, n é a coordenada normal à interface indo do meio poroso para o meio limpo e β é uma constante que define a intensidade do 'salto de tensão' na interface. Para os casos tratados neste trabalho o parâmetro β foi considerado nulo, *i.e.*, β=0, de modo que na interface temos as seguintes relações para a velocidade média superficial :

$$\frac{1}{\phi}\frac{\partial U_{D//}}{\partial n}\bigg|_{meio\ poroso} - \frac{\partial U_{D//}}{\partial n}\bigg|_{meio\ lim\ po} = 0 \tag{11}$$

$$\vec{u}_{D,meio\ poroso} = \vec{u}_{D,meio\ lim\ po} \tag{12}$$

A outra condição que deve ser observada é a da continuidade da pressão intrínseca do fluido na interface, expressa por :

$$P^f_{meio\ poroso} = P^f_{meio\ lim\ po} \tag{13}$$

Para a equação da energia, Eq.(5), não há necessidade de nenhuma condição especial na interface, uma vez que, para a hipótese de equilíbrio térmico, a continuidade da temperatura e do fluxo de calor são automaticamente satisfeitas na interface.

2.2 Método Numérico

O método numérico utilizado na resolução das equações acima é baseado na técnica de Volumes Finitos e no procedimento *SIMPLE* de Patankar (1980) para escoamentos incompressíveis. A interface é posicionada de modo a coincidir com a fronteira entre dois volumes de controle, gerando apenas volumes de controle do tipo 'poroso' ou 'limpo'. As equações do escoamento são então resolvidas nas regiões porosa e limpa, respeitando as condições (11)-(13) na interface.

3. CASOS CONSIDERADOS

O modelo acima descrito foi utilizado na solução de alguns problemas envolvendo domínios híbridos, tais como escoamentos entre placas e em dutos parcialmente preenchidos com meios porosos. Foram investigados alguns parâmetros como por exemplo razão entre condutividades térmicas do sólido e do fluido (k_s/k_f), número de Reynolds (*Re*) e permeabilidade da matriz porosa (K). Os resultados são apresentados nas figuras 2 a 7 e a Tabela 1 mostra os valores dos parâmetros utilizados nos diversos casos.

Para todos os casos estudados os seguintes parâmetros foram mantidos fixos: temperatura de entrada do fluido, T_{in}=50^{o}C; temperatura da parede, T_w=100^{o}C; porosidade, ϕ=0.5; raio do duto, R=0.01m, ou distância entre placas, H=0.02m; espessura da camada porosa, s=R/2(H/4). Apenas para o caso *i* foi utilizado c_F=0.. Para os demais casos c_F=0.55 foi utilizado. O fluido utilizado foi o ar.

Tabela 1 – Parâmetros utilizados nos diversos casos.

Caso	U_{in}(m/s)	L/D	k_s/k_f	K(m^2)	Geom.
i	0.10	20.	1.0	1.0 10^{-6}	P.P.
ii	0.10	10.	--	1.0 10^{-6}	Duto
iii	0.10	--	2.0	1.0 10^{-6}	Duto
iv	--	10.	2.0	1.0 10^{-6}	Duto
v	0.10	10.	1.0	--	Duto

i) Perfil de velocidade para um escoamento completamente desenvolvido entre placas paralelas.

Este caso foi utilizado como um caso teste para a validação do cálculo hidrodinâmico. Na Figura 2 são mostrados o perfil de velocidade obtido numericamente e o analítico obtido por Kuznetsov (1996). Como pode ser observado, o perfil obtido numericamente apresenta boa concordância com o perfil analítico, indicando a correta aplicação das condições na interface para o caso em que o ‘salto de tensão’na interface é considerado nulo, *i.e.*, β=0. Para este caso a velocidade adimensional **U** mostrada na Figura 2 é dada por:

$\mathbf{U}=\frac{\mu u}{G H^2}$, onde $G=-\frac{d P^f}{d x}$ é o gradiente de pressão na direção do escoamento.

Para os casos seguintes a velocidade é adimensionalizada em relação ao maior valor do módulo da velocidade no escoamento.

ii) Efeito da razão k_s/k_f no perfil de temperatura em L/D=10 para escoamento em um duto.

Os perfis de temperatura mostrados na Figura 3, embora não disponhamos de resultados analíticos ou numéricos para comparação, exibem um comportamento bastante coerente com o esperado quando se aumenta a razão entre as condutividades térmicas da matriz porosa e do fluido.

iii) Perfis de Temperatura ao longo do duto.

A Figura 5 mostra o desenvolvimento do perfil de temperatura ao longo do duto. Pode-se observar a influência do desenvolvimento do campo de velocidade, principalmente para L/D=1, no perfil de temperatura na região porosa.

iv) Efeito da velocidade de entrada, U_{in}, no perfil de temperatura em L/D=10 para escoamento em um duto.

Como esperado, a Figura 4 mostra que o aumento da velocidade de entrada provoca um decréscimo na temperatura de saída do duto.

v) Efeito da permeabilidade, *K*, nos perfis de Velocidade e Temperatura em *L*/*D*=10 para escoamento em um duto.

As Figuras 6 e 7 mostram a influência da permeabilidade da matriz porosa, *K*, nos perfis de velocidade e temperatura para *L*/*D*=10. Como pode ser observado, embora o perfil de velocidade seja afetado variando-se a permeabilidade, o perfil de temperatura apresenta mudanças bem menos expressivas na região porosa. Por outro lado, na região limpa nota-se uma influência maior da velocidade.

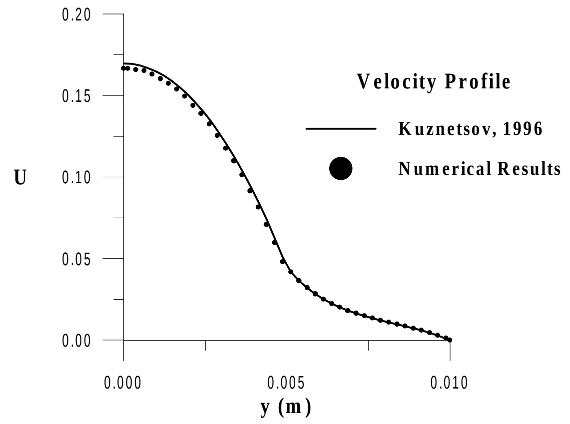

Figura 2 - Perfil de Velocidade para o caso *i*

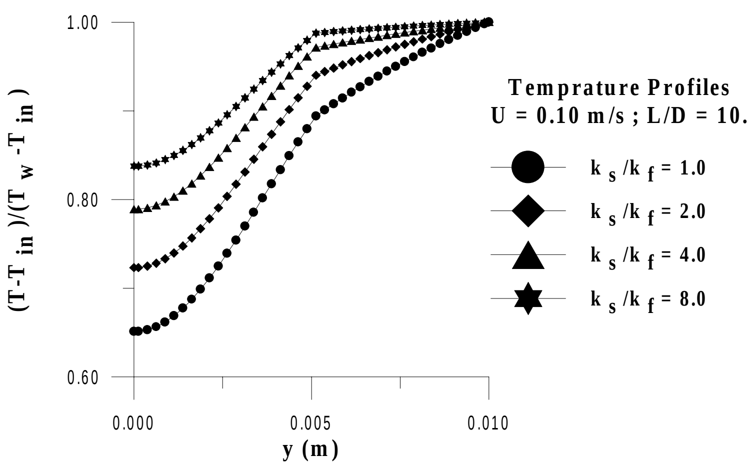

Figura 3 - Perfis de Temperatura para o caso *ii*

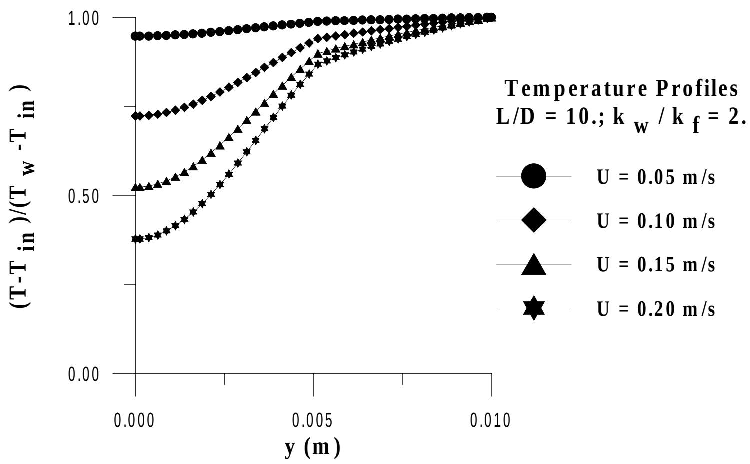

Figura 4 - Perfis de Temperatura para o caso *iv*

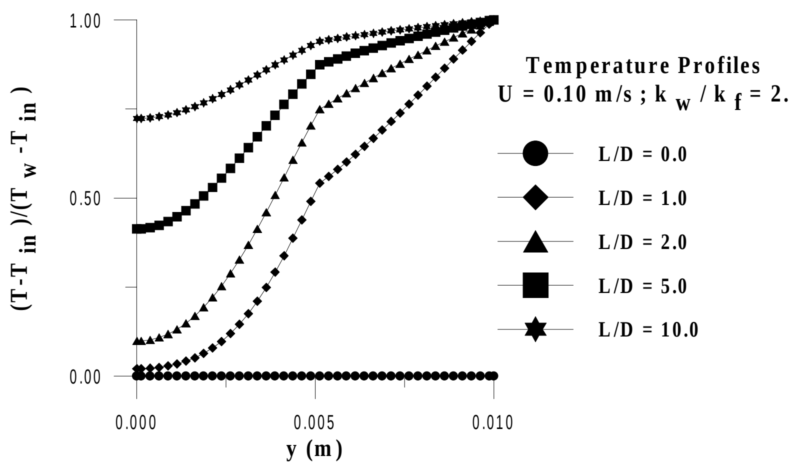

Figura 5 - Perfis de Temperatura para o caso *iii*

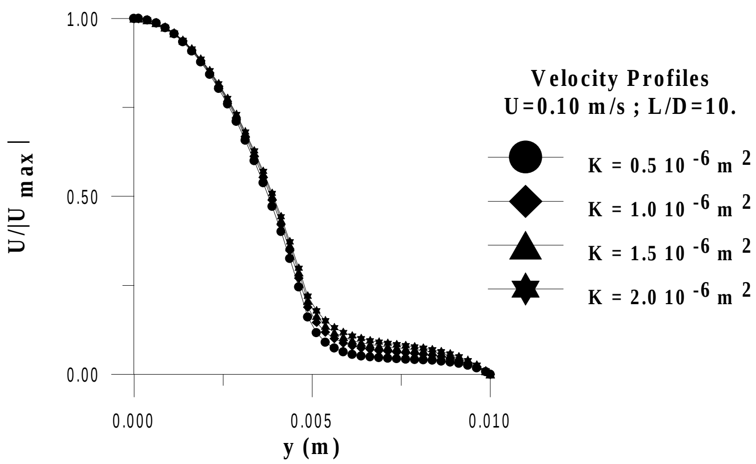

Figura 6 - Perfis de Velocidade para o caso *v*

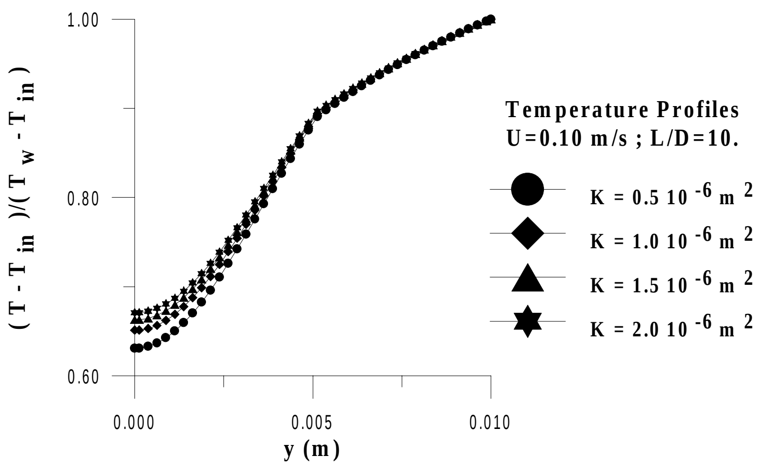

Figura 7 - Perfis de Temperatura para o caso *v*

4. CONCLUSÕES

Neste trabalho foram apresentados resultados numéricos para escoamentos laminares em domínios híbridos com transferência de calor os quais envolvem interface entre a matriz porosa e o meio limpo. O método numérico utilizado possibilita o tratamento do meio poroso e do meio limpo em um único domínio de cálculo, respeitadas as condições de contorno na interface. Vários parâmetros de interesse foram analisados e os resultados apresentados mostraram-se bastante coerentes com o esperado.

5. AGRADECIMENTOS

Os autores desejam expressar seu agradecimento a Marcos H. J. Pedras pela sua inestimável colaboração no desenvolvimento deste trabalho.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Antohe, B. V. ;Lage, J. L., 1997, “A general two-equation macroscopic turbulence model for incompressible flow in porous media”, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 40, pp. 3013-3024.

Kuwahara, F., Kameyama, Y., Yamashita, S., e Nakayama, A., 1998, “Numerical Modeling of Turbulent Flow in Porous Media Using a Spatially Periodic Array”, *J. Porous Media*, vol. 1, pp. 47-55.

Kuznetsov, A. V., 1996, “Analytical investigation of the fluid flow in the interface region between a porous medium and a clear fluid in channels partially filled with a porous medium”, *Applied Scientific Research*, vol. 56, pp. 53-67.

Ochoa-Tapia, J. A.; Whitaker, S., 1995, “Momentum transfer at the boundary between a porous medium and a homogeneous fluid-I. Theoretical development.”, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 38, pp. 2635-2646.

Patankar, S.V., 1980, NUMERICAL HEAT TRANSFER AND FLUID FLOW, Mc-Graw Hill.

Pedras, M.H.J.; de Lemos, M.J.S., 1998, “Resultados da Modelagem da Turbulência Macroscópica em Meios Porosos”, *ENCIT98- Proc. of 7th Braz. Cong. Eng. Th. Sci.*, vol. 2, pp. 1272-1277, Rio de Janeiro, RJ, Nov. 3-6.

Rocamora, F. D. Jr., de Lemos, M. J. S., 1998, “Numerical Solution of Turbulent Flow in Porous Media using a Spatially Periodic Array and the K-ε Model”, *ENCIT-98 - Proc. of 7th Braz. Cong. Eng. Th. Sci.*, vol. 2, pp. 1265-1271.

Vafai, K., Tien, C. L., 1981, “Boundary and Inertia Effects on Flow and Heat Transfer in Porous Media”, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 24, pp. 195-203.

ABSTRACT

This work presents some numerical results for steady-state flow and heat transfer problems in a hybrid medium (clean fluid/porous medium). All the cases presented are for laminar flow and the thermal equilibrium hypothesis is considered. Flows between parallel plates and ducts partially filled with a porous medium are shown and commented upon.