

## ESCOAMENTO TURBULENTO COM TROCA DE CALOR SOBRE UM DEGRAU

**D. O. A. Cruz,**

**Danielle Gurra**

**E. N. Macêdo**

, Universidade Federal do Pará Departamento de Engenharia Mecânica – UFPA  
Campus Universitário do Guamá, 66075-900, Belém, Pará, Brasil  
E-mail: [doac@ufpa.br](mailto:doac@ufpa.br)

**Atila P. Silva Freire**

Programa de Engenharia Mecânica COPPE/UFRJ  
Universidade Federal do Rio de Janeiro  
C.P. 68503, 21945-970, Brasil  
Email: [atila@serv.com.ufrj.br](mailto:atila@serv.com.ufrj.br)

### Resumo

A separação da camada limite constitui-se em um dos principais fenômenos da mecânica dos fluidos por ocorrer com grande frequência em problemas de engenharia. Muitos estudos têm sido desenvolvidos no sentido de determinar o comportamento do escoamento nesta região, assim como o modo pelo qual ocorre a troca de calor. Este trabalho propõe um procedimento para o cálculo do número de Stanton nas regiões de separação e de recolamento do escoamento. O método a ser utilizado emprega as equações para a velocidade e temperatura derivadas por Cruz & Silva Freire (1998). O procedimento consiste em obter o gradiente de pressão, a tensão de cisalhamento e o fluxo de calor na parede através das equações de velocidade e temperatura para a região de redesenvolvimento utilizando dados experimentais dos perfis de velocidade e temperatura e o método dos mínimos quadrados. Para este fim, o fenômeno foi estudado experimentalmente através do escoamento turbulento sobre um degrau descendente com 0,05 m de altura tendo à frente de sua face uma seção de teste aquecida em um túnel de vento. Uma comparação com os resultados de Vogel & Eaton foi feita mostrando bons resultados.

**Palavras Chaves:** Camada Limite, Escoamento Turbulento, Transferencia de Calor.

## 1. INTRODUÇÃO

Escoamentos turbulentos com separação e recolamento são classificados como escoamentos complexos, caracterizados por alta intensidade turbulenta e fluxo reverso. O fenômeno de separação da camada limite turbulenta vêm sendo pesquisado há vários anos, pois a presença de um gradiente de pressão adverso e conseqüentemente o aparecimento da separação e recolamento, possuem considerável significado na prática por serem de grande importância em projetos aerodinâmicos como: máquinas à jato, aerofólios, pás de helicóptero, pás de turbinas e dutos com expansão.

A separação é o resultado de um movimento retardado do fluido adjacente à parede; e a força de atrito é um importante fator neste processo. A presença de uma região de separação juntamente com o recolamento de um escoamento, provoca o aumento da instabilidade, flutuações de pressão, vibrações em estruturas e ruído.

As pesquisas realizadas dentro deste assunto têm como principal motivação o entendimento da física do fenômeno, e o empenho em encontrar possíveis métodos para amenizar os impactos desfavoráveis provocados pelo processo. Apesar de muitos estudos experimentais em escoamentos com separação, a estrutura da região de separação não está completamente entendida (Simpson, Chew e Shivaprasad, 1981). Mesmo com o desenvolvimento de anemômetros a laser e pulsáteis, as medidas de velocidade na zona de separação é ainda sujeita a erros (Adams e Eaton 1988).

O presente trabalho visa o estudo do fenômeno de separação tanto fluidodinâmico quanto térmico, teoricamente e experimentalmente, o qual foi realizado com escoamento turbulento utilizando como fluido o ar. O experimento foi desenvolvido com escoamento subsônico, sobre um degrau descendente, Figura 1, em um túnel de vento aberto e de baixa intensidade turbulenta. O estudo tem por objetivo contribuir com um novo conjunto de medidas experimentais de velocidade e de temperatura, uma vez que existe uma carência de dados experimentais para ambos os casos. Outro objetivo se relaciona ao aspecto teórico, em que um novo procedimento para o tratamento dos parâmetros característicos como tensão na parede e fluxo de calor, foram estimados através da aplicação da técnica do problema inverso, a qual foi utilizada para a implementação das equações de velocidade e temperatura derivadas por Cruz e Silva Freire(1998). Foi aplicado ao código computacional desenvolvido os dados experimentais do trabalho de Vogel e Eaton (1984), os dados estimados pelo código demonstraram boa concordância. Todos os experimentos foram realizados no Laboratório de Mecânica da Turbulência do Programa de Engenharia Mecânica do Instituto de Pós-Graduação Alberto Luis Coimbra – COPPE/UFRJ

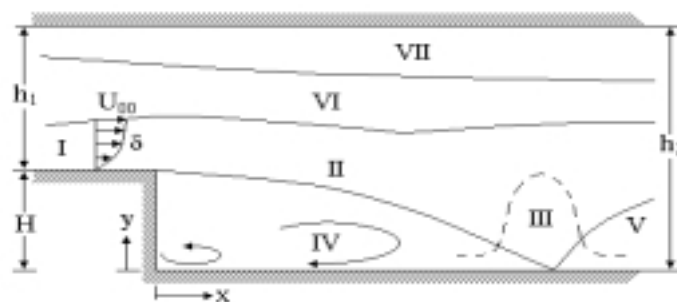


Figura 1. Degrau descendente.

Onde I = Camada limite V = Região de redensolvimento II = Camada cisalhante  
VI = Escoamento potencial III = Região de recolamento IV = Região de recirculação

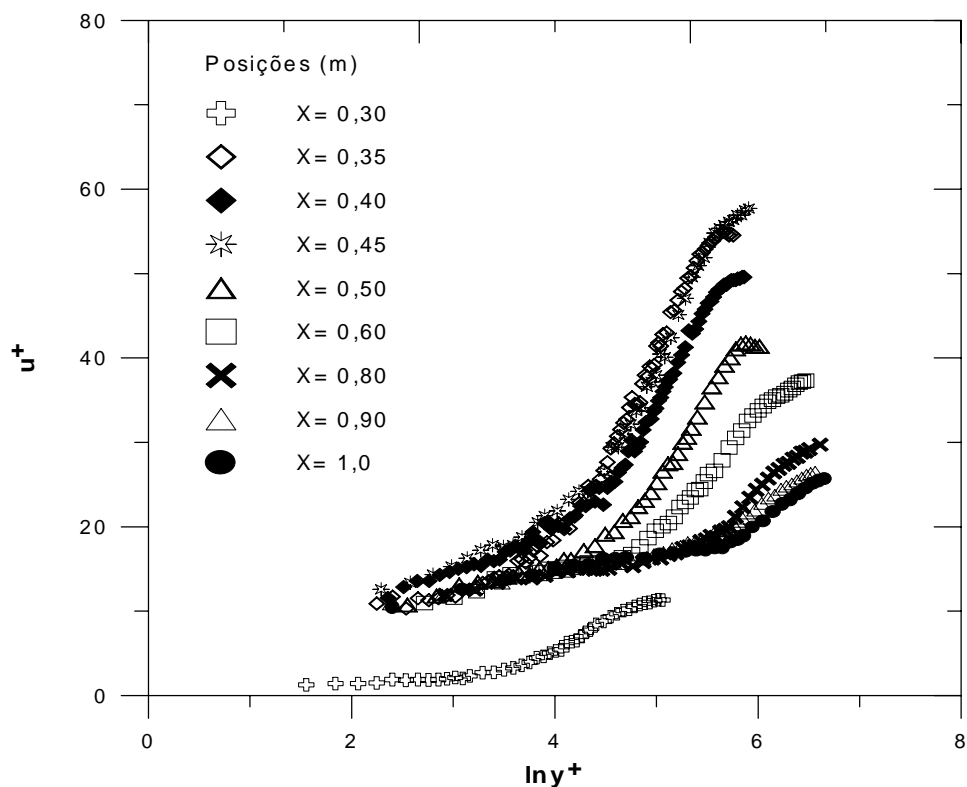
## 2. APARATO E METODOLOGIA EXPERIMENTAL

O protótipo de um degrau descendente de dimensões 0,05mx0,67mx1,0m foi construído para ser adaptado à seção de estabilização do túnel de vento. Sua utilização força o aparecimento das regiões de descolamento, recirculação, recolamento e redensolvimento do escoamento. Foi utilizado um túnel de vento de circuito aberto, de baixa velocidade e com intensidade turbulenta inferior a 2%. O túnel possui uma seção de teste de dimensões 0,67mx0,67mx3,0m e sua seção de teste é dividida em três seções de iguais dimensões. A geração do escoamento se faz à montante por uma seção ventiladora equipada com um filtro. A regulagem da velocidade do escoamento é controlada através de um conversor de frequência do motor. Antes de atingir a seção de estabilização, o escoamento atravessa o difusor e uma colméia, onde irregularidades espaciais do perfil de velocidades são atenuados. A seção de estabilização possui um metro e os dois metros seguintes são de seção de teste a qual possui superfícies lisas e um sistema de aquecimento. O túnel é todo constituído de madeira, na parte inferior há duas placas de alumínio de um metro cada, sob estas placas há um sistema de aquecimento; o teto do túnel é móvel a fim de compensar o desenvolvimento da camada limite e possui adaptação para tomadas de pressão. O teto do túnel foi ajustado para possuir um gradiente de pressão próximo ou igual a zero. O sistema de aquecimento da superfície interna em alumínio nos dois metros de seção de teste do túnel, é produzido por corrente elétrica. O controle de todas as funções do túnel é automático sendo comandado por microcomputador. Dois micro-processadores PENTIUM são utilizados para o controle da instrumentação, aquisição e tratamento dos dados experimentais obtidos durante os experimentos.

Os perfis de temperatura instantânea foram adquiridos usando três termopares tipo K, Níquel-Constantan, uma placa de aquisição de sinal e um programa computacional. Foram utilizados um tubo de Pitot e um programa para a calibração e controle da velocidade. Cada termopar foi ligado à placa de aquisição sendo esta conectada ao computador. O programa utilizado para a aquisição dos dados, fornece a temperatura obtida pelo termopar que está contido na haste, e a temperatura dos termopares fixados nas superfícies das placas. Os dados experimentais obtidos na medição da camada limite de velocidade, foram adquiridos pela anemometria de fio- quente. O sistema de aquisição era composto de um sensor a fio- quente simples da marca DISA, tipo 55P11, e um anemômetro KAURI. Os valores das medidas de velocidade média foram adquiridos por um programa computacional desenvolvido no Laboratório de Mecânica da Turbulência.

## 3. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Os perfis de velocidade e de temperatura obtidos experimentalmente para a região à jusante do ponto de recolamento, são apresentados em coordenadas internas onde  $u^+ = u/u_\tau$ ,  $y^+ = u_\tau \cdot y/\nu$  e  $T^+ = (T_w - T)/T_\tau$ ,  $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho}$ ,  $T_\tau = q_w / (C_p \rho u_\tau)$ ,  $T_w$  = temperatura na parede,  $\tau_w$  = Tensão de cisalhamento, de forma a caracterizar a existência de uma região logarítmica, localizada na região de escoamento completamente turbulento. Cada perfil de velocidade e temperatura é localizado a uma certa distância à frente do degrau, nas posições 30, 40, 45, 50, 60, 80, 90 e 100cm.



**Figura 2.** Perfis de velocidade em coordenadas internas.

É observado que o perfil de posição  $x=0,30\text{m}$ , localizado próximo ao ponto de recolamento, demonstra não atender a lei logarítmica mostrando assim que esta não é válida nesta região. Na região de separação o perfil de velocidade assume um perfil no qual a velocidade varia proporcionalmente a raiz quadrada da distância até a parede, isto ocorre principalmente devido a uma alteração no balanço de forças do escoamento próximo a parede quando comparado com o caso onde não há recolamento, causada pelo desaparecimento da tensão na parede.

Nos outros perfis medidos à jusante do ponto de recolamento, é observado que a medida que se afastam deste, vão apresentando uma região de solução logarítmica e a tendência a juntarem-se uma vez que o escoamento vai adquirindo características do comportamento de escoamento sobre placas planas, atendendo assim, a lei da parede clássica. Isto é observado nos perfis que vão de  $0,50$  à  $1,0\text{m}$ .

Na Figura 03 também foi observado a existência de uma região logarítmica nos perfis de temperatura, sendo que a tendência dos mesmos a juntarem-se ocorre mais lentamente a medida que se afastam da região de recolamento. Como no caso fluidodinâmico o escoamento na região de separação apresenta características diferentes do escoamento sobre placa plana sendo que neste caso, o perfil de temperatura varia de forma inversamente proporcional a raiz

quadrada da distância até a parede. Esta mudança é uma consequência das alterações que ocorrem no escoamento e que afetam diretamente o fenômeno da troca de calor na região de separação-recolamento.

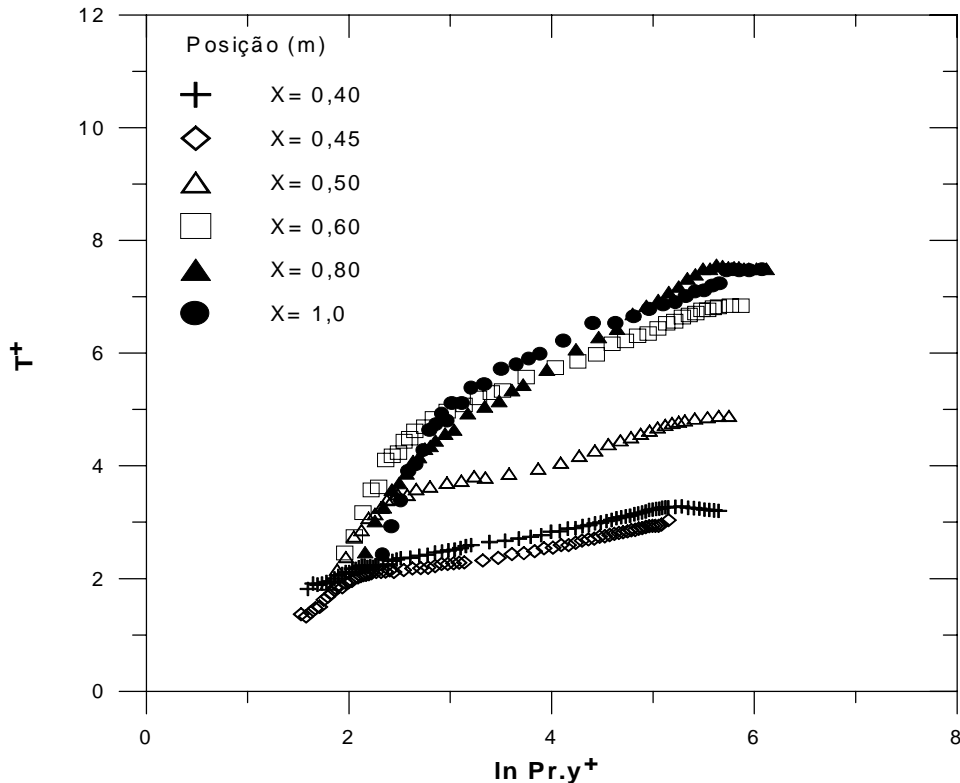


Figura 3. Perfis de temperatura em coordenadas internas.

#### 4. CÁLCULO DA TENSÃO E FLUXO DE CALOR NA PAREDE

Para o cálculo da tensão cisalhante  $\tau_w$ , gradiente de pressão  $dP_w/dx$  e do fluxo de calor  $q_w$ , códigos computacionais foram desenvolvidos utilizando a Técnica do Problema Inverso. O objetivo do problema inverso é estimar uma ou mais variáveis desconhecidas utilizando medições conhecidas. A técnica utilizada para a solução do problema inverso foi o método de Levenberg–Marquardt através da minimização do resíduo da norma de mínimos quadrados, que é expressa pela equação (4.1). O método foi utilizado para minimizar as funções de velocidade e temperatura derivadas por Cruz e Silva Freire (1998)

$$S(P) = \sum_{i=1}^I [Y_i - T_i(P)]^2 \quad (4.1)$$

onde  $P^T \equiv [P_1, P_2, \dots, P_N]$  = vetor com os parâmetros a serem estimados  
 $T_i(P) \equiv T(P, t_i)$  = temperatura estimada no tempo  $t_i$   
 $Y_i \equiv Y(t_i)$  = temperatura medida no tempo  $t_i$   
 $N$  = número total de parâmetros que se deseja estimar  
 $I$  = número total de medidas

Os perfis de velocidade e de temperatura próximos à parede apresentam um comportamento logarítmico atendendo a conhecida Lei da Parede. Contudo, este

comportamento não é verdadeiro para a região de separação da camada limite. Com o objetivo de contornar estas dificuldades, Cruz e Silva Freire (1998) apresentaram novas formulações para as equações de velocidade e de temperatura, as quais são válidas em todas as regiões do escoamento. Para o caso hidrodinâmico, foi utilizada a equação (4.2), onde  $\tau_w$  representa a tensão na parede,  $dP_w/dx$  é o gradiente de pressão,  $\rho$  é a massa específica,  $k=0,41$  é a constante de von Kármán,  $u$  é a componente de velocidade na direção  $x$ , e  $C_1(x)$  é constante provinda da integração.

$$u = \frac{2}{k} \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{dP_w}{dx} y} + \frac{1}{k} \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \ln \frac{\sqrt{\frac{\tau_w}{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{dP_w}{dx} y} - \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}}{\sqrt{\frac{\tau_w}{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{dP_w}{dx} y} + \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}} + C_1(x) \quad (4.2)$$

Esta equação é uma generalização da lei da parede clássica para escoamentos com separação. Representa o comportamento da lei da parede na região à jusante do deslocamento para o caso em que  $\tau_w/\rho \geq 0$ . Tratando matematicamente a equação (4.2) para quando  $\tau_w \gg y dP/dx$ , tem-se que:

$$u = \frac{2}{k} u_\tau + \frac{u_\tau}{k} \ln \frac{y}{4u_\tau^2 \rho} \frac{dP_w}{dx} + C_1(x) \quad (4.3)$$

A constante  $C_1(x)$  foi possível ser modelada através da utilização simultânea da equação (4.3) e da formulação clássica da lei da parede, das quais obteve-se:

$$C_1(x) = u_r \ln \frac{4u_\tau^3}{v dP_w / dx} \quad (4.4)$$

Onde a velocidade de atrito  $u_\tau = (\tau_w/\rho)^{1/2}$ , e  $u_r$  é um parâmetro de escala proposto por Cruz e Silva Freire (1994) o qual pode ser empregado tanto na região de separação quanto longe desta, fornecendo uma estrutura assintótica que se adapta aos efeitos do processo de separação sendo descrito pela equação (4.5) apresentada abaixo.

$$u_r^3 - \frac{\tau_w}{\rho} u_r - v \frac{dP_w}{dx} = 0 \quad (4.5)$$

Na região interna do escoamento a expressão (4.6) é válida, e como  $u_\tau = (\tau_w/\rho)^{1/2}$  tem-se por consequência que a velocidade característica,  $u_r$ , é da ordem da velocidade de atrito  $u_\tau$

$$o(u_r^2) = o\left(\frac{\tau_w}{\rho}\right) \quad (4.6)$$

Substituindo a equação (4.4) na equação (4.2) obteve-se a forma final da equação de velocidade válida para a região completamente turbulenta, a qual foi utilizada no código computacional desenvolvido para estimar os valores da tensão de cisalhamento e o gradiente de pressão na parede. Analogamente ao caso fluidodinâmico, a equação para a lei da parede térmica utilizada neste trabalho é apresentada a seguir:

$$T = \frac{1}{k_t} \frac{\dot{q}_w}{\rho c_p} \frac{1}{\sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}} \ln \frac{\sqrt{\frac{\tau_w}{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{dP_w}{dx}} y - \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}}{\sqrt{\frac{\tau_w}{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{dP_w}{dx}} y + \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}} + C_{t1}(x, Pr) \quad (4.7)$$

Onde  $T = T_w - T_f$ ,  $T_f$  e  $T_w$  representam as temperaturas do fluido e da parede respectivamente,  $c_p$  o calor específico, a constante térmica  $k_t = 0.45$ , e  $C_{t1}$  é constante provinda de integração.

Tratando matematicamente a equação (4.7) sabendo que  $u_\tau = (\tau_w/\rho)^{1/2}$  tem-se que:

$$T = \frac{1}{k_t} \frac{\dot{q}_w}{\rho c_p} \frac{1}{u_\tau} \ln \frac{y}{4\rho u_\tau^2} \frac{dP_w}{dx} + C_{t1} \quad (4.8)$$

Fazendo uso do parâmetro de escala  $u_r$ , a constante  $C_{t1}$  obtida foi a seguinte:

$$C_{t1} = \frac{\dot{q}_w}{\rho c_p u_r} \left( \frac{1}{k_t} \ln \frac{4u_r^3}{v} \frac{dP_w}{dx} + AJ \right) \quad (4.9)$$

Onde  $AJ$  é uma modificação da função empírica de correlação proposta por Patankar e Spalding (1970) expressa por:

$$AJ = \left( \frac{0,9}{Pr} \right)^{0,25} \cdot \left[ \frac{0,9PI}{\text{sen}(PI) \sqrt{\frac{A}{0,41} \left( \frac{Pr}{0,9-1} \right)}} \right] \quad (4.10)$$

onde  $Pr = 0,7$ ;  $PI = \arctg(1)$ ;  $A = 26 ((\tau_w/\rho)^{1/2}/u_r)$

Substituindo  $C_{t1}$  na equação (4.7) obtém-se a forma final que foi implementada para a obtenção do fluxo de calor. A partir dos valores destes, foi possível obter o número de Stanton através da expressão (4.11), e com os valores da tensão o coeficiente de fricção foi encontrado pela expressão (4.12).

$$St = \frac{\dot{q}_w}{\rho c_p U_{oo} (T_w - T_{oo})} \quad ; \quad \frac{C_f}{2} = \left( \frac{u_\tau}{U_{oo}} \right)^2 \quad (4.11, 12)$$

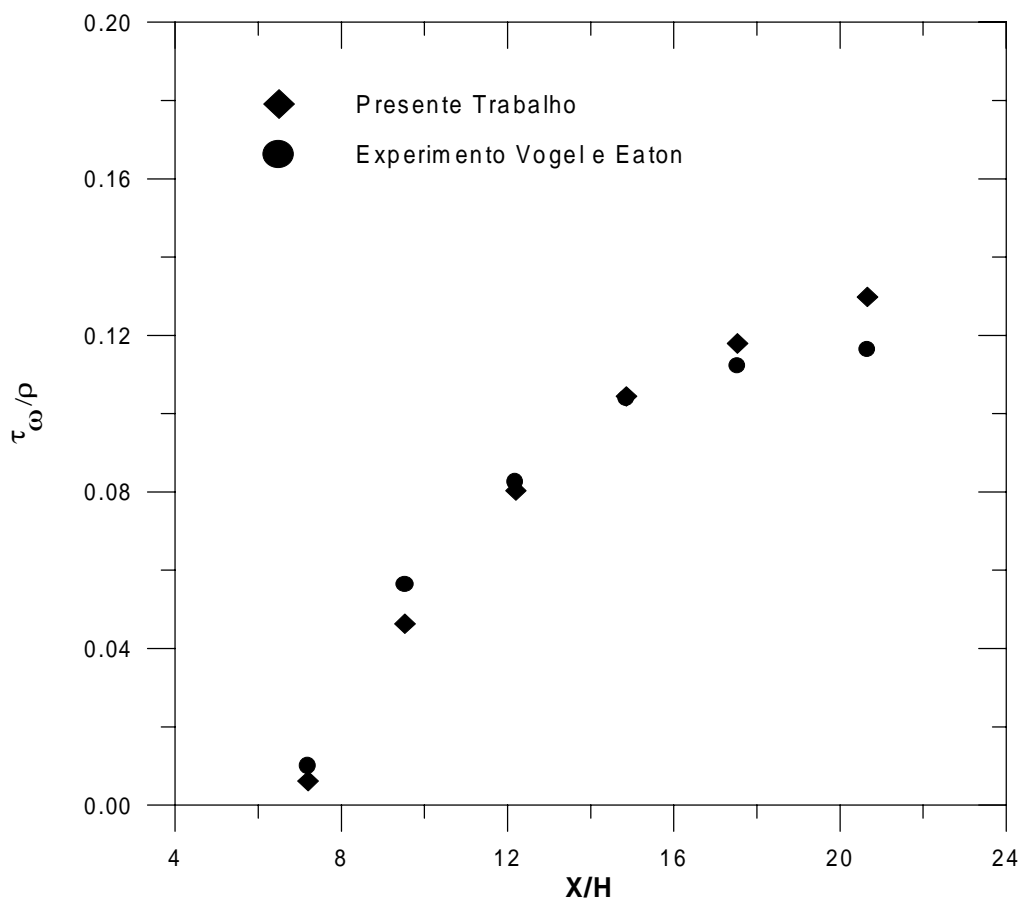
## 5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os valores da tensão cisalhante e do gradiente de pressão são apresentados na Tabela 1. Foi observado que a tensão próximo ao ponto de recolamento, na estação 30cm, assume um valor próximo de zero e à jusante deste passa a assumir valores crescentes. Próximo ao recolamento um gradiente de pressão nulo já não é mais previsto como no caso de placas planas. Havendo próximo a esta região, um gradiente de pressão o qual é pequeno, mas não é zero, o que é observado nas estações 30, 40 e 45cm. Observando os valores dos gradientes de pressão obtidos para as estações de 50 a 100cm, estes vão assumindo valores pequenos bem próximos de zero, pois o redensolvimento após o recolamento, se comporta como o escoamento em placas planas. Portanto, os valores estimados estão em boa concordância com a configuração experimental adotada para as medições.

O código numérico desenvolvido para o cálculo da tensão cisalhante foi utilizado com os perfis de velocidade do trabalho de Vogel e Eaton (1984) para uma comparação da qual foi observado que os valores obtidos numericamente, através da técnica do problema inverso utilizando a equação (4.2), se aproximam bastante dos valores obtidos experimentalmente como visto na Figura 4.

**Tabela 1.** Tensão cisalhante e gradiente de pressão estimados pelo código.

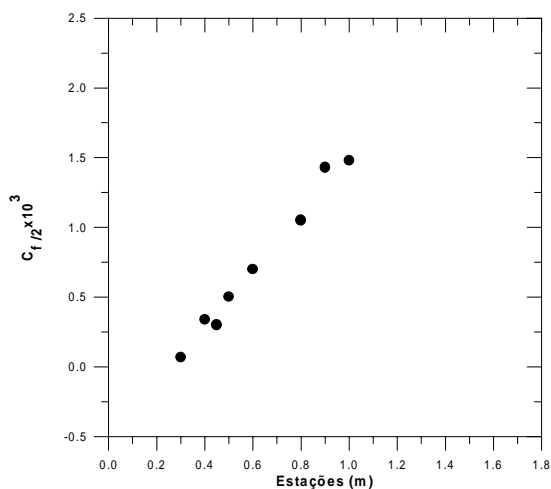
Estação	30cm	40cm	45cm	50cm	60cm	80cm	90cm	100cm
$C_f/2 \times 10^3$	0,0680	0,3400	0,3000	0,5000	0,7000	1,0500	1,4300	1,4800
$dP_w/dx$	0,4103	0,8818	1,0733	0,2146	0,0603	0,0055	0,0110	0,0165
$St \times 10^3$	8,8670	5,6300	5,7250	4,5450	3,5230	3,9770	3,1370	4,4720



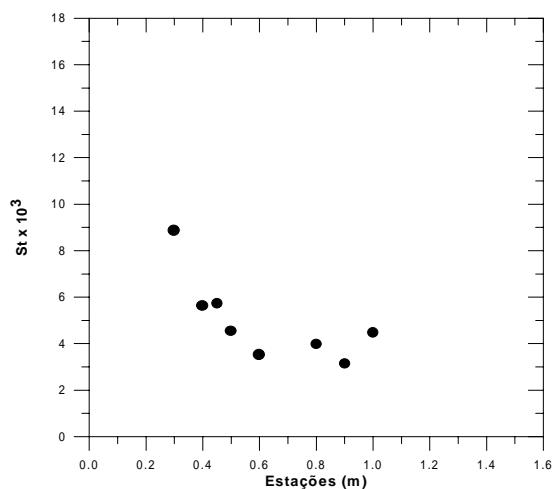
**Figura 4.** Comparação de resultados

Os gráficos do coeficiente de fricção e do número de Stanton, os quais demonstram que os valores obtidos estão de acordo com o comportamento físico típico destes parâmetros encontrados para a região depois do recolamento, são mostrados nas Figuras 5 e 6. Nota-se o crescimento do valor do coeficiente de fricção a partir do ponto de recolamento, no caso do número de Stanton observa-se uma acentuada diminuição a partir do ponto de descolamento seguida de uma diminuição dessa tendência. Isso ocorre devido a intensa flutuação turbulenta que ocorre na região de separação a qual promove uma intensificação no fluxo de calor nessa região.





**Figura 5.** Coeficiente de fricção.



**Figura 6.** Número de Stanton.

## 6. CONCLUSÃO

O comportamento do campo de velocidade e de temperatura à jusante da região do ponto de recolamento, foram estudados neste trabalho. Um novo procedimento para a obtenção do coeficiente de atrito e número de Stanton foi aplicado através da utilização da técnica do problema inverso em que foram implementadas as leis de parede fluidodinâmica e térmica propostas por Cruz e Silva Freire (1998). A técnica também foi utilizada com os perfis de velocidade obtidos por Vogel e Eaton (1984) em que os valores da tensão na parede estimados pelo código desenvolvido no presente trabalho, estão em boa concordância com os medidos experimentalmente por estes autores.

O experimento foi realizado em um túnel de vento de dimensões 0,67mx0,67mx3,0m e intensidade turbulenta de 2%. A anemometria de fio-quente foi utilizada para a obtenção dos perfis de velocidade média. Os perfis de temperatura instantânea foram obtidos por um termopar tipo K.

## 7. REFERÊNCIAS

- Adams, E.W. and Eaton, J. K., 1988, "An LDV Study of the Backward-Facing Steps Flow Including the Effects of Velocity Bias", *Trans. ASME J. Fluids Eng*, vol. 110, pp. 275-282.
- Cruz, D.O.A. and Silva Freire, A.P., 1998, "On Single Limits and Asymptotic Behaviour of Separating Turbulent Boundary Layers", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 41, No. 14, pp.2097-2111.
- Simpson, R.L., Chew, Y.T. and Shivaprasad, B.G., 1981, "The Structure of a Separating Turbulent Boundary Layer", Part 1, Mean Flow and Reynolds Stresses, *Journal Fluid Mechanics*, vol. 113, pp.23-51.

- Vogel, J.C. & Eaton, J.K., 1985, "Combined Heat Transfer and Fluid Dynamic Measurements Downstream of a Backward Facing Step", J. Heat Transfer, Transactions of ASME, vol.107, pp 922-929
- Vogel, J.C., 1984, "Heat Transfer and Fluid Mechanics Measurements in the Turbulent Reattaching Flow Behind a Backward Facing Step", PhG Thesis, Stanford Univ.
- Bradshaw, P. e Wong, F.Y.F., 1972, "The Reattachment and Relaxation of a Turbulent Shear Layer. Journal Fluid Mechanics", Vol. 52, pp.113-135.
- Castro, I.P. e Epik, E., 1998, "Boundary Layer Development after a Separated Region. Journal Fluid Mechanics", Vol.374, pp. 91-116.