

ANÁLISE DE MÉTODOS NUMÉRICOS USADOS NO ESTUDO DO ESCOAMENTO EM TROCADORES DE CALOR TUBO CAPILAR-LINHA DE SUÇÃO

Paulo Eduardo Lopes Barbieri
Marcos Rogério Barbazelli
João Batista Aparecido
André Luiz Seixlack

Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Departamento de Engenharia Mecânica, 15385-000, Ilha Solteira, SP, Brasil. Email: barbieri@dem.feis.unesp.br

Resumo

No presente trabalho são analisados e comparados os métodos de integração numérica de Runge-Kutta de 4ª ordem com passo constante, de Runge-Kutta 5ª ordem com passo adaptativo e de Predição e Correção de 5ª ordem utilizados na solução das equações governantes do escoamento ao longo de trocadores de calor tubo capilar-linha de sucção. O modelo homogêneo é usado na modelagem do escoamento bifásico ao longo do tubo capilar. Nesse modelo as equações da conservação da quantidade de movimento e da energia para o tubo capilar são integradas na região de escoamento monofásico e bifásico. Na linha de sucção a equação da conservação da energia é integrada para se obter a temperatura do fluido refrigerante. Como o objetivo do problema é calcular a vazão em massa de refrigerante este conjunto de equações diferenciais ordinárias constituem um problema inverso, no qual a vazão em massa e a temperatura do refrigerante na saída da linha de sucção devem ser estimadas. Para essa estimativa foram comparados e analisados o método de Newton-Raphson, tradicionalmente utilizado, com o processo de estimativa de parâmetros que utiliza o método de minimização de Levenberg-Marquardt.

Palavras-chaves: tubo capilar, Runge Kutta, Newton-Raphson, Levenberg-Marquardt.

1. INTRODUÇÃO

O escoamento do refrigerante ao longo de um trocador de calor tubo capilar-linha de sucção constitui um problema de valor inicial, uma vez que os parâmetros, tais como a pressão e o grau de sub-resfriamento, são conhecidos na entrada do tubo capilar. Além disso esse escoamento é fortemente unidirecional e portanto as informações são transmitidas em apenas um sentido, o que equivale a dizer que o escoamento é parabólico para efeito de solução.

A solução das equações diferenciais, tanto na região monofásica como na região bifásica ao longo do tubo capilar e do trocador de calor, é obtida por integração numérica. O modelo usado neste trabalho calcula a vazão em massa, \dot{m} , conhecidos o comprimento do tubo e as condições de operação. O procedimento de cálculo é iterativo, uma vez que as equações de conservação, conforme descritas em Mezavila (1995), dependem da vazão em massa e, além disso, não se conhece a temperatura do refrigerante na saída da linha de sucção

($T_{s,o}$). Dessa forma, inicialmente os valores de \dot{m} e $T_{s,o}$ são estimados e o comprimento calculado do tubo capilar (L_{calc}), juntamente com o valor da temperatura do refrigerante na entrada da linha de sucção ($T_{s,i}$), são comparados com os seus respectivos valores medidos. Em seguida, os valores de \dot{m} e $T_{s,o}$ são corrigidos usando-se um método de estimativa de parâmetros até que a convergência seja obtida. A análise dos métodos de solução, apresentada neste trabalho, utiliza o modelo proposto por Mezavila (1995), cujas equações são:

Região Monofásica:

i) Conservação da Quantidade de Movimento para o Tubo Capilar

$$\frac{dp}{dz} = -\frac{f_L G^2 v_L}{2 d_{int}} \quad (1)$$

na qual z é a distância ao longo do tubo, p é a pressão, G é o fluxo de massa, v_L é o volume específico do líquido, d_{int} é o diâmetro interno do tubo capilar e f_L é o fator de atrito de Darcy, calculado neste trabalho pela equação de Churchill (1977).

ii) Conservação da Energia para o Tubo Capilar – Região do Trocador de Calor

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{1}{\dot{m} c_p} (UA'_{cs}) (T - T_s) \quad (2)$$

na qual c_p é o calor específico a pressão constante, T é a temperatura do refrigerante ao longo do tubo capilar, T_s é a temperatura do refrigerante ao longo da linha de sucção, \dot{m} é a vazão em massa e UA'_{cs} é o coeficiente global de transferência de calor entre o tubo capilar e a linha de sucção.

iii) Conservação da Energia para o Tubo Capilar – Regiões de Entrada e de Saída

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{1}{\dot{m} c_p} (UA'_{ca}) (T - T_a) \quad (3)$$

na qual T_a é a temperatura do meio ambiente e UA'_{ca} é o coeficiente global de transferência de calor entre o tubo capilar e o meio ambiente.

iv) Conservação da Energia para a Linha de Sucção

$$\frac{dT_s}{dz} = -\frac{1}{\dot{m} c_p} \left[(UA'_{cs}) (T - T_s) + U_{sa} \pi D_s (T_a - T_s) \right] \quad (4)$$

na qual D_s é o diâmetro externo da linha de sucção e U_{sa} é o coeficiente global de transferência de calor entre a linha de sucção e o meio ambiente.

Região Bifásica:

i) Conservação da Quantidade de Movimento para o Tubo Capilar

$$\frac{dp}{dz} = -\frac{\frac{f_B}{2} \frac{G^2 v_m}{d_{int}} - G^2 \frac{dv_m}{dz} + G^2 (v_v - v_L) \frac{dx}{dz}}{1 + G^2 \left[x \frac{dv_v}{dp} + (1-x) \frac{dv_L}{dp} \right]} \quad (5)$$

na qual $v_m = [(1-x)v_L + xv_v]$ é o volume específico da mistura líquido-vapor, v_L é o volume específico do líquido, v_v é o volume específico do vapor, x é o título e f_B é o fator de atrito na região bifásica, calculado pelo modelo apresentado por Mezavila (1995).

ii) Conservação da Energia para o Tubo Capilar – Região do Trocador de Calor

$$\frac{dx}{dz} = \frac{-\frac{1}{\dot{m}} \frac{dq_{cs}}{dz} - \left\{ x \frac{dh_v}{dp} + (1-x) \frac{dh_L}{dp} + G^2 v_m \left[x \frac{dv_v}{dp} + (1-x) \frac{dv_L}{dp} \right] \right\} \frac{dp}{dz}}{h_{LV} + G^2 v_m v_{LV}} \quad (6)$$

na qual h_L é a entalpia do líquido, h_v é a entalpia do vapor, o sub-índice LV indica a diferença entre o valor da propriedade no estado de vapor saturado e no estado de líquido saturado e q_{cs} é o calor trocado entre o tubo capilar e a linha de sucção, dado por $q_{cs} = (UA'_{cs})(T - T_s)$.

iii) Conservação da Energia para o Tubo Capilar – Regiões de Entrada e Saída

$$\frac{dx}{dz} = \frac{-\frac{1}{\dot{m}} \frac{dq_{ca}}{dz} - \left\{ x \frac{dh_v}{dp} + (1-x) \frac{dh_L}{dp} + G^2 v_m \left[x \frac{dv_v}{dp} + (1-x) \frac{dv_L}{dp} \right] \right\} \frac{dp}{dz}}{h_{LV} + G^2 v_m v_{LV}} \quad (7)$$

na qual $dq_{sa} = U_{sa} (\pi D_s dz) (T_a - T_s)$, representa o calor trocado por convecção natural entre o capilar e o meio ambiente.

1.1 Solução das equações diferenciais

Um método bastante tradicional usado na solução de problemas parabólicos é o método de Runge Kutta de 4ª ordem, através do qual a função integrante é calculada quatro vezes em cada intervalo de integração (Δz), antes da obtenção do valor final da variável dependente na saída do intervalo.

Uma versão mais elaborada é o método de Runge Kutta de 5ª ordem de passo adaptativo, que apresenta melhor eficiência, pois utiliza passos que atendam a um erro local estipulado. O maior inconveniente do passo adaptativo é, justamente, como controlar o passo, ou seja, o critério adotado para aumentar ou reduzir o intervalo de integração. O método de Runge Kutta de 5ª ordem de passo adaptativo aqui avaliado é descrito por Chapra e Canale (1988).

Além dos métodos anteriores, foi avaliado o método de Predição e Correção de 5ª ordem usando o método de Adams-Bashforth explícito como preditor e o método de Adams-Moulton implícito como corretor. A grande vantagem do método de predição e correção é o uso de informações de passos anteriores o que melhora sua eficiência. A utilização de informações de passos anteriores impõe o uso de um outro método, normalmente o de Runge-Kutta, para gerar os n pontos necessários para inicializar o procedimento de solução.

Os três métodos anteriores, em conjunto com os métodos de determinação de \dot{m} e $T_{s,o}$, a serem discutidos no próximo item, foram testados e os resultados são apresentados no Item 2.

1.2 Métodos de estimativa de parâmetros

Um método bastante usado na realização da estimativa dos valores para \dot{m} e $T_{s,o}$ é o método de Newton-Raphson. Entretanto, em alguns casos, esse método apresenta grande instabilidade, fazendo com que o processo de cálculo oscile em torno de um ponto ou não convirja em outros casos. Na tentativa de eliminar o problema da instabilidade é usado o método de Levenberg-Marquardt, apresentado no item a seguir.

1.2.1 Estimativa de parâmetros não-lineares: Método de Levenberg-Marquardt

Considerando o problema de minimização de uma função f de duas variáveis, o procedimento de cálculo consiste em encontrar primeiramente uma direção adequada (t), dado um vetor s , conhecido como “semente”, tal que: $f(s+\phi t)$ minimize a função, sendo $\phi \in \mathbb{R}$ e $\mathbb{R} = \{\phi: a \leq \phi \leq b\}$.

No método dos mínimos quadrados, a função f deve possuir a seguinte forma quadrática,

$$F(s) = \sum_{i=2}^m f_i^2 \quad (8)$$

na qual $f(s)$ e $F(s)$ são, respectivamente, definidos como: $f(s) = [f_1(s), f_2(s)]^T$ e $F(s) = [f^T(s) f(s)]$.

No caso em estudo, o vetor s e a função $F(s)$ são, respectivamente, representados por,

$$s = [\dot{m}^*, T_{s,o}^*]^T \quad (9)$$

$$F(s) = [L(\dot{m}^*, T_{s,o}^*) - L_A]^2 + [T_{s,in}(\dot{m}^*, T_{s,o}^*) - T_{s,inA}]^2 \quad (10)$$

nas quais \dot{m}^* é a vazão em massa estimada, $T_{s,o}^*$ é a temperatura estimada na saída da linha de sucção, L é o comprimento do tubo capilar, $T_{s,i}$ é a temperatura calculada na entrada da linha de sucção. O subíndice A indica valores medidos.

A direção t_k é a solução do sistema linear dado por,

$$\left(J_k^T J_k + \phi_k I \right) t_k = -J_k^T f_k, \quad \phi_k \geq 0 \quad (11)$$

na qual f_k é vetor das duas funções (Eq. 10), J_k é a matriz Jacobiana das duas funções, ϕ_k é o parâmetro de Levenberg-Marquardt, inicialmente igual a 0,01 e I é a matriz identidade da mesma ordem que o número de variáveis da função.

Uma vez encontrada a direção t_k , o próximo ponto, considerando $\phi = 1$, é dado por,

$$s_{k+1} = s_k + t_k \quad (12)$$

O método utiliza a norma do vetor gradiente em cada iteração como critério de parada, comparando-a com uma tolerância ξ pré-estabelecida.

O método de Levenberg-Marquardt utiliza um parâmetro ϕ_k , que no algoritmo é associado a um outro parâmetro $\gamma=5$, que é aplicado utilizando-se o critério dado por,

$$\begin{aligned} F(s_{k+1}) \geq F(s_k) &\Rightarrow \phi_{k+1} = \phi_k \gamma \\ F(s_{k+1}) < F(s_k) &\Rightarrow \phi_{k+1} = \phi_k / \gamma \end{aligned} \quad (13)$$

Assim, quando $\phi_k \rightarrow 0$, t_k é o mesmo do método Gauss-Newton e quando $\phi_k \rightarrow \infty$, o termo $\phi_k I$ domina o termo $J_k^T J_k$ e, portanto, $t_k = -J_k^T f_k / \phi_k$ representa um passo infinitesimal na direção da descida máxima.

O procedimento computacional, utilizando o método de Levenberg-Marquardt, sendo que s_o , n_g e ξ são, respectivamente, a semente, a norma do vetor gradiente e a tolerância desejada, é dado por,

- 1) Entre com os valores de: s_o e ξ , ajuste $\phi_o=0,01$ e $\gamma=5$ e faça $\phi_k = \phi_k / \gamma$
- 2) Encontre t_k resolvendo a equação: $\left(J_k^T J_k + \phi_k I \right) t_k = -J_k^T f_k$
- 3) Calcule s_{k+1} , fazendo: $s_{k+1} = s_k + t_k$

- 4) Determine F_{k+1}
- 5) Se $F_{k+1} > F_k$, faça $\phi_k = \phi_k \gamma$, e volte ao passo 3;
- 6) Se $F_{k+1} < F_k$, faça $\phi_{k+1} = \phi_k$;
- 7) Calcule o módulo de $n_{g,k+1}$
- 8) Se $\|n_{g,k+1}\| < \xi$, volte ao passo 2;
- 9) Se $\|n_{g,k+1}\| \geq \xi$, fim do algoritmo.

2. RESULTADOS E ANÁLISE

Nos testes realizados, os métodos de integração numérica e os de estimativa de parâmetros foram combinados originando seis casos. A nomenclatura abaixo indica o tipo de método de estimativa de parâmetros e o método de integração numérica,

1. NR-RK 4^a - Newton-Raphson + Runge-Kutta de 4^a ordem;
2. NR-RK 5^a - Newton-Raphson + Runge-Kutta de 5^a ordem com passo adaptativo;
3. NR-PC - Newton-Raphson + Predição e Correção;
4. LM-RK 4^a - Levenberg-Marquardt + Runge-Kutta de 4^a ordem;
5. LM-RK 5^a - Levenberg-Marquardt + Runge-Kutta de 5^a ordem com passo adaptativo;
6. LM-PC - Levenberg-Marquardt + Predição e Correção.

Os resultados calculados usando-se as combinações anteriores foram comparados com os resultados experimentais de Melo *et al.* (1998) e Peixoto (1994). Vinte e oito resultados experimentais de Melo *et al.* (1998) foram inicialmente utilizados para a comparação dos resultados calculados pelas seis combinações entre os métodos. Em todos os casos testados uma diferença inferior a 0,3% foi encontrada entre os valores de vazão em massa calculados.

Na Tab. 1 são apresentados seis das comparações realizadas, mostrando-se as vazões em massa experimentais, vazões em massa calculadas e o tempo de processamento dos casos testados. Percebe-se claramente que independente das combinações entre os métodos de integração e os métodos de estimativa de parâmetros utilizados, os resultados calculados são muito próximos entre si e apresentam uma boa concordância com os resultados experimentais.

A principal diferença entre os métodos testados está no tempo de processamento, que pode variar de alguns segundos até mais de uma hora (vide Tab. 1).

Dentre os métodos comparados, os que apresentaram menor tempo de processamento foram os casos 2 e 5 (NR-RK 5^a e LM-RK 5^a), ou seja, os programas que utilizaram como método de integração numérica o método de Runge-Kutta de 5^a ordem com passo adaptativo. Em comparação com o método de Runge-Kutta de 4^a ordem, que usualmente é usado em modelos de escoamento em tubos capilares, o método de Runge-Kutta de 5^a ordem com passo adaptativo chega a apresentar-se, em média, quatro vezes mais rápido.

De um modo geral, no escoamento ao longo de tubos capilares, o tamanho do passo de integração precisa ser refinado apenas no início da região de escoamento bifásico, sendo possível então, um maior passo de integração durante grande parte do escoamento. O método de Runge-Kutta de 5^a ordem com passo adaptativo atende a esse processo de ajuste do tamanho do passo de integração, apresentando, por isso, menor tempo de processamento.

Analisando-se os dados da Tab. 1 e a Fig. 1, na qual o tempo de processamento é apresentado em função da vazão em massa calculada, observa-se que o método de Newton-Raphson é o mais rápido na maioria dos casos. Para comprovar esse fato, comparou-se os métodos de estimativa de parâmetros de Newton-Raphson e Levenberg-Marquardt, usando-se vários casos experimentais apresentados por Peixoto (1994). Tais casos apresentam uma extensão da região bifásica maior que os casos experimentais de Melo *et al.* (1998) e, em alguns casos, até o fenômeno de recondensação total é observada. Uma maior região bifásica e a ocorrência de recondensação total dificultam a convergência dos valores de \dot{m} e $T_{s,o}$, implicando em um tempo de processamento maior.

Tabela 1. Comparação entre as vazões em massa calculadas por seis combinações entre os métodos de estimativa de parâmetros e os métodos de resolução de equações diferenciais com os resultados experimentais de Melo *et al.* (1998).

Caso experimental	\dot{m}_{exp} (kg/h)	\dot{m}_{calc} (kg/h)					
		Tempo de processamento (s)					
		NR-RK 4 ^a	NR-RK 5 ^a	NR-PC	LM-RK 4 ^a	LM-RK 5 ^a	LM-PC
C15H028	7,29	7,82 / 105	7,81 / 45	7,82 / 71	7,82 / 2826	7,81 / 69	7,82 / 3949
C15H033	5,58	5,74 / 125	5,74 / 65	5,74 / 713	5,74 / 369	5,74 / 76	5,75 / 2498
C15H040	5,44	5,77 / 169	5,76 / 52	5,77 / 65	5,77 / 1318	5,77 / 45	5,76 / 3413
C13H065	1,81	2,18 / 278	2,18 / 58	2,18 / 334	2,18 / 960	2,18 / 84	2,18 / 870
C13H066	2,55	3,13 / 184	3,12 / 24	3,13 / 132	3,13 / 837	3,12 / 70	3,12 / 2200
C13H070	2,62	3,17 / 214	3,16 / 65	3,17 / 92	3,17 / 542	3,16 / 77	3,17 / 4090

Na Tab. 2 observa-se que, dentre os métodos de estimativa de parâmetros, existem casos em que o método de Newton-Raphson apresenta-se mais eficaz na determinação dos valores da vazão em massa e da temperatura da saída da linha de sucção, em função de sua convergência quadrática, ou seja, em algumas situações esse método converge com maior rapidez. O método de Levenberg-Marquardt, por ser mais "robusto", não apresenta os problemas de divergência e de oscilação em torno de um ponto, que algumas vezes o método de Newton-Raphson apresenta.

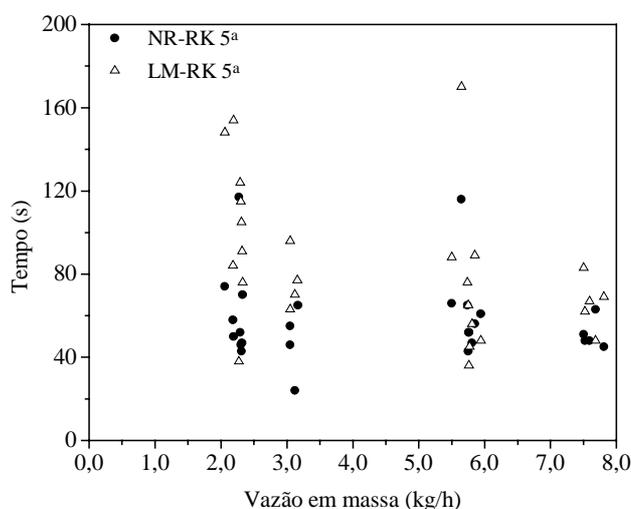


Figura 1. Comparação entre os tempos de processamento por faixa de vazão em massa calculada pelos casos NR-RK 5^a e LM-RK 5^a.

A Tab. 2 apresenta o tempo de convergência computacional para cinco resultados experimentais de Peixoto (1994). Nesses casos, manteve-se fixa a temperatura de entrada da linha de sucção ($T_{s,in}=-4,7$ °C), a pressão de entrada ($p_e=1150$ kPa) e as características físicas do trocador de calor tubo capilar-linha de sucção ($L=2,057$ m; $L_e=0,533$ m; $L_{tc}=1,003$ m) e variou-se o grau de sub-resfriamento (ΔT_{sub}).

Tabela 2. Comparação entre as vazões em massa calculadas pelos casos NR-RK 5^a e LM-RK 5^a com os resultados experimentais de Peixoto (1994).

ΔT_{sub} (°C)	\dot{m}_{exp} (kg/h)	\dot{m}_{calc} (kg/h) Tempo de processamento(s)	
		NR-RK 5 ^a	LM-RK 5 ^a
1,25	7,00	$\frac{5,57}{741}$	$\frac{5,57}{266}$
1,81	7,77	$\frac{5,82}{825}$	$\frac{5,82}{416}$
4,31	9,00	$\frac{6,86}{674}$	$\frac{6,86}{291}$
5,93	8,33	$\frac{7,07}{19}$	$\frac{7,07}{221}$
7,62	9,28	$\frac{7,21}{11}$	$\frac{7,21}{149}$
8,31	8,31	$\frac{7,28}{17}$	$\frac{7,28}{48}$

Na Fig. 2 mostra-se o perfil do título ao longo do tubo capilar para um caso experimental de Peixoto (1994), no qual $\Delta T_{sub}=2,41$ °C. Nesse caso, a vazão em massa calculada e a vazão em massa medida são, respectivamente, iguais a 6,09 kg/h e 7,53 kg/h. Após a recondensação total, observa-se uma pequena diferença entre os perfis de título calculados, mas não o suficiente para afetar os valores de vazão em massa calculados.

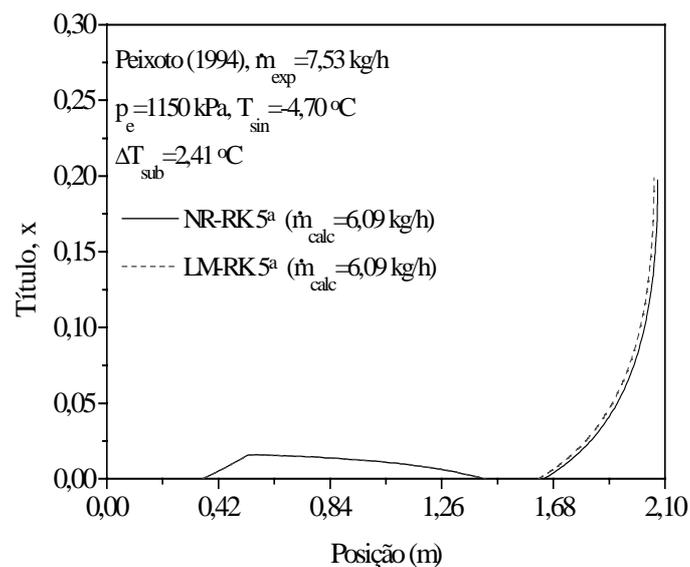


Figura 2. Perfil de título ao longo do tubo capilar.

Na Tab. 3 apresentam-se os resultados de vazão em massa e respectivos tempos de processamento quando a vazão em massa, inicialmente arbitrada ("semente"), é alterada, mantendo-se fixos os demais parâmetros e usando as combinações entre os métodos NR-RK 5^a e LM-RK 5^a, para um caso experimental apresentado por Melo *et al.* (1998). Verifica-se que ambos apresentam regiões de valores de vazões em massa em que um método é mais eficaz do que o outro.

Tabela 3. Influência da vazão em massa estimada inicialmente: caso C15H022 (Tubo capilar A, trocador de calor 01) (Melo *et al.*, 1998).

Vazão Estimada Inicialmente (kg/h)	\dot{m}_{calc} (kg/h) / Tempo de processamento(s)	
	NR-RK 5 ^a	LM-RK 5 ^a
7,24	$\frac{7,58}{58}$	$\frac{7,59}{55}$
6,00	$\frac{7,58}{73}$	$\frac{7,59}{76}$
4,76	$\frac{7,58}{77}$	$\frac{7,59}{50}$
8,48	$\frac{7,58}{59}$	$\frac{7,59}{63}$
9,72	$\frac{7,58}{65}$	$\frac{7,59}{55}$

Nas Figs. 3 e 4 são apresentadas, respectivamente, uma análise de confiabilidade das combinações NR-RK 5^a e LM-RK 5^a. Usando-se essas combinações e escolhendo-se o caso experimental C15H022 (Melo *et al.*, 1998), as soluções são inicialmente obtidas a partir dos mesmos valores arbitrados da vazão em massa e da temperatura de saída da linha de sucção ("sementes") e o resultado final é considerado como exato. Foram criados dois conjuntos de dez elementos cuja média é zero e a variância (σ^2) da ordem da incerteza de medição da vazão em massa (0,03 kg/h) e da temperatura de saída da linha de sucção (0,2 °C). Esses conjuntos de valores foram somados, respectivamente, à vazão em massa e à temperatura de saída da linha de sucção, arbitrados inicialmente ("sementes"), e o programa computacional foi executado dez vezes para cada combinação. Os resultados foram então plotados como valores estimados e apresentaram-se muito próximos do valor exato, ou seja, não houve grande dispersão dos pontos, demonstrando que os métodos apresentam boa confiabilidade (vide Figs. 3 e 4).

Os valores das vazões em massa e das temperaturas de saída da linha de sucção calculadas a partir dos valores originalmente arbitrados para o caso NR-RK 5^a foram, respectivamente, 7,5840 kg/h e 36,4758 °C e para o caso LM-RK 5^a foram, respectivamente, 7,5937 kg/h e 36,1974 °C. O valor médio para a vazão em massa calculada e a variância para o caso NR-RK 5^a são, respectivamente, 7,5841 kg/h e 0,084 e para o caso LM-RK 5^a são, respectivamente, 7,5838 kg/h e 0,019. O valor médio para $T_{s,o}$ calculado e a variância para o

caso NR-RK 5ª são, respectivamente, 36,4759 °C e 0,0108 e para o caso LM-RK 5ª são, respectivamente, 36,1970 °C e 0,0408.

É importante salientar que todos os resultados foram obtidos usando-se um computador com a configuração Pentium II, 450 MHz e 64 Mb RAM.

Após a análise das Tabs. 1 a 3 e das Figs. 1 a 4 verifica-se que o caso LM-RK 5ª apresentou um melhor conjunto de resultados e maior estabilidade numérica que o método de Newton-Raphson sendo, portanto, sua utilização aconselhável na modelagem do escoamento em trocadores de calor tubo capilar-linha de sucção usando-se o modelo homogêneo.

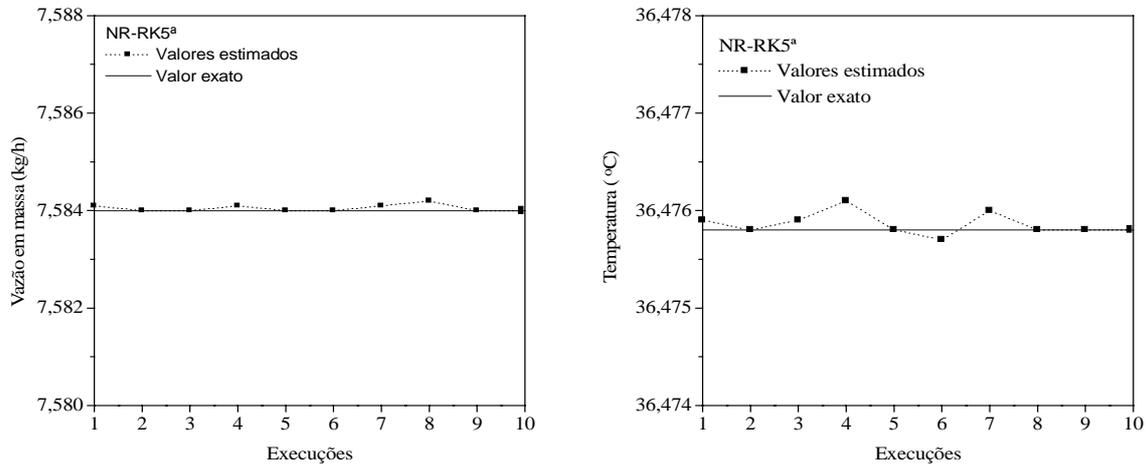


Figura 3. Teste de confiabilidade do caso NR-RK 5ª.

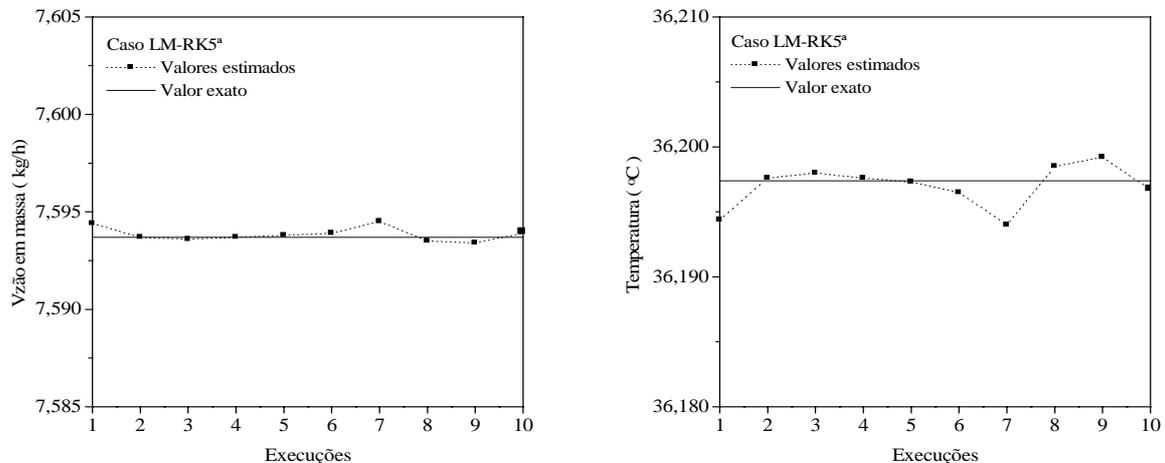


Figura 4. Teste de confiabilidade do caso LM-RK 5ª.

3. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à FAPESP (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo) pelo suporte financeiro para a realização deste trabalho.

4. REFERÊNCIAS

- Chapra, C.S. and Canale, P.R., 1988, "Numerical Methods for Engineers", Editora McGraw-Hill Ltda, 2ª edição, EUA.
- Churchill, S. W., 1977, "Friction Factor Equation Spans All Fluid Flow Regimes", Chemical Engineering, vol. 84, pp. 91-92.

- Mezavilla, M.M., 1995, "Simulação do Escoamento de Fluidos Refrigerantes em Tubos Capilares Não-Adiabáticos", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 120 p.
- Melo, C., Mendonça, K.C. e Mezavila, M.M., 1998, "Trocadores de Calor Tubo Capilar-Linha de Sucção do Tipo Lateral: Simulação e Experimentos", Anais – V Congresso de Engenharia Mecânica Norte-Nordeste – VCEM-NNE, Vol. 3, pp. 195-202.
- Peixoto, R.A., 1994, "Análise Teórico-Experimental do Escoamento do Fluido Refrigerante HFC-134a em Trocadores de Calor Tubo Capilar-Linha de Sucção Utilizados em Sistemas de Refrigeração", Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Mecânica, Escola Politécnica da USP, São Paulo, 185p.