

# UTILIZAÇÃO DAS FUNÇÕES ESTATÍSTICAS NA ANÁLISE DO ESCOAMENTO TURBULENTO NO INTERIOR DO CAPACITOR TÉRMICO

**Julio César Costa Campos**

**Milton Biage**

Centro Universitário do Triângulo, Departamento de Ciências Exatas, Uberlândia, MG, Brasil. E-mail: [jjccampos@uol.com.br](mailto:jjccampos@uol.com.br).

Universidade Federal de Uberlândia, Departamento de Engenharia Mecânica, Uberlândia, MG, Brasil. E-mail: [biage@mecanica.ufu.br](mailto:biage@mecanica.ufu.br)

## Resumo

O presente trabalho consiste num estudo experimental, realizado com a finalidade de prever o comportamento dinâmico de um escoamento no interior do capacitor térmico. Utilizou-se um sistema de amplificação de microtermopares, com compensação automática da temperatura da junta fria para realização de medidas de temperaturas em vários pontos do capacitor. Este estudo foi realizado para três números de Reynolds, na direção axial, azimutal e radial. Com o objetivo de estudar a propagação de pulsos de temperatura ao longo do duto, construiu-se um gerador de pulso controlado por computador, que permite introduzir pulso com amplitudes e frequências diferentes. Na análise do escoamento foram utilizadas as funções estatísticas, tais como: autocorrelação, correlação cruzada e o espectro de energia. Estas medidas foram obtidas utilizando-se microtermopares tipo T. Os resultados obtidos são consistentes de acordo com a literatura.

**Palavras-chave:** Escoamento turbulento, Funções estatísticas, Temperaturas, Capacitor térmico.

## 1. INTRODUÇÃO

O capacitor térmico é caracterizado, geometricamente, por um bojo cilíndrico ou retangular, inserido em uma instalação térmica, de forma a armazenar massa que servirá como elemento de amortecimento das flutuações de temperatura.

O capacitor térmico é utilizado em processos industriais onde se tem flutuação indesejável de temperatura, como por exemplo: em caldeiras, em fornos, em câmaras de umidificação, de secagem, de combustão e de descarga em túneis de vento supersônicos, ou mesmo em ambientes onde se deseja temperaturas absolutamente constantes, como em laboratórios de controle de dados.

A utilização de um capacitor térmico provoca o amortecimento das flutuações devido ao efeito da mistura da massa que entra no cilindro com a massa já existente no mesmo. Nas regiões de recirculação resultam grandes gradientes de velocidade, e conseqüentemente, uma alta intensidade turbulenta. O processo físico no interior do capacitor térmico é caracterizado por um jato em expansão livre. As bordas do jato, da entrada até aproximadamente o centro do capacitor, apresentam vórtices pares. Após a região central, o escoamento divide-se em duas partes: uma zona envolvendo a linha do centro do capacitor, cujo escoamento contrai-se

gradualmente até a saída do fluido no capacitor e uma zona secundária, situada próxima da parede, onde ocorre uma recirculação do fluido que realimenta o processo de mistura ao longo do corpo do jato livre, Lesieur (1986).

Escoamentos no interior de um capacitor são caracterizados por uma série de fenômenos que não são ainda totalmente compreendidos. A formação da grande estrutura coerente, presente no escoamento e a evolução destes vórtices é caracterizadas pelos mecanismos de instabilidades espaciais e temporais. A compreensão dos mecanismos de formação da estrutura deste escoamento pode fornecer várias informações que permitem compreender os aspectos de formação da turbulência tridimensional, permitindo a calibração de modelos turbulentos e verificar o comportamento de métodos numéricos na simulação deste problema. Por outro lado, também, é possível utilizar as informações adquiridas em experimentos para otimizar os projetos industriais de capacitores.

Normalmente, o escoamento no interior de um capacitor térmico é tridimensional, por este fato, procurou-se efetuar um conjunto de medidas de flutuações de temperaturas em vários planos e ao longo de todo o capacitor, de forma que permitam analisar os aspectos tridimensionais da turbulência. Contudo, devido às limitações experimentais estudou-se escoamentos, cujos números de Reynolds são compreendidos no intervalo  $12000 \leq Re \leq 134500$ , os quais possibilitam estabelecer importantes conclusões sobre as características da turbulência neste escoamento.

O objetivo deste trabalho é apresentar um estudo experimental de um escoamento turbulento em um capacitor térmico, analisando o comportamento das flutuações de temperatura, utilizando funções estatísticas. As principais funções estatísticas a serem utilizadas como ferramentas neste estudo são: autocorrelação, intercorrelação e o espectro de potência.

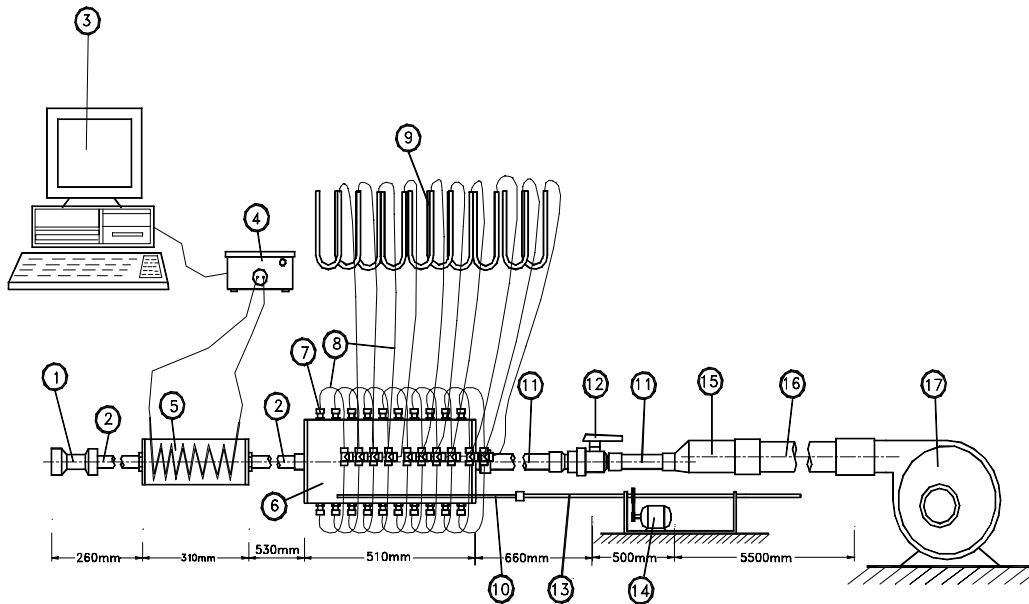
Autocorrelação e intercorrelação permitem verificar o grau de similaridade das oscilações em vários pontos do escoamento, possibilitando caracterizar o grau de dissipação destas no espaço. Adicionalmente, a intercorrelação permite obter a velocidade de propagação dos fenômenos oscilantes.

O espectro de potência representa decomposições de funções temporais não lineares, no espaço de Fourier, contendo diferentes modos frequências, dentro de uma banda, cuja largura depende do grau de determinismo do fenômeno. O espectro de potência fornece a distribuição de energia média das oscilações, com suas frequências características Arpacı & Larsen (1984). Contudo, a distribuição do espectro de potência, caracteriza fisicamente, a maneira pela quais oscilações de diferentes frequências trocam energia entre elas. A troca de energia entre oscilações com diferentes escalas constitui uma das análises que será apresentada neste estudo, procurando evidenciar os aspectos da turbulência, e em particular, verificar tanto o processo de alimentação de energia das pequenas escalas para as grandes, como os mecanismos de dissipação energia pelas pequenas escalas. Adicionalmente, pode-se dizer que o espectro de potência constitui um dos diagnósticos de maior sensibilidade para caracterizar o comportamento dinâmico de escoamentos. Historicamente, a análise das características do espectro de potência tem sido objeto de grande atenção, pois é possível extrair informações sobre a inclinação do espectro, o que permite estabelecer teorias e modelos de turbulência Miller & Dimotakis (1996).

## **2. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL**

Nesse estudo foi construído um aparato experimental que permite analisar o comportamento dinâmico de um escoamento no interior do capacitor térmico. Esse dispositivo experimental é composto de uma seção de testes que constitui-se de um cilindro de acrílico com 200mm de diâmetro e 510mm de comprimento. Uma seção de aquecimento

acoplada à secção de testes por meio de uma tubulação de ferro de 42.30mm de diâmetro e 530mm de comprimento. Um bocal de bronze com coeficiente de descarga igual a 0.98 é utilizado para determinar a vazão volumétrica através do capacitor.



**Figura 1:** Representação do Sistema, (1) Bocal de Bronze; (2) Tubulação de Ferro; (3) Computador Pentium 120MHz; (4) Gerador de pulso; (5) Cilindro recheado com Resistências; (6) Capacitor Térmico (secção de testes); (7) Tomadas de Pressão na parte superior; (8) Mangueiras conectando a tomada de pressão superior com a inferior; (9) Manômetros Tipo U; (10) Deslocador de sonda anemométrica a fio quente, com movimentos lineares e azimutais, controlados por motor de passo; (11)Tubulação de PVC; (12) Válvula de controle; (13) Fuso de deslocamento de sonda; (14) Motor de Passo; (15) Tubulação de PVC de 3 polegadas; (16) Mangueira Flexível de 4 polegadas; (17) Ventilador de 12.5 cv, 3510 rpm, 34A.

O fluxo através do sistema experimental é introduzido, utilizando-se um ventilador centrífugo de alta potência, com 12.5 cv e 3510 rpm. A descarga do escoamento através do capacitor é controlada por uma válvula controladora de vazão que permite uma variação gradual, possibilitando-se estabelecer escoamentos com variados números de Reynolds.

Uma haste é introduzida no interior da secção de testes que permite mover um conjunto de microtermopares ou sondas anemométricas a fio quente, ao longo das direções axiais, radiais e azimutais, sem, entretanto, perturbar o escoamento, uma vez que, as medidas são realizadas à jusante da haste. A Fig. 1 mostra detalhadamente o sistema experimental (todas as medidas estão em mm).

Para o aquecimento do fluido foi utilizado um sistema de resistências em forma espiraladas, distribuídas horizontalmente na tubulação de alimentação do escoamento e preenchendo todo o corpo cilíndrico da secção de aquecimento. As resistências são aquecidas, variando a tensão de alimentação dos resistores de aquecimento do ar, por meio de pulsos digitais, com amplitudes e frequências definidas em programas computacionais. Estes pulsos são convertidos em pulsos analógicos, utilizando conversores D/A, o qual é amplificado através de um circuito TRIAC. A construção deste sistema possibilita introduzir aquecimentos flutuantes ou constantes na entrada do capacitor, com intuito de verificar-se o comportamento da distribuição espacial de temperatura, em vários números de Reynolds.

### 3. ANÁLISE ESTATÍSTICA

Conforme Bendat & Piersol (1986), as propriedades estatísticas mais importantes no tratamento dos fenômenos com um certo grau de aleatoriedade são: a média, o desvio padrão, os valores quadráticos médios (variância), funções de autocorrelação, funções de correlação cruzada e funções de densidade espectral. Todas estas funções foram utilizadas no presente trabalho com o intuito de evidenciar a estrutura de um escoamento no interior do capacitor térmico.

Quando se tem dois registros de dois processos aleatórios diferentes, o estudo da função coeficiente de correlação cruzada é uma outra propriedade bastante importante. Neste trabalho utilizou-se a definição da função de correlação cruzada para identificar o sentido e a velocidade de propagação dos fenômenos envolvidos no sistema.

Pode-se definir uma função coeficiente de correlação cruzada,  $C_{xy}(\tau)$ , de duas amostras  $x(t)$  e  $y(t)$ , da seguinte forma:

$$C_{xy}(\tau) = \frac{R_{xy}(\tau)}{\sqrt{R_{xx}(0)R_{yy}(0)}} \quad (1)$$

Onde  $R_{xy}(\tau)$  é a função correlação cruzada e  $R_{xx}(\tau)$ ,  $R_{yy}(\tau)$ , são, respectivamente, autocorrelação de duas diferentes amostras, para  $\tau=0$ .

A melhor maneira de determinar a função de autocorrelação, na Eq.(1), é através da transformada rápida de Fourier da função de densidade espectral bilateral, cujo procedimento conduz à seguinte equação resultante:

$$\hat{R}_{xx}^s(r\Delta t) = \begin{cases} \frac{(N-r)}{N} \hat{R}_{xx}(r\Delta t) & r = 0, 1, \dots, N-1 \\ \frac{(r-N)}{N} \hat{R}_{xx}[(2N-r)\Delta t] & r = N, N+1, \dots, 2N-1 \end{cases} \quad (2)$$

onde  $\hat{R}_{xx}(\tau)$ , com  $\tau = r\Delta t$  ou  $\tau = (2N-r)\Delta t$ , representa a função de autocorrelação estimada, sem a presença de erros sistemáticos,  $\hat{R}_{xx}^s(\tau)$ , com  $\tau = r\Delta t$ , representa a função de autocorrelação com a presença de erros sistemáticos e  $\Delta t$  é o tempo de amostragem (aquisição).

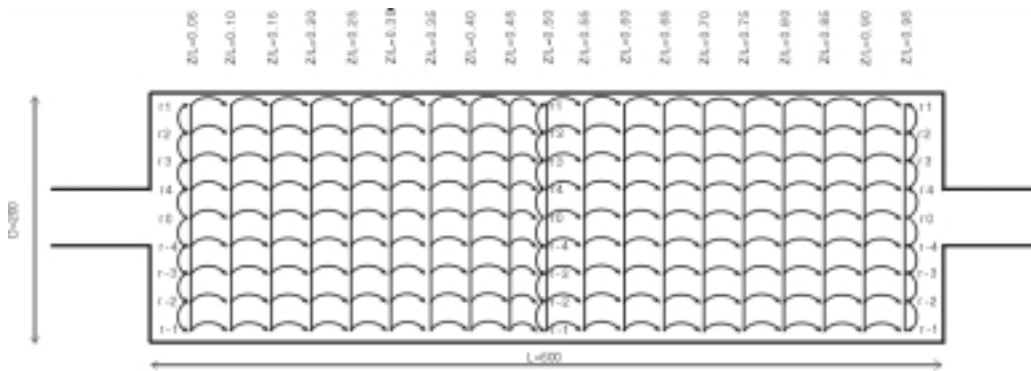
A função de densidade espectral unilateral,  $G_{xx}(f, T)$ , de uma amostra  $\{x_i\}$  é definida como sendo:  $G_{xx}(f, T) = 2S_{xx}(f, T)$ , para  $0 \leq T \leq \infty$  e caso contrário é igual a zero. Sendo que  $S_{xx}(f, T)$  é dado da seguinte maneira:

$$S_{xx}(f, T) = \frac{1}{N_m n_d \Delta t} \sum_{i=1}^{n_d} |X_i(t)|^2 \quad (3)$$

Onde  $N_m$  é o número de pontos em cada subconjunto que compõe a amostra,  $n_d$  é o número de subconjuntos,  $\Delta t$  é o intervalo de amostragem e  $X_i(t)$  é a transformada de Fourier de  $x(t)$ .

#### 4. RESULTADOS E CONCLUSÕES

A Fig. 2 representa a distribuição de termopares, através de uma sonda, ao longo da direção axial e radial do capacitor térmico. Na direção axial foram feitas varias medidas de temperatura nas posições,  $z/L$ , conforme evidenciado nesta figura. Na direção radial,  $r/D$ , os termopares foram distribuídos, igualmente, a uma distância de 19,44 mm. Nesta direção os termopares foram distribuídos do centro da sonda,  $r_0$ , em direção as paredes do capacitor,  $r_1$  e  $r-1$ , conforme Fig.2. As Figs.3 e 4 mostram o comportamento das funções coeficiente de correlação cruzada de duas amostras de flutuações temporais de temperatura de  $z/L=0.05$  à  $z/L=0.95$  adquiridas na direção axial para  $r_4$ ,  $r-4$ ,  $r_3$ ,  $r-3$ ,  $r_1$  e  $r-1$ , conforme Fig.2, para  $Re=12000$ ,  $Re=134000$ , respectivamente,  $\theta=0^\circ$ .



**Figura 2:** Representação da distribuição de termopares ao longo da direção axial e radial do capacitor térmico.

Observa-se na Fig. 4.(e,f) para  $Re=134000$ ,  $\theta=0^\circ$ , situado próximo a parede do capacitor,  $r_1$  e  $r-1$ , que a coerência do sinal decai a medida que se desloca na direção axial. Isto é evidenciado pelos valores dos picos secundários nas funções coeficiente de correlação,  $C_{xy}$ , que são menores quando comparados aos valores dos picos secundários apresentados na Fig.4. (a, b). Conjectura-se que isto ocorre devido a acontecer uma forte quebra da estrutura da turbulência nesta região, que apresenta uma brusca mudança geométrica, causando um processo turbulento bem mais irregular Blanco & Moller (1994).

Uma outra importante característica observada na Fig. 4 é que as flutuações de temperatura se correlacionam por longos intervalos de tempo, conforme caracterizado pelos coeficientes de correlações dos picos secundários, os quais mantêm-se aproximadamente constantes por um longo tempo (o eixo horizontal representa um tempo de 12,5 segundos), para uma mesma função de correlação cruzada. Isto evidencia que a flutuação de temperatura apresenta uma forte similaridade ao longo do tempo, o que indica que estas se preservam quando o tempo transcorre, indicando um grande grau de determinismo do fenômeno. Isto caracteriza a existência de fenômenos de grandes escalas no escoamento, características das flutuações de temperaturas introduzidas no escoamento, conforme explicado anteriormente.

Percebe-se na Fig. 4.(a,b) para  $Re=134000$ ,  $\theta=0^\circ$ , que as flutuações de temperatura apresentam um maior grau de similaridade ao longo do tempo, evidenciada por uma maior homogeneidade nos níveis de coerência dos picos secundários.

Diferentemente das observações feitas com relação à Fig. 4, para  $Re=134000$ ,  $\theta=0^\circ$  a correspondente Fig. 3, para  $Re=12000$ ,  $\theta=0^\circ$  onde o escoamento não apresenta uma turbulência completamente desenvolvida, ocorre um forte amortecimento das flutuações, tanto espacialmente, e na direção axial do capacitor, como ao longo do tempo. Esta conclusão é extraída, observando-se que pico principal apresenta um elevado coeficiente de correlação

cruzada,  $C_{xy}$ , e os demais picos ilustrados ao longo do eixo horizontal, se dissipam, tornando baixos os coeficientes de correlação. Fato pelo qual tem-se um baixo coeficiente de correlação na direção axial. Deve salientar-se que as flutuações de temperaturas introduzidas neste estudo com  $Re=12000$ ,  $\theta=0^\circ$  foram exatamente a mesma que a introduzida no estudo com  $Re=134000$ ,  $\theta=0^\circ$ . Este fato é compreensível se considerar que em baixo número de Reynolds, o efeito dissipativo do escoamento é muito maior, amortecendo com maior intensidade as oscilações presentes no escoamento, tanto de velocidades como de temperatura, pois estes campos são totalmente acoplados.

Adicionalmente, se comparar a Fig. 3, para  $Re=12000$ ,  $\theta=0^\circ$  com a Fig. 4, para  $Re=134000$ ,  $\theta=0^\circ$ , observa-se uma significativa diferença de comportamento da estrutura térmica do escoamento quando o número de Reynolds aumenta. Observa-se na Fig.4 que as flutuações de temperatura se correlacionam por longos intervalos de tempo, conforme caracterizado pela relação entre os coeficientes de correlações dos picos secundários com o pico principal, a qual mantém-se dentro de um intervalo variando de 0,5 próximo à parede do capacitor até 1 na região central do capacitor. Isto evidencia que as flutuações de temperatura apresentam uma forte similaridade ao longo do tempo e no espaço, o que indica que essas flutuações se preservam quando o tempo transcorre, indicando um grau de determinismo do fenômeno. Isto caracteriza a existência de fenômenos de grandes escalas no escoamento, características das flutuações de temperaturas introduzidas no escoamento, conforme explicado anteriormente.

Como é conhecida a distância entre as duas posições referentes aos sinais correlacionados, conclui-se que a velocidade de propagação das flutuações de temperatura é igual esta distância dividida pelo tempo de atraso do pico principal. Assim, conclui-se que a velocidade de propagação das flutuações são menores quando o número de Reynolds é menor, devido a maior dissipação nesse escoamento.

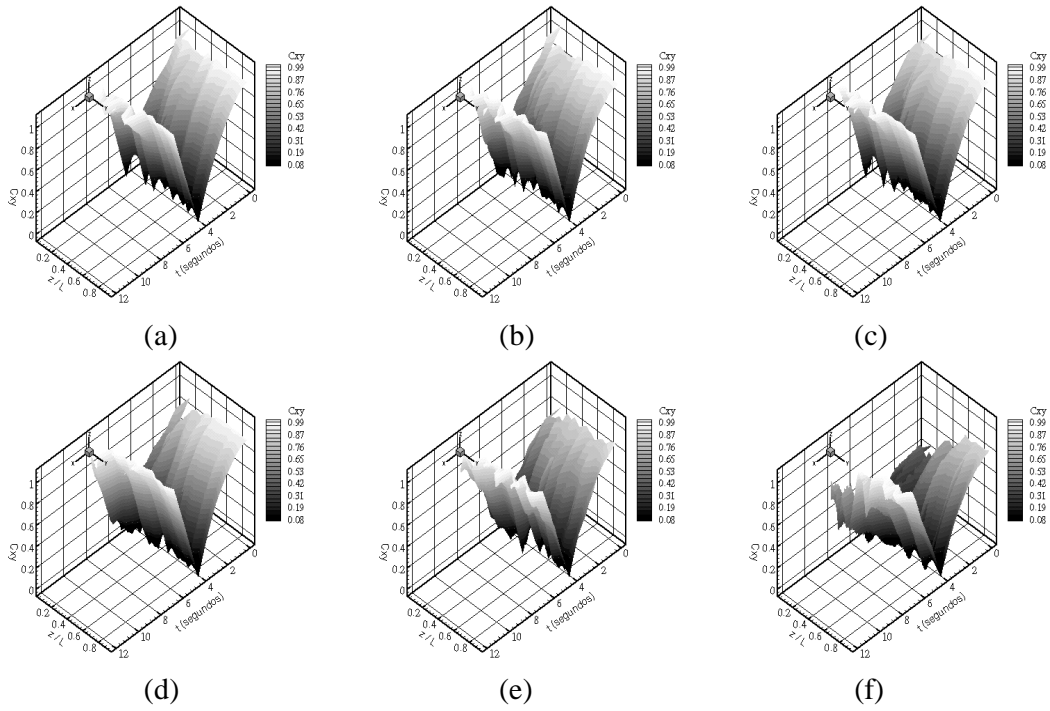
Portanto, a estimação da velocidade de propagação instantânea das flutuações de temperatura na direção axial, mencionada no parágrafo anterior, é dada pela seguinte equação;

$$V = \frac{d}{\tau_0} \quad (4)$$

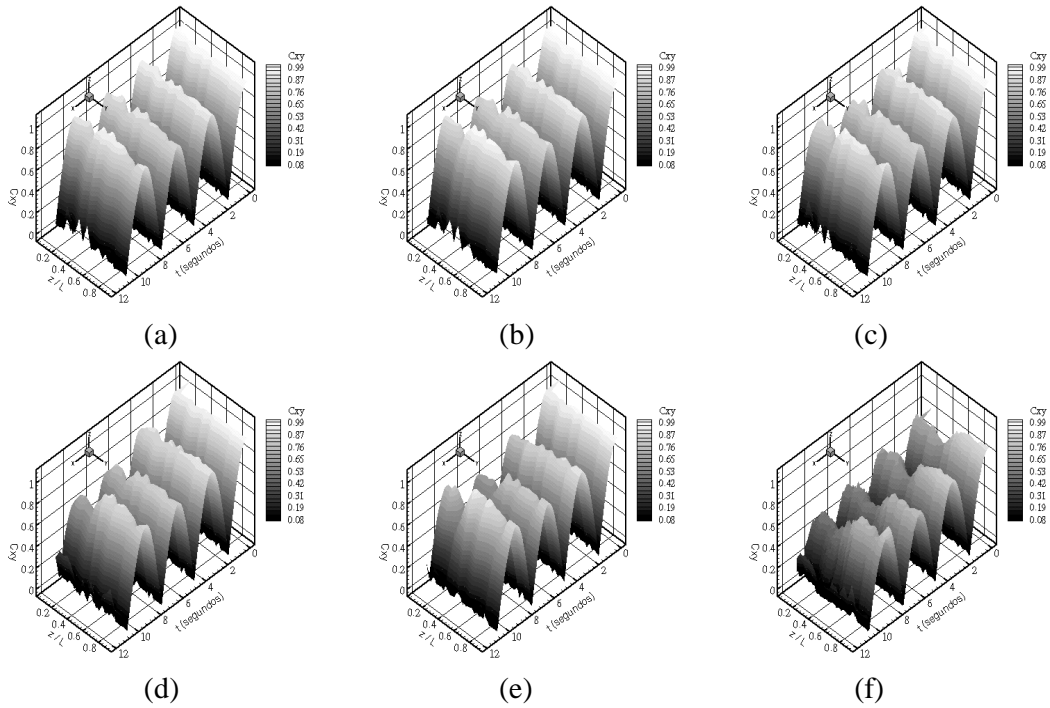
Onde  $d$  é a distância, em metros, entre as posições referentes aos sinais correlacionados e  $\tau_0$  é o tempo de atraso do pico principal, em segundos.

Observa-se nas Figs. 5 e 6 para  $Re=12000$  e  $Re=134000$ ,  $\theta=0^\circ$ , que a estrutura do escoamento obedece uma lei de potência para a sub-região inercial no espectro de energia,  $k^{-5/3}$ , com uma inclinação da curva do espectro de energia igual a  $-5/3$ , onde  $k$  é a constante de Kolmogorov, independente do número de Reynolds e da posição espacial, na qual os dados foram adquiridos. Esta lei é conhecida como lei de Kolmogorov, segundo Hinze (1975), o que caracteriza uma estrutura de escoamento turbulento, tipicamente, tridimensional.

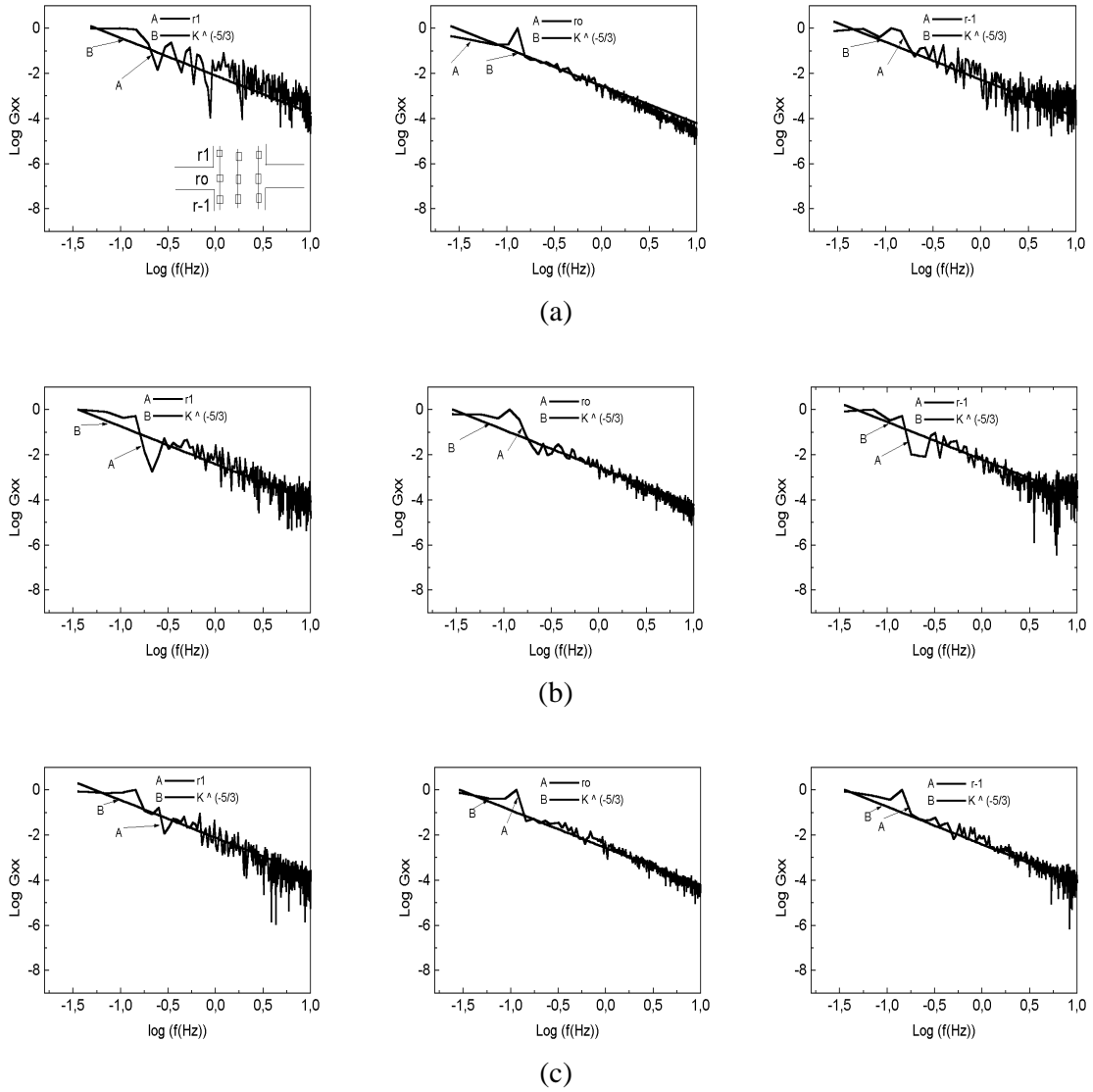
Os números de Reynolds utilizados neste trabalho, para caracterizar a sub-região convectiva-inercial no espectro de energia térmico, foram obtidos na faixa de  $25 \times 10^3 \leq Re \leq 134 \times 10^3$ . Para estes números de Reynolds, conforme evidenciado nas Figs. 5 e 6, não foram observadas diferenças, significativas, do espectro de energia térmico. Isto evidencia, quando a turbulência é completamente desenvolvida, que o espectro de energia é independente do número de Reynolds.



**Figura 3:** Representação do coeficiente de correlação cruzada na direção axial,  $Re=12000$ ,  $\theta=0^\circ$  conforme Fig. 2: (a) r4 ; (b) r-4; (c) r3; (d) r-3 ; (e) r1; (f) r-1.

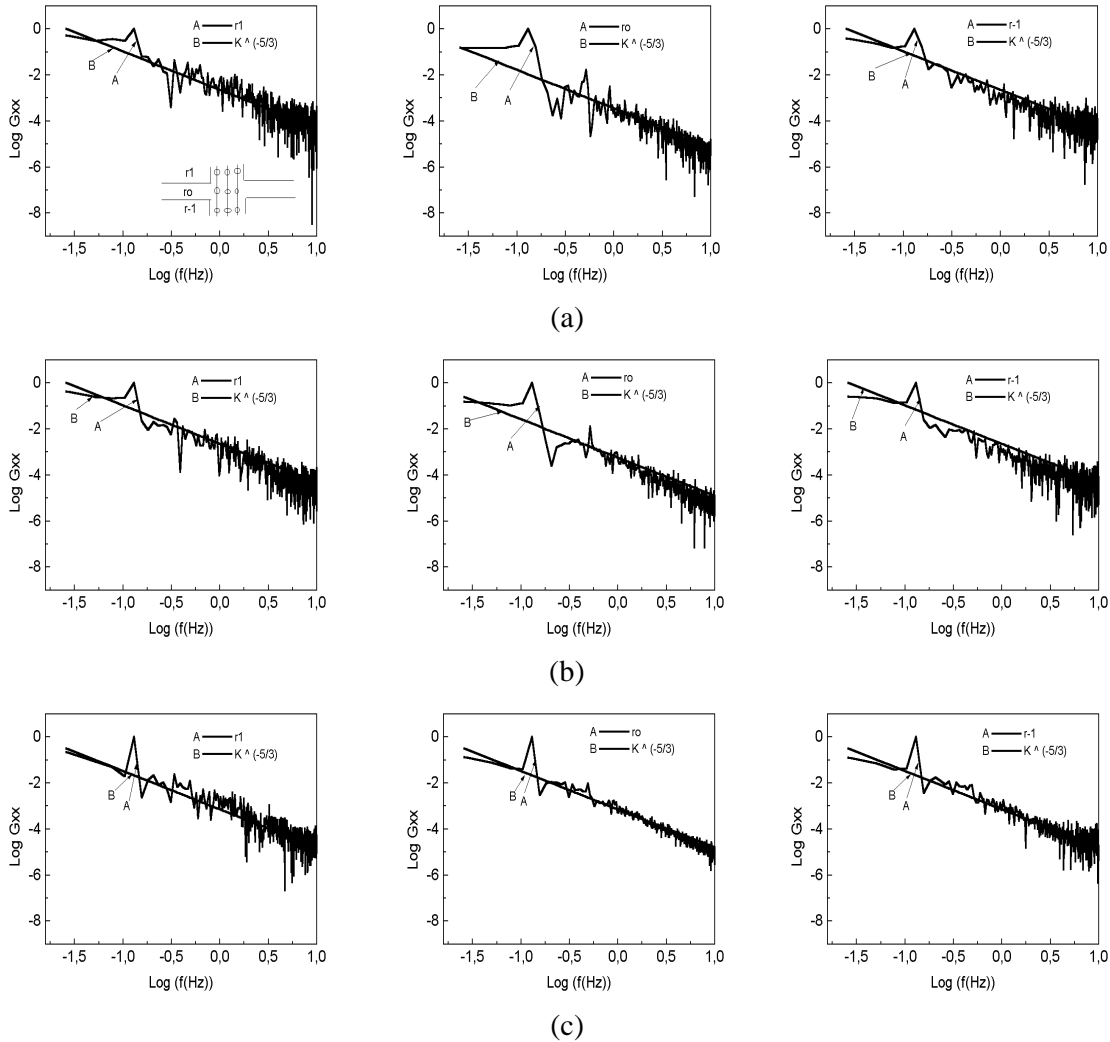


**Figura 4:** Representação do coeficiente de correlação cruzada na direção axial,  $Re=134000$ ,  $\theta=0^\circ$  conforme Fig. 2: (a) r4 ; (b) r-4; (c) r3; (d) r-3 ; (e) r1; (f) r-1



**Figura 5:** Representação do espectro de energia no interior do capacitor térmico para  $Re=12000$ ,  $\theta=0^\circ$ ; (a)  $z/L=0.05$ , (b)  $z/L=0.50$ , (c)  $z/L=0.95$ .





**Figura 6:** Representação do espectro de energia no interior do capacitor térmico para  $Re=134000$ ,  $\theta=0^\circ$ ; (a)  $z/L=0.05$ , (b)  $z/L=0.50$ , (c)  $z/L=0.95$ .

## 5. REFERÊNCIAS

- Arpaci, Vedat S. e Larsen, Poul S., 1984, “Convection Heat Transfer”, Prentice-Hall, Inc., Englewoods Cliffs.
- Bendat, Julius S., e Piersol, Allan G., 1986, “Random Data: Analysis and Measurement Procedures”, John Wiley e Sons, New York.
- Blanco, R.L.D., e Moller, S.V., 1994, “Análise Espectral de Flutuações de Temperatura em Escoamentos Turbulentos em Dutos Circulares”, Anais do 2º Simpósio Latino Americano sobre Tubulações e Vasos de Pressão”, Rio Grande do Sul, Brasil, pp 396-405.
- Hinze, J. O., 1975, “Turbulence”, Mcgraw-Hill
- Lesieur, Marcel, 1986, “Turbulence in Fluids: Stochastic and Numerical Modelling”, Kluwer Academic Publishers, London.
- Miller, Paul L., e Dimotakis, Paul E., 1996, “Measurements of Scalar Power Spectra in High Schmidt Number Turbulent Jets”, Journal Fluid Mechanical, Vol. 308, pp 129-146.