

# ESTUDO NUMÉRICO DE UM JATO COMPRESSÍVEL DE AR INCIDENTE SOBRE UMA PLACA PLANA AQUECIDA

**Jorge Wilson Pereira da Silva**

**Milton Biage**

**Paulo Lopes Silva Júnior**

Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Mecânica, CEP-38400-902, Av. João Naves de Ávila 2160, Campus Santa Mônica, Uberlândia, MG, Brasil.

E-mail: [jwps@mecanica.ufu.br](mailto:jwps@mecanica.ufu.br)

## Resumo

Neste trabalho estudou-se os efeitos de um jato de ar incidente sobre uma placa plana aquecida, utilizando-se a técnica de elementos espectrais. Jatos são usados em processos de aquecimento, resfriamento ou secagem de superfícies, tais como: secagem de papel; têmpera de vidro; aquecimento (resfriamento) de metais e resfriamento de hélices de turbinas e componentes eletrônicos. O escoamento do jato foi considerado bidimensional, turbulento e compressível. Desenvolveu-se um programa computacional capaz de descrever o comportamento qualitativo e quantitativo das estruturas do escoamento, em função das condições de aquecimento da placa e da velocidade de saída do jato. Os resultados apresentados descrevem o comportamento da distribuição do número de Nusselt local na placa aquecida. Adicionalmente, realizou-se estudos sobre as estruturas que predominam no escoamento. Constatou-se que escoamentos com grandes valores de Reynolds e de Mach, as estruturas predominantes são de grandes escalas, e completamente coerentes mesmo para o caso em que o fluido encontra-se confinado.

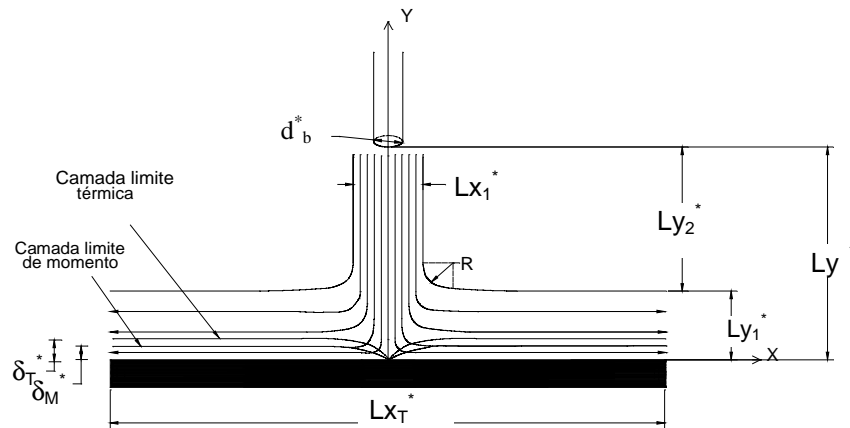
**Palavras-chave:** Escoamentos de jatos, Estruturas do escoamento, Técnica dos elementos espectrais.

## 1. INTRODUÇÃO

Os trabalhos publicados recentemente indicam um crescente interesse no estudo de jatos incidentes. Nas pesquisas apresentadas, na literatura, têm-se preocupado em analisar as características de transferência de calor e massa, tanto em um conjunto de jatos incidentes como em único jato, além de analisar a influência da forma com que o fluido utilizado é descartado para o ambiente.

Uma revisão sobre escoamentos de jatos incidentes revela a existência de um grande número de trabalhos que investigam os vários aspectos envolvidos na mudança da estrutura do escoamento. Os resultados destes trabalhos estão resumidos nos artigos publicados por Martin (1977) e no trabalho de Downs e James (1987). Os trabalhos citados incluem descrições dos diversos parâmetros que influenciam a troca de calor ou de massa em jatos incidentes. Estes parâmetros podem ser classificados em geométricos e não geométricos. Os parâmetros geométricos mais importantes são: o diâmetro do bocal do jato ( $d_b^*$ ), a distância entre o bocal do jato e a placa aquecida ( $L_{YT}^*$ , “*spacing*”), a forma da seção transversal do jato (cilíndrica, retangular, oval), o ângulo de incidência do jato, a curvatura da

superfície da placa, a rugosidade da superfície, o comprimento da placa ( $Ly_T^*$ ) e a espessura da região de expansão do jato ( $Ly_1$ ). E os parâmetros não geométricos pode citar: o número de Reynolds “Eq.1”, a temperatura da placa ( $\theta_p^*$ ) a temperatura de entrada do fluido ( $\theta_p^*$ ) e a intensidade de turbulência inserida no escoamento. Na “Fig. 1” mostra-se alguns dos parâmetros geométricos mais importantes no estudo de jatos incidentes sobre placas aquecidas, nesta figura  $\delta_T$  e  $\delta_M$  representam as espessuras das camadas limites térmica e de momento, respectivamente.



**Figura 1** - Diagrama esquemático de jatos incidentes (Detalhes geométricos).

Stevens e Webb (1991) estudaram a troca de calor em jatos líquidos, analisando os efeitos causados pela variação da razão entre o diâmetro do jato e a distância do bocal do jato à placa sólida e a razão entre a distância radial do ponto de estagnação e o diâmetro do jato, estabelecendo-se um conjunto de correlações entre o número de Nusselt e estes parâmetros geométricos. Neste trabalho, percebeu-se que o número de Nusselt varia proporcionalmente a  $Re^{1/3}$ , onde  $Re$  é o número de Reynolds baseado no diâmetro do jato definido na equação que se segue:

$$Re = \frac{U_{\infty}^* \cdot d_b^*}{\nu} \quad (1)$$

onde  $U_{\infty}^*$  é a velocidade da corrente livre,  $d_b^*$  é o diâmetro do bocal do jato e  $\nu$  é a viscosidade cinemática.

Além do mais, na região de  $0 \leq x/d_b^* \leq 0,75$ , o coeficiente de transferência de calor local manteve-se constante. A variação da distância do bocal à placa pouco interferiu no coeficiente de troca de calor. Percebeu-se, também, que o diâmetro do bocal tem influência sobre o coeficiente de transferência de calor e que esta dependência foi estabelecida em termos do gradiente da velocidade da corrente livre, e nestes casos, o termo  $U_{\infty}^*/d_b^*$  foi introduzido na correlação.

Martin (1977) em seu extenso trabalho de revisão também menciona, sem apresentar dados numéricos, que a presença de uma componente circunferencial na velocidade de um jato incidente não produz alterações significativas na troca de calor ou massa. No entanto, Ward e Mahmood (1982), apresentam conclusões opostas às de Martin (1977), indicando que a presença do escoamento espiralado reduz, significativamente, a troca de calor ou massa. Este trabalho é limitado, pois, o mesmo apresenta resultados de troca de calor local para apenas um valor do número de Reynolds do jato. Adicionalmente, neste trabalho é apresentada uma correlação para o número de Nusselt médio em função da distância adimensional do jato à placa, do número de Prandtl, do número de Reynolds e da intensidade do escoamento espiralado. A precisão desta correlação deve ser verificada, visto que ela foi construída com dados de apenas dois valores do número de Reynolds.

Realizou-se ao longo desta seção a apresentação de alguns problemas típicos de jatos incidentes apresentados na literatura, os quais apresentam fortes relações com problemas tecnológicos. Contudo, pretendeu-se ao longo desta descrição evidenciar os vários fatores que interferem na estrutura do escoamento e principalmente, na caracterização da troca de calor entre a placa e o escoamento. Esta revisão é bastante limitada, contudo, ela permitirá situar o leitor dentro do contexto da pesquisa realizada.

O presente trabalho teve como objetivo principal estudar os efeitos de um jato incidente sobre uma placa plana aquecida, utilizando a técnica de elementos espectrais em um problema que envolve coordenadas curvilíneas.

Na etapa atual da pesquisa serão estudadas as estruturas dos escoamentos em função da temperatura da placa sólida, em função do número de Reynolds (e Mach). De forma semelhante será observado o comportamento dos parâmetros de troca de calor em função, também, da temperatura da placa sólida e do número de Reynolds (e Mach).

## 2. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Como observado na seção anterior, trata-se, neste trabalho, do estudo das características de transferência de calor em um jato de ar que incide, a alta velocidade, sobre uma placa aquecida. Para tal, deve-se proceder uma série de cálculos através das equações de conservação (massa, momento e energia) e equações constitutivas que são acopladas pelas condições de contorno e iniciais, além das equações de interface para cada balanço. Contudo, para que se proceda os cálculos desejados, faz-se necessária a montagem prévia de uma malha estruturada sobre o domínio em questão. Esta discretização estruturada caracteriza-se pelo fato dos volumes elementares serem formados por linhas (ou superfícies) curvilíneas. Então é necessário, dependendo da geometria do domínio de cálculo, gerar um sistema de coordenadas curvilíneas que se adapte a esta geometria. A primeira questão que surge é quanto à natureza do sistema de coordenadas: ortogonal ou não-ortogonal. A grande vantagem do sistema ortogonal está na aplicação das condições de contornos que envolvem as derivadas normais das funções na fronteira. Neste caso, a derivada normal da função está relacionada com apenas uma das coordenadas, simplificando consideravelmente o processo de cálculo.

Um outro problema está no fato que as equações de conservação estão definidas em coordenadas cartesianas que se aplicadas no sistema de coordenadas curvilíneas podem acarretar erros de aproximação a níveis inaceitáveis. Além do mais, o pacote numérico que resolve as equações é baseado no método dos elementos espectrais da colocação. Esta técnica exige a determinação prévia de pontos de colocação na malha, e também, que as superfícies que determinam as interfaces dos elementos sejam planas.

Por isto, faz-se necessário trabalhar com um domínio físico (x,y) e outro computacional ( $\xi,\eta$ ), sendo o primeiro um sistema de coordenadas curvilíneas e o segundo um sistema de coordenadas cartesianas, sendo que, o último relaciona-se com o primeiro, através de equações elípticas de transformação de coordenadas Maliska (1995).

Neste trabalho utilizou-se equações de conservação (massa, momento e energia total) na forma vetorial, adimensional e bidimensional (x,y) e ainda desprezou-se a influência das forças de campo.

Os grupos adimensionais usados para a adimensionalização estão apresentados abaixo, onde a presença do sobre-índice \* mostra a grandeza dimensional e a ausência deste sobre-índice mostra as grandezas adimensionais:

$$x = \frac{x^*}{Lx_T^*/2}; y = \frac{y^*}{Ly_T^*/2}; d_b = \frac{d_b^*}{Lx_T^*/2}; v_{xk} = \frac{v_{xk}^*}{U_\infty^*}; v_{yk} = \frac{v_{yk}^*}{U_\infty^*} \quad (2,3,4,5,6)$$

$$t = \frac{t^* \cdot U_\infty^*}{Lx_T^*/2} E_k = \frac{E_k^*}{U_\infty^{*2}}; q_k = \frac{q_k^* \cdot cp_k^* \cdot Lx_T^*}{k_\infty^* \cdot U_\infty^{*2}}; h_k = \frac{h_k^*}{k_\infty^* / Lx_T^*} \quad (7,8,9,10)$$

$$\rho_k = \frac{\rho_k^*}{\rho_\infty^*}; k_k = \frac{k_k^*}{k_\infty^*}; \mu_k = \frac{\mu_k^*}{\mu_\infty^*}; P_k = \frac{P_k^*}{\rho_\infty^* \cdot U_\infty^{*2}}; \theta_k = \frac{\theta_k^*}{\theta_\infty^*} \quad (11,12,13,14,15)$$

## 2.1. Equações Constitutivas

Para obter o fechamento do sistema de equações, faz-se necessário estabelecer uma relação entre as variáveis termodinâmicas  $P_k$  (campo de pressão),  $\rho_k$  (densidade do fluido),  $\theta_k$  (temperatura) e  $E_k$  (energia total=energia cinética +energia interna), assim como estabelecer uma relação entre os parâmetros de transporte  $\mu_k$  (viscosidade do fluido) e  $k_k$  (condutividade térmica do fluido), em função da temperatura. Portanto, o campo de pressão foi calculado através da equação de estado para gases perfeitos, conforme demonstrado em Silva Júnior (1998). Para calcular as propriedades de transporte em função da temperatura ao longo do escoamento, utilizou-se a fórmula de Sutherland para a viscosidade dinâmica e para a condutividade térmica, onde as constantes  $c_1, c_2, s_1$  e  $s_2$  são dadas em (White, 1988):

$$\mu_k = c_1 \frac{\theta_k^{3/2}}{\theta_k + c_2} \text{ e } k_k = s_1 \frac{\theta_k^{3/2}}{\theta_k + s_2} \quad (16,17)$$

O sub-índice  $k$  refere-se ao elemento de cálculo para uma determinada propriedade.

## 2.2. Condições de Contorno e Iniciais

Para realizar os cálculos sobre as equações de conservação acima citadas, deve-se definir as condições de contorno e condições iniciais que completam as informações necessárias para o cálculo das equações de balanço acima citadas.

Portanto, as seguintes condições de contorno serão aplicadas, as quais são adimensionalizadas utilizando os grupos anteriormente especificados e apresentadas na seguinte ordem: na entrada do bocal, nas bordas externas do escoamento e na interface placa-jato.

Na região de entrada do jato definiu-se um perfil parabólico para o vetor velocidade, dado pela equação adimensional de um escoamento completamente desenvolvido, denominado de Hagen-Poiseuille (White 1988):

$$\bar{V}_k = \frac{Re^*}{2 \cdot d_b^*} \frac{(Lx_T^*)^2}{Ly_T^*} \cdot \frac{-dP_k/dy}{4} \cdot (r_b^2 - x^2) \quad (18)$$

onde  $r_b$  é o raio do bocal ( $d_b/2$ ) adimensionalizado por  $Lx_T^*/2$ .

Considera-se, também, nesta região um perfil uniforme para a temperatura e a pressão do tipo  $\theta_k^* = \theta_\infty^*$  e  $P_k^* = P_\infty^*$ , respectivamente. Similarmente, adota-se as propriedades físicas uniformes para essa região:  $k_k^* = k_\infty^*$ ,  $cp_k^* = cp_\infty^*$  e  $\mu_k^* = \mu_\infty^*$ . Contudo, a densidade  $\rho_\infty^*$  é determinada pela equação de estado para gases perfeitos explicitando agora a densidade.

Nas regiões envolvendo as bordas externas do escoamento assume-se que todas as propriedades são mantidas constantes.

Na região de interface entre a placa e o jato assume-se que as componentes do vetor velocidade são nulas e que o campo de pressão é ajustado iterativamente no tempo. Contudo, o campo de temperatura é definido como condição de temperatura constante sobre toda a placa.

As condições iniciais usadas serão agora expostas as quais referem-se ao campo de pressão, ao campo de temperatura e para o campo de velocidade.

Campo de pressão foi considerado constante em todo o domínio. A temperatura na placa foi considerada constante e impõe-se numa região muito próxima da placa uma diminuição exponencial do perfil de temperatura e ainda, nas demais regiões adotou-se temperatura de entrada do jato. No que diz respeito as componentes da velocidade fez-se a componente horizontal (u) igual a zero e a componente vertical (v) igual ao valor da velocidade de entrada do jato.

### 2.3. Procedimentos de Cálculo

Para a solução da maioria dos problemas de dinâmica dos fluidos é necessária a resolução de um sistema de equações diferenciais parciais não lineares. A resolução deste sistema só se torna possível através de métodos numéricos apropriados. Alguns aspectos importantes sobre os métodos numéricos mais utilizados na literatura foram discutidos em Fernandes (1998) e Silva Júnior (1998). Para escolher uma das técnicas existentes, deve-se levar em consideração aspectos físicos importantes do problema e as limitações das máquinas de cálculo.

Neste trabalho usou-se o método espectral para a solução de equações diferenciais parciais, onde apenas a discretização espacial é espectral. Sendo assim, para se obter uma solução estacionária estável, separa-se completamente as discretizações no tempo e no espaço. Primeiro discretiza-se os termos espaciais, obtendo-se desta forma uma equação diferencial ordinária no tempo.

O método numérico utilizado para discretização espacial das equações é o método de elementos espectrais da colocação, com polinômios de Chebyshev, cujos coeficientes no espaço transformado são calculados através da técnica de multiplicação de matrizes. O método de Runge-Kutta de ordem 4 é aplicado para a discretização temporal das equações de conservação.

## 3. ANÁLISE DOS RESULTADOS

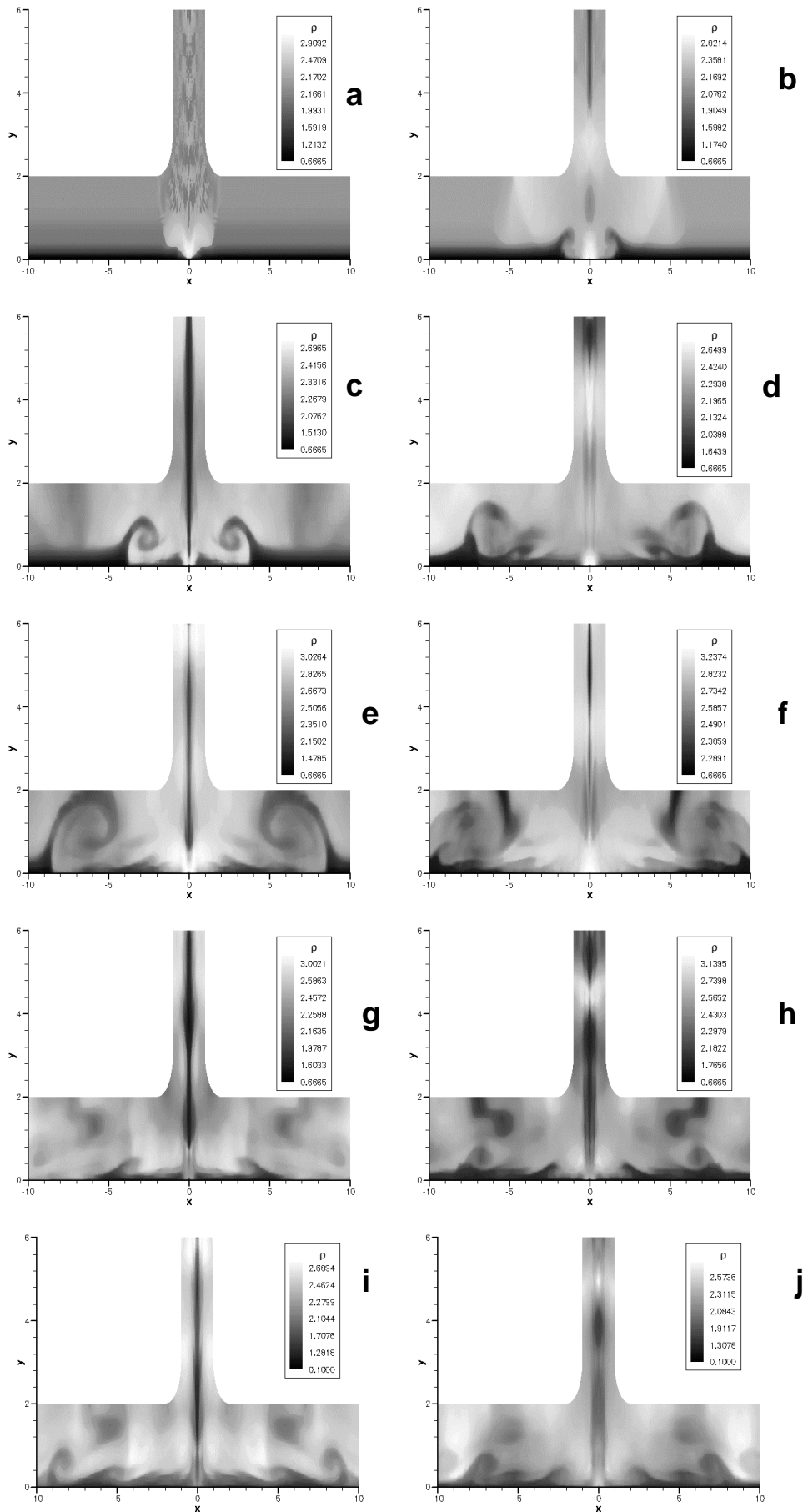
### 3.1. Análise das Estruturas dos Jatos Obtidos na Simulação Numérica

Na “Fig.2” está mostrada a evolução do campo de densidade onde adotou-se os seguintes parâmetros:  $Re=3,1744 \times 10^5$ ,  $M=1,1521$ ,  $\theta_p=1000$  K e  $\theta_\infty=300$  K, onde  $Re$  é o número de Reynolds e  $M$  é o número de Mach dado pelas “Eqs. (19) e (20)”, respectivamente:

$$Re^* = \frac{\rho_\infty^* \cdot U_\infty^* \cdot d_b^*}{\mu_\infty^*}; M = \frac{U_\infty^*}{\sqrt{\gamma_\infty^* R \theta_\infty^*}} \quad (19,20)$$

onde  $U_\infty^*$  é a velocidade de entrada do jato,  $\gamma_\infty^*$  é o coeficiente de expansão térmica,  $R$  é a constante particular dos gases e  $\theta_\infty^*$  é a temperatura de entrada do jato e  $\mu_\infty^*$  é a viscosidade do ar à  $\theta_\infty^*$ .

Na “Fig. 2” observa-se nos gráficos (a) à (d) uma região de baixa densidade ao longo da placa aquecida e uma distribuição de densidade com valores relativamente maiores, nas regiões distantes da placa e no duto vertical. Este fato pode ser explicado pela alta temperatura da placa aquecida que impõe um alto gradiente negativo de densidade nas proximidades da mesma, dando origem à formação nítida de vórtices que expandem-se equilateralmente. A formação destes vórtices deve-se, basicamente, a dois fatores: o choque do jato com a placa que causa uma forte desaceleração do escoamento nesta região e a intensa troca de calor com a placa aquecida. Portanto, observa-se nitidamente na “Fig. 2” que o campo de densidade evolui ao longo do tempo, formando, inicialmente, uma grande estrutura coerente que se propaga em direção à saída do domínio e saindo no gráfico (f) da “Fig.2”. Este vórtice ocupa, praticamente, toda a região de escape do domínio do escoamento, o qual, claramente, propaga-se ao longo do canal de saída, até ocorrer a sua dissipação na saída do domínio.



**Figura 2** - Evolução do campo de densidade ( $Re=3,1744 \times 10^5$ ,  $M=1,1521$ ,  $\theta_p=1000K$ ,  $\theta_\infty=300 K$ ). Onde (a)  $t^*=0,0006s$ , (b)  $t^*=0,0031s$ , (c)  $t^*=0,0094s$ , (d)  $t^*=0,0188s$ , (e)  $t^*=0,0312s$ , (f)  $t^*=0,0375s$ , (g)  $t^*=0,0625s$ , (h)  $t^*=0,0688s$ , (i)  $t^*=0,0875s$  e (j)  $t^*=0,1188s$ .

Contudo, evidencia-se na “Fig. 2” o transporte de estruturas complexas periódicas formadas na região de choque, como pode ser nitidamente observado no gráficos de (h) à (j). Observa-se então, que à medida com que o escoamento tende a um regime, para as condições simuladas, forma-se uma região próxima da placa em que evidencia-se a formação de uma camada de mistura espacial.

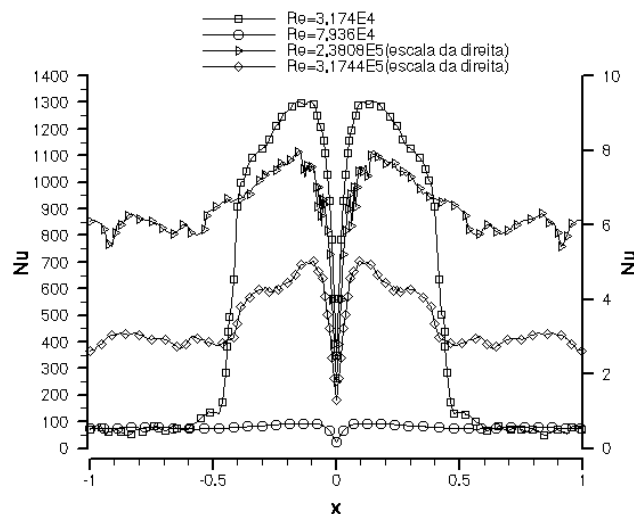
### 3.2. Análise do Número de Nusselt Local

A análise para os perfis do número de Nusselt será feita com base em dois parâmetros: o número de Reynolds e a temperatura da placa refletora. Nas “Figs 3 e 4” trata-se dos perfis do número de Nusselt para a variação do número de Reynolds e da temperatura da placa, respectivamente.

De forma geral o que se observou foi uma diminuição dos patamares dos perfis do número de Nusselt ao se aumentar o número de Reynolds. A “Eq. (21)” mostra a equação para o número de Nusselt local usada no problema.

$$Nu = \frac{h_k \cdot x}{k_k} = \frac{\left( \frac{\partial \theta_k}{\partial y} \right) \cdot x}{\theta_p - 1} \quad (21)$$

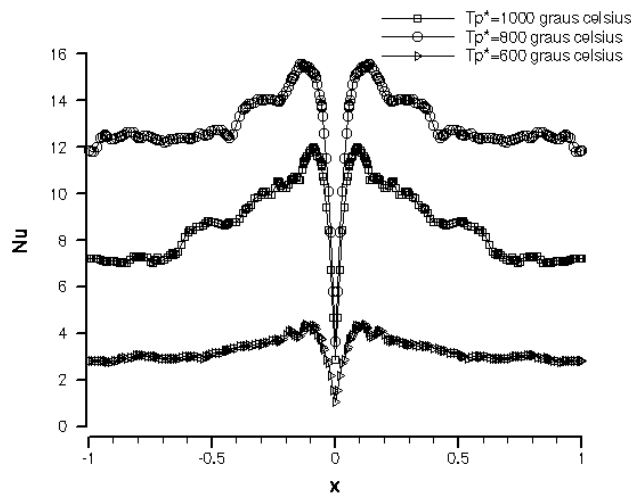
Conforme observado na “Fig. 3” os patamares dos perfis do número de Nusselt, de forma geral, diminui com o aumento do número de Reynolds. Este fato pode ser explicado fazendo-se uma análise sobre a condutividade térmica e o coeficiente de transferência de calor por convecção. Observa-se que ao aumentar o número de Reynolds, maiores componentes de velocidade do escoamento na região da camada limite são obtidas e com isso, é realizado um maior transporte de energia térmica da placa para o fluido, a qual é rapidamente transportada para o escoamento externo, na região central do canal de saída do jato. Este aspecto do transporte de energia faz com que ocorra uma maior homogeneização de energia térmica no escoamento do jato no canal de saída deste, e com isso maiores temperaturas serão atingidas pelo fluido nas regiões da camada limite e, principalmente, nas zonas bem próximas da placa sólida, caracterizando um pronunciamento de aumento da convecção nesta região. Por outro lado, com o aumento da temperatura nas proximidades da placa sólida, também, ocorre um aumento na condutividade térmica do fluido nesta zona. Portanto, pode-se afirmar que com o aumento no número de Reynolds ocorre um aumento no coeficiente de transferência de calor por convecção e um aumento na condutividade térmica do fluido nas proximidades da placa sólida.



**Figura 3** - Evolução do número de Nusselt em função do número de Reynolds para o tempo dimensional 0,125s.

Estes dois fatores contribuem inversamente sobre os valores assumidos pelo número de Nusselt, ou seja, o aumento do coeficiente de transferência de calor por convecção faz com o número de Nusselt aumente e um aumento do coeficiente de condutividade térmica do fluido faz com o número de Nusselt diminua, conforme mostrado pela “Eq.(21)”. Portanto, o que deve ser observado é qual destes fatores interferem de forma mais intensa no número de Nusselt, quando o número de Reynolds aumenta. Neste trabalho como as temperaturas na placa aquecida são relativamente altas (1000 K) acarretando nas proximidades da placa um aumento no valor da condutividade térmica muito maior do que o aumento no coeficiente de convecção.

Uma segunda análise pode ser feita na que diz respeito à influência da temperatura da placa sobre o comportamento do número de Nusselt local. Este aspecto pode ser observado na “Fig. 4”, neste gráfico mostra-se os resultados obtidos na simulação de 3 casos distintos onde as temperaturas da placa, para cada caso, foram de 600, 800 e 1000 para o tempo de 0,1667s. A influência do aumento da temperatura da placa sólida aquecida atua no sentido de aumentar intensidade do número de Nusselt médio, pois a diminuição da temperatura da placa faz com que ocorra uma diminuição da temperatura do fluido na região da camada limite, consequentemente, diminuindo a condutividade térmica do fluido. Por outro lado, a diminuição da temperatura da placa sólida diminui a energia que é absorvida pelo fluido, induzindo menores temperaturas no fluido nas proximidades da placa, mas, também, induzindo menores gradientes de temperatura, nas proximidades da placa. Assim, ao observar a “Eq. 21”, pode-se conjecturar que nas proximidades da placa ocorre uma diminuição no coeficiente de transferência de calor por convecção, o qual, em contrapartida, deverá interferir com maior intensidade no número de Nusselt que o aumento causado neste pela condutividade térmica do fluido.



**Figura 4** - Perfil do Número de Nusselt para diferentes temperaturas da placa,  $t^* = 0,1667$  segundos, para  $Re = 2,3808 \times 10^5$  e  $M = 0,86411$ .

## REFERÊNCIAS

- Downs, S. J., and James, E. H., 1987, “Jet Impingement Heat Transfer-A Literature Survey”, ASME Paper N<sup>o</sup>. 87-HT-35.
- Fernandes, M., 1998, “Simulação Numérica de Camadas de Mistura em Desenvolvimento Temporal e Espacial, Usando a Técnica Espectral da Colocação”. Tese de Mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia.
- Liu, X., Gabour, L. A . e Lienhard, J. H., 1993, “Stagnation-Point Heat Transfer During Impingement of Laminar Liquid Jets: Analysis Including Surface Tension”, ASME J. Heat Transfer, pp. 99-105.



- Maliska, C. R., 1995, “Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional”. Livros técnicos e científicos.
- Martin, H., 1977, “Heat and Mass Transfer Between Impinging Gas Jets and Solid Surfaces”, in: *Advances of Heat Transfer*, pp. 1-60.
- Silva Júnior, P. L., “Simulação Numérica de Escoamentos Turbulentos Compressíveis 1-D e 2-D, utilizando a técnica de Elementos Espectrais”. Tese de Mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, 1998.
- Slayzak, S. J., Viskanta, R., and Incropera, F. P., 1994a, “Effects of Interaction Between Adjoining Rows of Circular, Free-Surfaces Jets on Local Heat Transfer from the Impingement Surface”, *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 116, pp. 88-95.
- Stevens, J. and Webb, B. W., 1991, “Local Heat Transfer Coefficients Under an Axisymmetric, Single-Phase Liquid Jet”, *Journal of Heat Transfer*, Vol 113, pp. 71-78.
- Ward, J. and Mahmood, M., 1982, “Heat Transfer From a Turbulent Swirling Jet”, *Proc. 7<sup>th</sup> Int. Heat Mass Transfers Conference*, pp. 401-408.
- White, F. M. “Viscous Fluid Flow”. McGraw-Hill, 1974
- Zumbrennen, D. A., Aziz, M., 1993, “Convective Heat Transfer Enhancement Due to Intermittence in na Impinging Jet ” , *Journal of Heat Transfer*, Vol. 115, pp 91-98.