

# COEFICIENTE DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR NAS INTERFACES METAL/MOLDE E MOLDE/AMBIENTE RELATIVOS A SOLIDIFICAÇÃO DE LIGAS DO SISTEMA Sn-Pb EM MOLDES DE COBRE

**João de Deus da Costa Alves**  
**Fernando Antônio de Sá**  
**José Maria do Vale Quaresma**  
**Amauri Garcia**

Universidade Federal do Pará, Centro Tecnológico, Departamento de Engenharia Mecânica, 66.075-970, Belém, PA, Brasil. E-mail:jmdovale@ufpa.br

## Resumo

O comportamento dos coeficientes de transferência de calor atuantes na interface metal/molde e molde/ambiente foi determinado através do método que confronta os perfis térmicos teórico e experimental, utilizando-se de um sistema de fundição com fluxo de calor unidirecional para o sistema Sn-Pb. Os perfis térmicos experimentais foram obtidos através de termopares instalados nas regiões de interesse, e seus resultados comparados com os resultados gerados por um modelo numérico baseado na técnica de diferenças finitas devidamente aferido em trabalhos anteriores. Bom acordo foi obtido entre as curvas experimentais e simuladas.

**Palavras Chave:** Condutância Térmica Metal/Molde e Molde/Ambiente; Condições de Solidificação; Espessura do molde e Modelagem Matemática.

## 1. INTRODUÇÃO

Sob o ponto de vista físico, a solidificação é um processo de mudança de fase no qual um metal puro ou uma liga metálica passa do estado líquido para o estado sólido. Essa mudança ocorre envolvendo troca de calor e massa, super resfriamento, liberação de calor latente e mudanças nas propriedades termofísicas das fases. Sendo a fase líquida mais energética que a fase sólida, para que haja a mudança de estado, é necessário que se retire energia do sistema metal/molde aumentando as forças coesivas entre os átomos do metal. Essa energia é o calor latente de solidificação cujo significado é a diferença na energia térmica ( entalpia ) entre os dois estados .

A solidificação é, portanto, um processo que envolve a transferência de calor, e a velocidade que esta ocorre interfere diretamente nas propriedades do metal solidificado. Portanto, a análise do processo de transferência de calor, a identificação das variáveis significativas, o estabelecimento e a determinação dos parâmetros de solidificação tornam-se essencialmente importantes tanto sob o ponto de vista teórico quanto prático.

O presente trabalho estuda o comportamento dos coeficientes de transmissão de calor e dos perfis térmicos nas interfaces metal/molde e molde/ambiente de ligas do sistema Sn-Pb por dois métodos: experimental e matemático.

Dada a importância da solidificação como meio de produção, e da necessidade da obtenção de materiais destinados a atender a crescente demanda industrial que vai desde a fabricação de semicondutores a monocristais de alta precisão, é que se tem direcionado

esforços de pesquisa nesta área, cujos resultados tem trazido relevantes contribuições tecnológicas à engenharia de materiais e a indústria.

## 2. ANÁLISE MATEMÁTICA DA SOLIDIFICAÇÃO

Tendo em vista a natureza do processo de solidificação que ocorre segundo uma transmissão de calor do tipo não estacionária, a análise matemática do problema conduz a equações diferenciais de soluções complexas. A literatura cita “Métodos Analíticos Exatos” e “Métodos Analíticos Aproximados” para solução das equações, entretanto tais métodos admitem condições de contorno que levam a soluções limitadas sob o ponto de vista prático porque afastam o problema de sua realidade física. Por outro lado, métodos numéricos, como o das diferenças finitas (MDF), discretizam o tempo e o espaço obtendo-se soluções tão refinadas quanto desejado. Neste trabalho, o MDF foi utilizado para simular as curvas representativas dos parâmetros de solidificação para posterior comparação com resultados experimentais.

A análise da transferência de calor por MDF nos sistemas metal/molde e molde ambiente durante a solidificação foi desenvolvida a partir da Equação Geral da Condução de Calor.

### 2.1. Método das Diferenças Finitas

Aplicando-se à Equação Geral do Calor as aproximações por diferenças finitas, e utilizando-se a analogia físico numérica entre um sistema térmico e um sistema elétrico na qual se transforma a malha de diferenças finitas de elementos térmicos à elementos elétricos; chega-se à equação (1) [Quaresma, 1999]; [Spim Jr., J.A. & Garcia, A., 1995]; [Santos, C.A.; Spim Jr., J.A.; Quaresma, J.M.V. & Garcia, A., 1996]

$$T_i^{n+1} = \left( \frac{\Delta t}{\tau_{Qi}} \right) T_{i+1}^n + \left( 1 - \frac{\Delta t}{\tau_{QDi}} \right) T_i^n + \left( \frac{\Delta t}{\tau_{Di}} \right) T_{i-1}^n \quad (1)$$

onde,  $\tau_{Qi}$  = carga;  $\tau_{Di}$  = descarga; e  $\tau_{Qdi}$  = carga / descarga

### 2.2. Interface molde/ambiente

O valor da resistência térmica na interface Molde Ambiente é dada por:

$$R_{M/A} = \frac{1}{(h_R + h_C)A_T} \quad (2)$$

onde,  $h_R$  = coeficiente radiativo [ $W/m^2.K$ ];  $h_C$  = coeficiente de convecção do gás [ $W/m^2.K$ ];

e  $A_T$  = área de troca térmica [ $m^2$ ].

Para o cálculo do coeficiente radiativo tem-se que:

$$h_R = \sigma \cdot \epsilon (T_{EM} + T_0) (T_{EM}^2 + T_0^2) \quad (3)$$

onde,  $\sigma$  = constante de Stefan-Boltzman [ $=5,672 \times 10^{-8} W/m^2.K^4$ ];  $\epsilon$  = emissividade do material do molde;  $T_{EM}$  = temperatura externa da superfície do molde [K]; e  $T_0$  = temperatura ambiente [K].

Para o cálculo do coeficiente de convecção sabe-se que:

$$h_C = \frac{k_{gas} N_u}{\chi} \quad (4)$$

na qual:

$$N_u = C(G_R \cdot P_R)^n, \quad \text{Número de Nusselt} \quad (5)$$

$$G_R = \frac{g \cdot \gamma \cdot \chi^3 (T_{EM} - T_0)}{\eta_{gas}^2} \rho_{gas}^2, \quad \text{Número de Grashof} \quad (6)$$

$$P_R = \left[ \frac{\eta}{k} \cdot c \right]_{gas}, \quad \text{Número de Prandtl} \quad (7)$$

onde,  $\eta$  = viscosidade dinâmica do fluido de refrigeração [kg/m.s];  $c$  = calor específico do fluido de refrigeração [J/kg.K];  $\rho_{gas}$  = massa específica do fluido de refrigeração [kg/m<sup>3</sup>];  $k$  = condutividade do fluido de refrigeração [w/m.K];  $\chi$  = dimensão característica da superfície, referente ao percurso feito pelo fluido de refrigeração ao passar pela superfície do corpo [m];  $\gamma$  = coeficiente de expansão térmica volumétrica do fluido de refrigeração, que para gases pode ser aproximado por ( $\gamma = 1/T_0$ ) [K<sup>-1</sup>]; e  $g$  = aceleração da gravidade [9,81 m/s<sup>2</sup>].

Para um estudo onde o fluxo de fluido pode ser considerado laminar e a superfície do corpo na posição vertical, o valor do produto [ $G_R \cdot P_R$ ] deverá variar no intervalo [ $10^4$  a  $10^9$ ] e para o cálculo do Número de Nusselt [ $C = 0,59$ ;  $n = 0,25$ ]. Por outro lado, as propriedades do fluido de refrigeração, como o ar, variam com a temperatura [Benjan,1993; Poirier,1994]

Considera-se que a temperatura externa da parede do molde aumenta consideravelmente durante o processo, para a interface molde/ambiente, pode-se estimar por cálculos analíticos o valor de  $h_{amb}$ , sendo dado por:

$$h_{amb} = h_{rad} + h_{conv} \quad (8)$$

onde:

$h_{amb}$  = coeficiente de transferência de calor da interface molde/ambiente dado em W/m<sup>2</sup>.K;

$h_{rad}$  = coeficiente de transferência de calor por radiação;

$h_{conv}$  = coeficiente de transferência de calor por convecção.

### 2.3. Interface metal/molde

A transferência de calor na interface metal/molde, devido sua importante influência na velocidade de solidificação e nas taxas de resfriamento de fundidos, tem sido alvo de inúmeras pesquisas. Vários trabalhos foram desenvolvidos objetivando caracterizar o mecanismo físico da transferência de calor entre as superfícies de contato. [Prates/Biloni,1972; Ho/Pehlke,1984; Prabhu et alli,1992; Wu et alli,1992].

O fluxo de calor através da interface metal/molde é dado por:

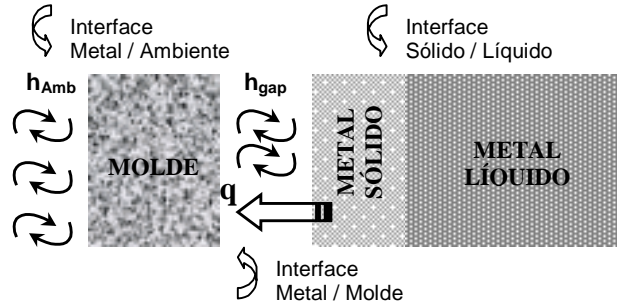
$$q = h_i \cdot A_t (T_{metal} - T_{molde}) \quad (9)$$

onde  $A_t$  é a área de troca térmica [ m<sup>2</sup> ]; sendo que o valor do coeficiente de transferência de calor na interface metal/molde ( $h_i$ ) é variável durante o processo, necessitando de métodos particulares para sua determinação tais como: a) Cinética de Solidificação Unidirecional Controlada, b) Medidas de Espaçamento Dendrítico Secundário, c) Medida de Temperatura e Vazão em Moldes Refrigerados e d) Confronto de Perfis Térmicos Teóricos / Experimentais via Computador, dos quais adotou-se o último como o método utilizado ao longo do trabalho.

A resistência térmica metal/molde ( $R_i$ ) depende de uma análise do conjunto de resistência térmicas atuantes no sistema metal/molde, sendo determinada por:

$$R_i = \frac{1}{A_i \cdot h_i} \quad (10)$$

A figura 1 mostra as interfaces citadas em 2.1 e 2.2. [Quaresma, 1999]



**Figura 1.** Ilustração das interfaces Metal/Molde e Molde/Ambiente [Quaresma, 1999]

### 3. TÉCNICAS EXPERIMENTAIS

#### 3.1. Ligas utilizadas

Foram utilizadas as seguintes ligas do sistema Sn-Pb: Sn-5%Pb, Sn-10%Pb, Sn-20%Pb e o eutético. As propriedades termofísicas destas ligas se encontram na tabela 1.

**Tabela 1.** Propriedades Termofísicas das Ligas [Hammouda, 1992]

Ligas	$c_L$ (J/kgK)	$c_S$ (J/kgK)	$\rho_L$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\rho_S$ (kg/m <sup>3</sup> )	$k_L$ (W/mK)	$k_S$ (W/mK)	L (J/kg)	$T_S$ (°C)	$T_L$ (°C)	$T_f$ (°C)
Sn5%Pb	259	221	7.380	7 720	33	64	57.120	183	220	232
Sn10%Pb	243	209	7.480	7 840	33	63	56.140	183	215	232
Sn20%Pb	231	200	7.860	8 250	32	59	52.580	183	202	232

#### 3.2. Material do molde

Foi utilizado molde de cobre com geometria regular – plano com secções transversais retangulares com espessuras variando nas medidas: 6, 17, 28, 30 e 50 milímetros, cujas características constam da tabela 2.

**Tabela 2.** Características do Material do Molde [Hammouda, 1992]

Mat. molde	k ( W mK )	c ( J / kgK )	$\rho$ ( kg / m <sup>3</sup> )
cobre	398	384	8960



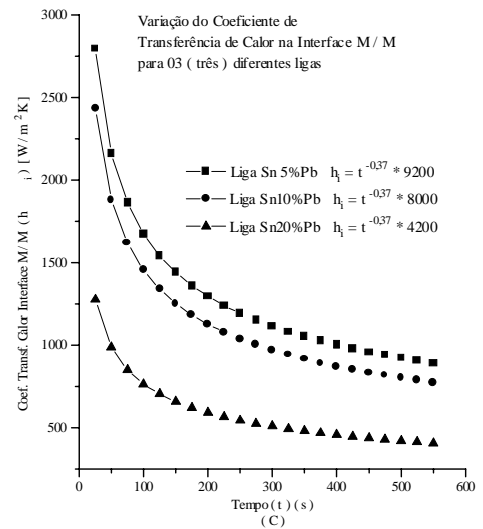
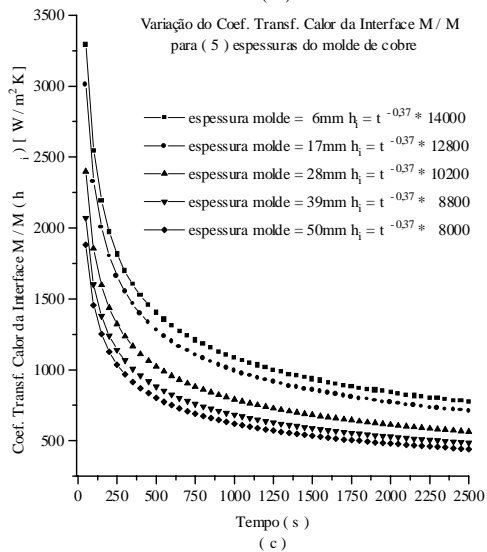
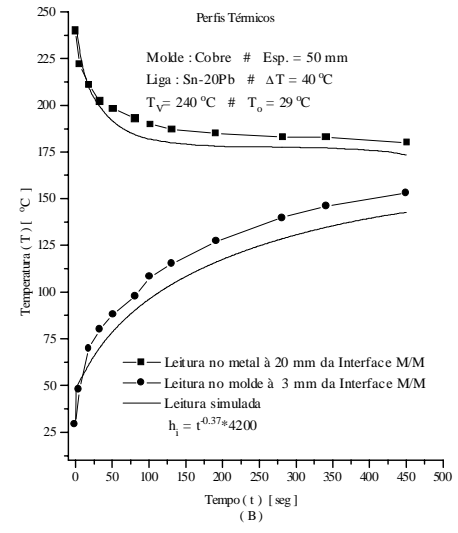
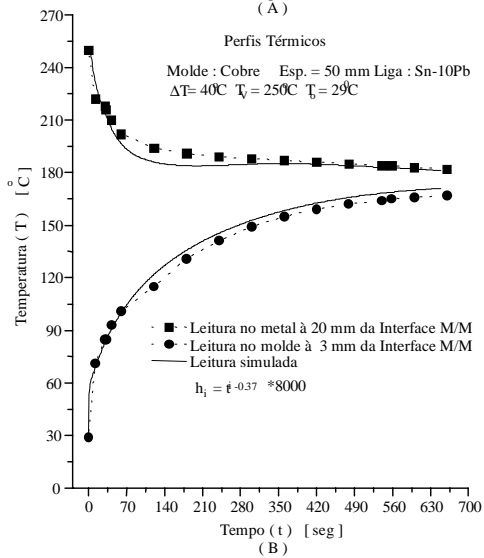
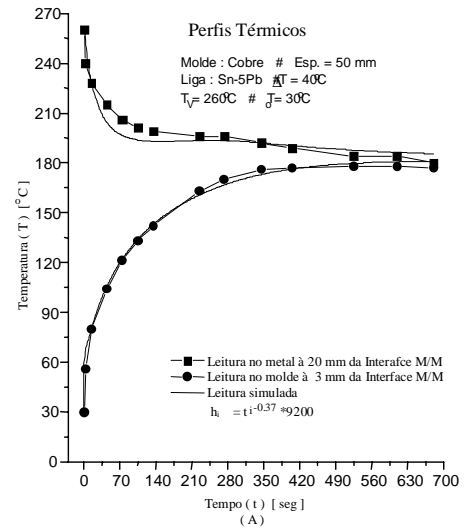
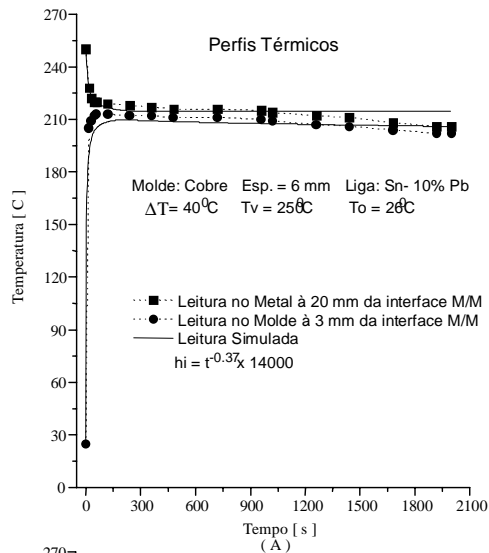
#### 4. ANÁLISE, RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na figura (3), em (3a) e (3b) encontram-se representados os perfis térmicos experimentais e simulados para ligas de Sn-10%Pb, onde pode-se notar que para espessura de 6mm ocorre uma saturação imediata do molde; e para espessura de 50mm observa-se que a saturação do molde ocorre de modo mais progressivo resultando em um menor tempo de solidificação. Por outro lado, a comparação dos perfis térmicos indicam que para moldes de paredes finas tem-se boa molhabilidade do molde pelo metal provocada pelo contato mais íntimo entre eles do início ao fim do processo, denotando que a camada inicial solidificada foi muito delgada e não se opôs a pressão metalostática do metal líquido remanescente, que a empurra de encontro ao molde, provocando seu aquecimento brusco sem o conseqüente resfriamento do metal. A figura (3c) representa o comportamento de  $h_i$  evidenciando-se a correlação entre as curvas para as cinco espessuras experimentadas, nas quais os coeficientes de transferência de calor na interface metal/molde variam com o tempo de forma bastante acentuada nos instantes iniciais da solidificação, havendo neste momento inicial significativa diferença entre os coeficientes obtidos para o molde de menor espessura na ordem de 57%.

Na figura (4), comparando-se as curvas dos perfis térmicos das ligas mais diluída (4a) e mais concentrada (4b), observa-se maiores taxas de retirada de calor para a liga mais diluída, com maior intervalo de solidificação (*mushy zone*), este fato está bem retratado na figura (4c) onde pode ser observado que a razão entre o  $h_i$  da liga com 5%Pb e 10%Pb é de 87%, enquanto que a razão entre o  $h_i$  da liga com 10%Pb e 20%Pb é de 53%, isto é, a razão entre as composições na ordem de 50% não reflete como regularidade nos valores de  $h_i$ , fato que pode ser interpretado como presença de gaps de ar crescentes na interface meta/molde, como função do teor de soluto da liga. Esta idéia leva ao seguinte raciocínio, o de que a pressão metalostática apesar de presente não é suficiente para vencer a resistência da parede solidificada nos instantes iniciais da solidificação.

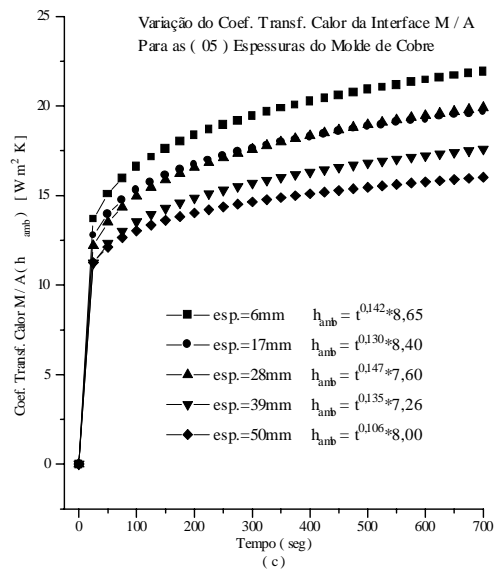
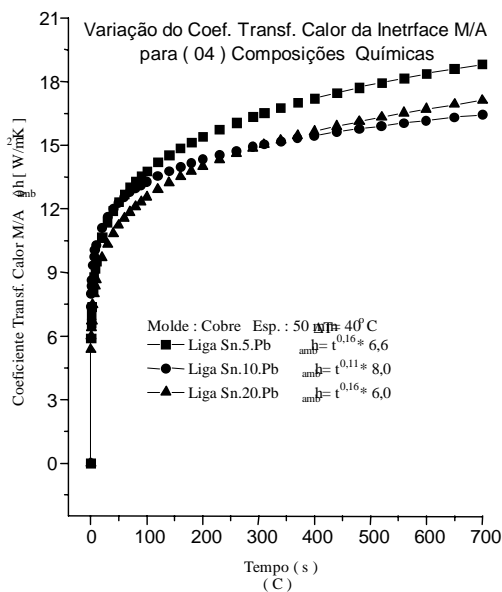
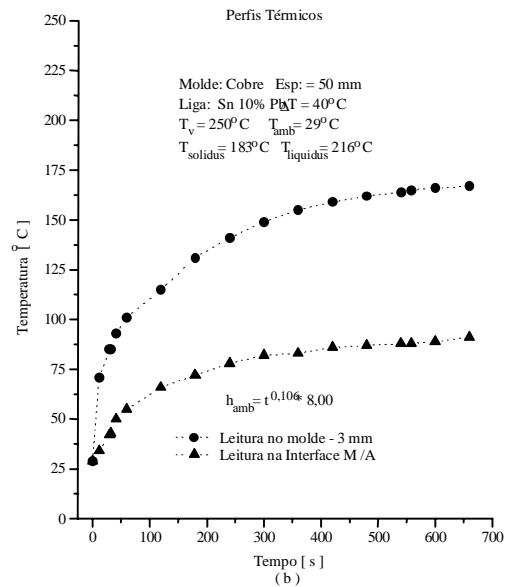
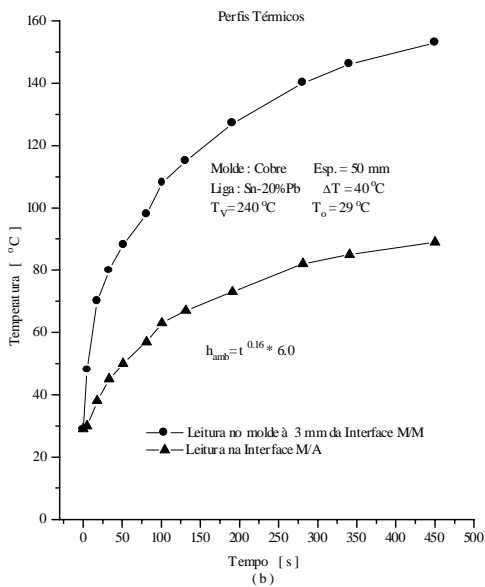
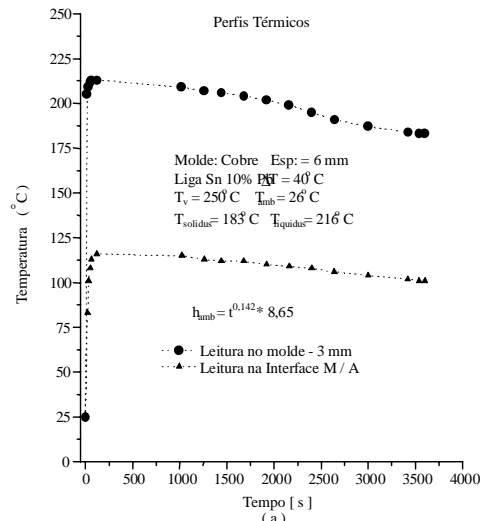
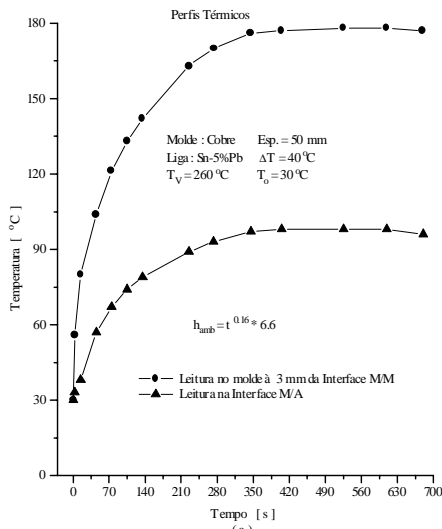
Comparando-se os perfis térmicos para as ligas 5%Pb (4a) e 20%Pb (4b), observa-se que tanto para a interface metal/molde, quanto para a interface molde ambiente, as temperaturas obtidas no caso da liga 5%Pb foram sempre maiores do que no caso da liga 20%Pb; tal fato decorre da maior molhabilidade do molde pelo metal que ocorre na liga mais diluída como conseqüência da formação de um gap menor verificado na interface metal/molde, para esta composição devido a sua maior fluidez, e ainda pela menor reação da espessura inicial solidificada exercida contra a pressão metalostática e, como era de se esperar, as curvas de aquecimento tanto do molde como da interface molde/ambiente apresentam perfis térmicos superiores para a liga mais diluída, dando conta de que o molde se aquece mais, de tal sorte que os coeficientes de transferência de calor nesta interface ( $h_{amb}$ ) apresentam formato como os expressos pelas curvas da figura (5c).

Comparando-se os perfis térmicos para uma liga com 10%Pb quanto a solidificação segundo moldes de espessuras variáveis, nas figuras (6a) e (6b) observa-se que há um súbito crescimento das temperaturas medidas no molde e externamente a este quando se trata da liga mais diluída (6a), e quando se trata da liga mais concentrada o aumento das temperaturas se processa de maneira mais suave, entendendo-se que este fenômeno decorre da formação de menores gaps, na interface metal/molde, no primeiro caso nos quais a pressão metalostática empurra com mais facilidade a fina camada de metal solidificada contra o molde. Tal consideração está compatível com os resultados obtidos quanto ao comportamento do ( $h_{amb}$ ) mostrado na figura (6c), onde a correlação entre estes, obtidos para cinco espessuras do molde, mostram claramente que os maiores valores obtidos são aqueles que correspondem às menores espessuras do molde.



**FIGURA 3** – Confronto de perfis térmicos teóricos e experimentais para liga Sn-10%Pb vazada com superaquecimento  $\Delta T = 40^\circ\text{C}$  em moldes de cobre com espessuras (a) 6 mm, (b) 50 mm, e a correlação das curvas que representam  $h_i$  (c) para cinco espessuras de molde.

**FIGURA 4** - Confronto de perfis térmicos teóricos e experimentais para liga Sn-Pb, com espessuras 50 mm, superaquecimento  $\Delta T = 40^\circ\text{C}$  para composição (a) 5%Pb e (b) 20%Pb, e a correlação entre as curvas que representam (c)  $h_i$  obtidas para três composições 5%; 10% e 20%Pb da liga.



**FIGURA 5** - Perfis térmicos experimentais para ligas (a) Sn-5%Pb; (b) Sn-20%Pb, em moldes com 50 mm de espessura; e a correlação das curvas que representam  $h_{amb}$ .

**FIGURA 6** - Perfis térmicos experimentais para ligas Sn-10%Pb em moldes de espessuras (a) 6 mm e (b) 50 mm; e a correlação das curvas que representam  $h_{amb}$ .



## 5. Conclusão

- a) A quantidade de calor retirada do metal pelo molde é maior para moldes mais espessos, sendo o aquecimento destes moldes ocorre de maneira mais suave do que no caso dos moldes menos espessos, em decorrência tanto da melhor molhabilidade quanto de menores *gaps* de ar que ocorrem para os moldes de menores espessuras, tornando evidente a considerável influência da espessura do molde nos valores dos coeficientes de transferência de calor na interface M/M;
- b) As ligas mais diluídas, devido maior fluidez, possibilitam melhor molhabilidade do molde pelo metal e a formação de menores *gaps* de ar na interface metal/molde, daí termos encontrado para estas ligas maiores valores dos coeficientes de transferência de calor naquela interface tanto no início, quanto no decorrer do tempo após o vazamento; e
- c) Encontrou-se correlações para as curvas dos coeficientes de transferência de calor nas duas interfaces estudadas, e tanto a espessura do molde quanto a composição da liga exerceram forte influência na transferência de calor.

## Referências Bibliográficas

**SPIM Jr., J.A. & Garcia,A.** Modelagem Numérica da Solidificação Baseada na Analogia entre Sistemas Térmicos e Elétricos, **Anais do 10º Congresso de Engenharia e Ciência dos Materiais – CIBECIMAT**, v.2, pp.594-597, 1995.

**SANTOS, C.A.; Spim Jr., J.A.; Quaresma, J.M.V. & Garcia,A.** Aplicação de um Modelo Numérico na Determinação Experimental da Condutância Térmica da Interface Metal/Molde em Sistemas Estáticos de Fundição, **Anais do IX Seminário de Metais Não-Ferrosos da Associação Brasileira de Metalurgia e Materiais**, pp. 197-202, 1996.

**BEJAN, A.** – Heat Transfer, **John Wiley & Sons.**, New York, 1993

**POIRIER, D.R. & Poirier, E.J.** – Heat Transfer Fundamentals for Metals Casting, **The Minerals, Metals and Materials Society**, 1994.

**PRATES, M.A. & Davies, G.J.** – Solidificação e Fundição de Metais e suas Ligas, **LTC/EDUSP**, São Paulo, 1978.

**HO, K. & Pehlke, R.D.** – Mechanisms of Heat Transfer at a Metal/Mold Interface, **Transactions of the American Foundry Society**, v.92, pp.587, 1983.

**PRATES, m.; Fissolo, J. & Biloni, H.** – Heat Flow Parameters Affecting the Unidirectional Solidification of Pure Metals, **Metallurgical Transactions**, v.73, pp.1419, 1972.

**PRABHU, K.N.; Madheswaran, D.; Kumar, T.S.P. & Venkataraman, N.** – Computer Modeling of Heat Flow and Microstructure Fineness in Chill-Cast Aluminum Alloy LM-24, **AFS Transactions**, v.92, pp.661-677, 1992.

**WU, M.H.; Wang, Y.X. Guo, T. & Zhang, Q.X.** – Computer Aided Chill Design for Steel Casting, **ASF Transactions**, v.92, pp.27-35, 1992.