

COMPARAÇÃO ENTRE AS DIFERENTES FORMULAÇÕES PARA A MODELAGEM MATEMÁTICA DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR NO LINGOTAMENTO CONTÍNUO DE AÇOS

Carlos Alexandre dos Santos

Noé Cheung

Marco Olívio Sotelo

Jaime Alvares Spim Jr

Amauri Garcia

Universidade Estadual de Campinas – Faculdade de Engenharia Mecânica - Departamento de Engenharia de Materiais - C.P.: 6122 - CEP.: 13083-970 Campinas - SP - Brasil

Tel.: (19) 788.3309 // 788.3308 - Fax: (19) 289.3722

E-mail: alex@fem.unicamp.br, cheung@fem.unicamp.br, spim@fem.unicamp.br, amaurig@fem.unicamp.br

Resumo

O controle da qualidade dos produtos obtidos pelo processo de Lingotamento Contínuo de aços para produção de tarugos e placas é necessário para minimizar custos, tempo de processamento e defeitos, além da obtenção de reprodutibilidade nas operações. A compreensão do comportamento do lingote frente à sua interação com a máquina de lingotamento contínuo, bem como das condições operacionais durante todo o fenômeno da solidificação é de suma importância para a perfeita representação e caracterização do processo por meio de simulações via modelagem matemática. Assim, a definição dos parâmetros térmicos envolvidos em cada etapa do sistema e suas influências na qualidade do produto final são os objetivos principais deste trabalho. Utilizando-se de um modelo matemático, de dados da literatura e de valores experimentais do processo de lingotamento contínuo, estabeleceram-se as melhores formulações para representar os resfriamentos primário e secundário no equipamento.

Palavras-chave: Lingotamento Contínuo, Solidificação, Modelagem Matemática.

1. INTRODUÇÃO

Nos processos de lingotamento contínuo de metais, principalmente de aços, é essencial a implementação de sistemas de controle ao longo das diferentes etapas do processo. Um método que procura sistematicamente alcançar as condições operacionais ótimas no equipamento deve atender a critérios metalúrgicos para preservar a qualidade do produto final e as limitações tecnológicas envolvidas no equipamento determinados por modelos. Para o controle do processo é necessário sensoriar continuamente os pontos estratégicos do equipamento, e a modelagem matemática do processo oferece uma alternativa interessante ao produtor, que consiste na possibilidade da simulação de diferentes condições operacionais, até que um conjunto ótimo de ajustes do equipamento seja alcançado (Thomas, 1987; Spim, 1997; Filipic, 1997, Kominami, 1991, Lally, 1990, Kumar, 1993). O objetivo do presente trabalho é apresentar a comparação entre as diferentes formulações existentes na literatura para o

tratamento da transferência de calor entre as etapas de resfriamento, e determinar aquelas que apresentam melhores resultados quando comparados com dados experimentais da literatura.

A Figura 1 mostra um esquema do sistema de lingotamento contínuo convencional.

FORMULAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO

A equação de interesse para a transferência de calor em sistema de solidificação é a equação geral da condução de calor em regime transitório, dada por (Incropera, 1994):

$$\rho.c. \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k \cdot \nabla T) + \overset{o}{q}, \quad (1)$$

onde ρ é a massa específica do material [kg/m^3]; c o calor específico [$\text{J}/\text{kg}\cdot\text{K}$]; k a condutividade térmica [$\text{W}/\text{m}\cdot\text{K}$]; $\partial T/\partial t$ a taxa de resfriamento ou aquecimento e $\overset{o}{q}$ [W/m^3] representa o termo de geração interna de calor, associado à transformação de fase.

Aplicando MDF (método de diferenças finitas) à equação (1) e rearranjando, tem-se:

$$T_i^{n+1} = \left(\frac{\alpha \cdot \Delta t}{\Delta x^2} \right) \cdot T_{i+1}^n + \left(1 - \frac{2\alpha \cdot \Delta t}{\Delta x^2} \right) \cdot T_i^n + \left(\frac{\alpha \cdot \Delta t}{\Delta x^2} \right) \cdot T_{i-1}^n + \frac{\overset{o}{q} \cdot \Delta t}{\rho \cdot c}, \quad (2)$$

onde T_i^{n+1} é a temperatura do nó (i) no tempo posterior; T_i^n a temperatura do nó (i) no tempo atual; $\alpha = k/\rho \cdot c$ é a difusividade térmica do material [m^2/s], t é o tempo [s] e o critério de estabilidade do sistema é dado pela condição de $\Delta t < \frac{\Delta x^2}{2\alpha}$.

Tratamento da Transformação de Fase:

Nas equações descritas anteriormente, o termo de geração de calor devido a transformação de fase pode ser expresso por (Incropera, 1994):

$$\overset{o}{q} = \rho \cdot L \cdot \frac{\partial f_s}{\partial t}, \quad (3)$$

onde f_s corresponde a fração de sólido formada e L ao calor latente de fusão da liga [J/kg].

A fração sólida pode ser função de uma série de parâmetros envolvidos. No sistema de fundição. No entanto, na modelagem matemática é importante assumir a variação como função da temperatura, isto é:

$$f_s = F(T) \quad \text{para} \quad T_s < T < T_L. \quad (4)$$

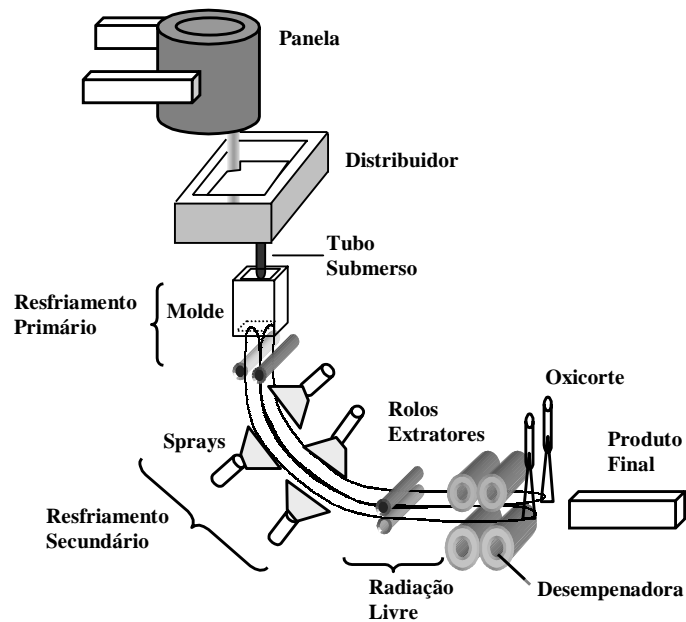


Figura 1 - Diagrama básico de sistema de lingotamento contínuo.

A formulação correta de f_s é dependente dos constituintes internos da liga e da forma com que interagem durante a solidificação do sistema, e para o caso de aço carbono, aplica-se a *Regra da Alavanca*, dada por;

$$f_s = \frac{(T_L - T)}{(T_f - T)} \cdot \frac{1}{(1 - k')}, \quad (5)$$

sendo T_s e T_L as temperaturas solidus e liquidus, e k' o coeficiente de redistribuição do soluto.

Assim, considerando a correlação com calor específico, teremos a Eq. (1) dada como:

$$\rho \cdot c' \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = k \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad (6)$$

onde: $c' = c - L \cdot \frac{df_s}{dT}$ e o termo $\left(L \cdot \frac{df_s}{dT} \right)$ é chamado de *pseudo calor específico*, onde a velocidade de solidificação é controlada pela relação entre o pseudo calor específico que representa a liberação de calor latente do material na transformação de fase e o calor específico do material. Assim a Eq. (6) se transforma em:

$$\rho \cdot \left(c - L \cdot \frac{df_s}{dT} \right) \frac{\partial T}{\partial t} = k_x \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}. \quad (7)$$

As propriedades termofísicas do metal como massa específica, condutividade térmica e calor específico são variáveis com o estado de agregação do material. Essas propriedades variam com a temperatura dentro da região do intervalo de transformação de fase sólido-líquido, segundo: $k_{sL} = (k_s - k_L) \cdot f_s + k_L$; $c_{sL} = (c_s - c_L) \cdot f_s + c_L - (\rho_L \cdot df_s/dT)$; $\rho_{sL} = (\rho_s - \rho_L) \cdot f_s + \rho_L$.

Analogia entre Sistemas Térmicos e Circuitos Elétricos

Fazendo a analogia entre sistemas térmicos e circuitos elétricos, tem-se (Welty, 1974):

$$T_i^{n+1} = \frac{\Delta t}{C_t} \left(\frac{T_{i-1}^n}{R_{t_{i-1}} + R_{t_i}} + \frac{T_{i+1}^n}{R_{t_i} + R_{t_{i+1}}} \right) + \left[1 - \frac{\Delta t}{C_t} \left(\frac{1}{R_{t_{i-1}} + R_{t_i}} + \frac{1}{R_{t_i} + R_{t_{i+1}}} \right) \right] \cdot T_i^n \quad (8)$$

sendo o critério de estabilidade dado por: $\Delta t \leq \frac{C_{t_i} \cdot (R_{t_i} + R_{t_{i+1}}) + C_{t_{i-1}} \cdot (R_{t_{i-1}} + R_{t_i})}{C_{t_i} \cdot (R_{t_i} + R_{t_{i+1}}) \cdot C_{t_{i-1}} \cdot (R_{t_{i-1}} + R_{t_i})}$ e:

$$C_{ti} = A_t \cdot \Delta x_i \cdot \rho_i \cdot c_i^H; \quad R_{t_{i-1}} = \frac{\Delta x_{i-1}}{2 \cdot k_{i-1} \cdot A_t}; \quad R_{t_i} = \frac{\Delta x_i}{2 \cdot k_i \cdot A_t}; \quad R_{t_{i+1}} = \frac{\Delta x_{i+1}}{2 \cdot k_{i+1} \cdot A_t} \quad (9)$$

onde C_{ti} é a capacitância térmica, R_t é a resistência térmica, Δx corresponde à distância percorrida pelo fluxo de calor entre os pontos nodais, $A_t \cdot \Delta x_i$ corresponde ao volume do elemento finito "i" e c^H é o pseudo calor específico devido a transformação de fase.

Condições de Contorno

Para calcular o fluxo de calor entre o metal e o molde/"sprays" no lingotamento contínuo, algumas considerações foram incorporadas no modelo matemático, podendo-se destacar:

(1) fluxo de calor na direção de extração do lingote (z) é desprezado, sendo $\frac{\partial T}{\partial z} = 0$,

(2) um volume de controle foi posicionado na seção transversal do lingote, desde o metal até a superfície externa do molde, sendo este deslocado do topo do molde até a região de

desempeno e corte segundo: $Z = V_{\text{ling}} \cdot \Delta t$ [m]; V_{ling} [m/s] e t [s];

(3) devido à simetria do fluxo de calor na seção transversal, será considerado apenas um quarto da seção transversal do lingote, admitindo-se que as condições de resfriamento em cada lado sejam idênticas;

(4) a superfície do menisco é plana;

(5) a solidificação é essencialmente sobre condições de equilíbrio;

(6) efeitos causados pela segregação, oscilação do molde ou curvatura do lingote são desprezados;

(7) o molde é assumido como uniforme e apresenta temperatura inicial igual a ambiente;

(8) a temperatura da superfície do metal líquido é considerada igual à temperatura de vazamento;

(9) a influência da turbulência no líquido e a transferência de calor por convecção foram consideradas por meio de um artifício matemático, no qual a condutividade térmica do líquido é tratada por uma condutividade efetiva dada por: $k_{\text{efetiva}} = k_L \cdot A$; onde A é uma constante e usualmente assume o valor de 3 - 7 (Toledo, 1993; Louhenkilpi, 1994);

(10) para determinar ou estimar os coeficientes de transferência de calor metal/molde (h_{molde}) e “sprays” (h_{sprays}), autores utilizam várias formulações, como apresentadas nas Tabelas 1 e 2.

Tabela 1 – Formulações para o coeficiente de transferência de calor no molde (h_g)

Referência	Formulação	Uso	Comentário
Samarasekera 1988	$h_{\text{molde}} = \frac{m \cdot c_f \cdot (T_{fs} - T_{fe})}{A \cdot (T_{sL} - T_{H2O})}$ [W/m ² .K]	tarugos placas	. valor médio e constante, . balanço térmico lingote/H ₂ O
Toledo 1993	$h_{\text{molde}} = (0,07128 \cdot e^{-\text{tempo}} + 2,328 \cdot e^{-\text{tempo} / 9,5} + 0,698) \cdot 1000$ [W/m ² .K]	tarugos placas	. valor variável ao longo do molde, . obtido experimentalmente e onde tempo = z / V_{ling}
Brimacombe 1984	$h_{\text{molde}} = 1,551 \cdot \left[\frac{L}{c \cdot \rho \cdot k \cdot V_{\text{ling}}} \right]^{0,141} \cdot \left[\frac{q_o}{T_s} \right]^{1,282}$ [Kcal/m ² .s.°C]	tarugos	. valor médio e constante, . função propriedades e fluxo calor - $q_o = 640 - 53 \cdot \sqrt{t_{\text{molde}}}$ [kcal/m ² .s]
Lait 1974	$h_{\text{molde}} = (1,696 - 0,0162 \cdot t_{\text{molde}}) \cdot 1000$ [W/m ² .K]	tarugos placas	. valor médio e constante, . obtido experimentalmente
Hills 1969	$h_{\text{molde}} = \sqrt{\frac{z^* \cdot c_s \cdot \rho_s \cdot k_s \cdot V_{\text{ling}}}{z}}$ [W/m ² .K]	tarugos placas	. cálculo de z^* por meio de um gráfico e da equação $Q^* = \frac{m \cdot c_f \cdot (T_{fs} - T_{fe})}{(z \cdot V_{\text{ling}} \cdot c_s \cdot \rho_s \cdot k_s)^{0,5} \cdot T_s}$

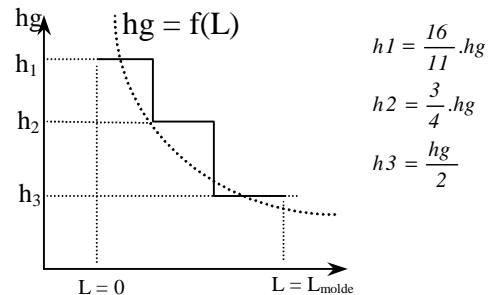
Para as formulações, as unidades de h e Q^* são W/m².K e l/s, respectivamente, e onde tem-se: c_s , ρ_s e k_s = propriedades do metal lingotado; c_f , ρ_f e k_f = propriedades do fluido de refrigeração (água); T_{fe} e T_{fs} = temperatura de entrada e saída do fluido no molde; T_{sL} =

temperatura da superfície do lingote enquanto no molde; T_{H_2O} = temperatura do fluido; A = área de troca térmica; L = comprimento do molde, \dot{q} = fluxo de calor médio entre o lingote e a refrigeração e t_{molde} = tempo de residência no molde.

Tabela 2 – Formulações para o coeficiente de transferência de calor nos “sprays” (h_{sprays})

Referência	Formulação	Procedimento Experimental
Shimada (Brimacombe, 84 A)	$h_{sprays} = [1,57.m^{0,55} \cdot (1 - 0,0075.T_{H_2O})].1000$ [W/m ² .K]	Placa aço carbono horizontal, T _{inicial} = 930 °C, Temp. água = 38 °C
Mizikar 1970	$h_{sprays} = [0,0776.m^0].1000$ [W/m ² .K]	Placa inox 304 vertical, T _{inicial} = 1090 °C Pressão = 69-620 MPa, Distância bicos/lingote = 102 mm
Muller (Brimacombe, 84 A)	$h_{sprays} = [0,01.V_{ling}^0 + (0,107 + 0,00068.V_{ling}^0).m].1000$ [W/m ² .K]	Placa aço carbono vertical, T _{inicial} = 1200 °C Pressão > 1100 MPa, Distância bicos/lingote = 100-200 mm
Nozaki 1978	$h_{sprays} = [0,3925.m^{0,55} \cdot (1 - 0,0075.T_{H_2O})].1000$ [W/m ² .K]	Placa aço carbono horizontal, T _{inicial} = 930 °C, Ajuste empírico e melhor para placa
Bolle 1979	$h_{sprays} = (0,36.m^{0,556}).1000$ [W/m ² .K]	Placa inox 309 horizontal, T _{inicial} = 600-1100 °C
Sasaki (Brimacombe, 84 A)	$h_{sprays} = (708.m^{0,75} \cdot T_s^{-1,2} + 0,116).1000$ [W/m ² .K]	Placa inox vertical, T _{inicial} = 700-1200 °C, Distância bicos/lingote = 100-500 mm

A partir dos valores de hg médios determinados pelas relações descritas, é possível estimar um valor variável para o coeficiente ao longo do comprimento do molde, dividindo-se o molde em 3 regiões e aplicando a metodologia ilustrada ao lado. Construindo o gráfico, é possível obter uma equação de ajuste, conforme mostra a Figura 2.



RESULTADOS E DISCUSSÃO

Com o objetivo de demonstrar a validação do modelo proposto, foram realizadas simulações utilizando parâmetros de operação encontrados na literatura. Inicialmente realizou-se uma simulação para o caso de tarugos com h_{molde} constante, objetivando demonstrar a influência da adoção da condutividade efetiva no metal líquido, comparando os resultados gerados pelo modelo com resultados simulados obtidos por Lally (Lally, 1990). Para este caso, o autor adotou a consideração de $k_{efetivo} = 7. k_L$ para o metal líquido (não para o mushy zone). Os dados utilizados podem ser vistos na Tabela 3, e o gráfico da Figura 3 apresenta a evolução da casca sólida ao longo do molde para um aço carbono 1010. A Figura 4 mostra a comparação entre os resultados obtidos para o caso de placas e a Tabela 4 apresenta os parâmetros de entrada dos modelos. O autor adotou $k_{efetivo} = 3. k_L$.

Figura 2. Método de determinação de $hg = f(L)$

Tabela 3 - Parâmetros de entrada dos modelos matemáticos – Tarugos (Lally, 1990)

Molde			
Dimensões:	Comprimento [m] = 0,61	Largura [m] = 0,18	Espessura [m] = 0,18
Refrigeração:	Temp. de Refrigeração [C] = 25	Coef. de Retirada de Calor [W/m ² .K] = 2700	
Metal			
c _s [J/kg.K] = 682	ρ _s [kg/m ³] = 7400	k _s [W/m.K] = 36,6	L [J/kg] = 272.000
c _l = 710	ρ _l = 7000	k _l = 36,6	T _s [°C] = 1477 T _L = 1522 f = 1535
Parâmetros de Controle			
Velocidade de Produção [m/s] = 0,030			
Temp. de Vaza/to do Metal Líq. [C] = 1600		Aço Carbono 1010	

Tabela 4 - Parâmetros de entrada dos modelos matemáticos – Placas (Lally, 1990)

Molde			
Dimensões:	Comprimento [m] = 0,76	Largura [m] = 1,32	Espessura [m] = 0,20
Refrigeração:	Temp. de Refrigeração [C] = 25	Coef. de Retirada de Calor [W/m ² .K] = 1100	
Metal			
c _s [J/kg.K] = 628	ρ _s [kg/m ³] = 7500	k _s [W/m.K] = 34,3	L [J/kg] = 270.000
c _l = 712	ρ _l = 7500	k _l = 34,3	T _s [°C] = 1399 T _L = 1449 T _f = 1535
Parâmetros de Controle			
Velocidade de Produção [m/s] = 0,0144			
Temp. de Vaza/to do Metal Líq. [C] = 1500		Aço Inoxidável	

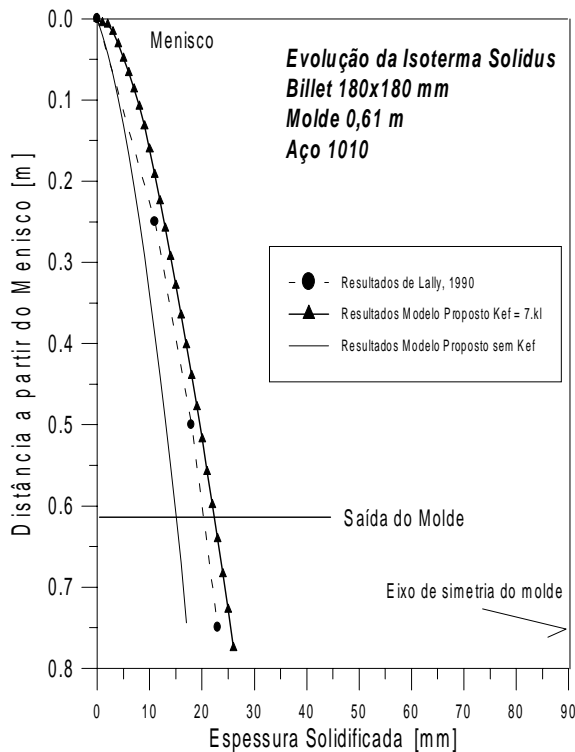


Figura 3 – Comparação entre os resultados da evolução da casca sólida (tarugos).

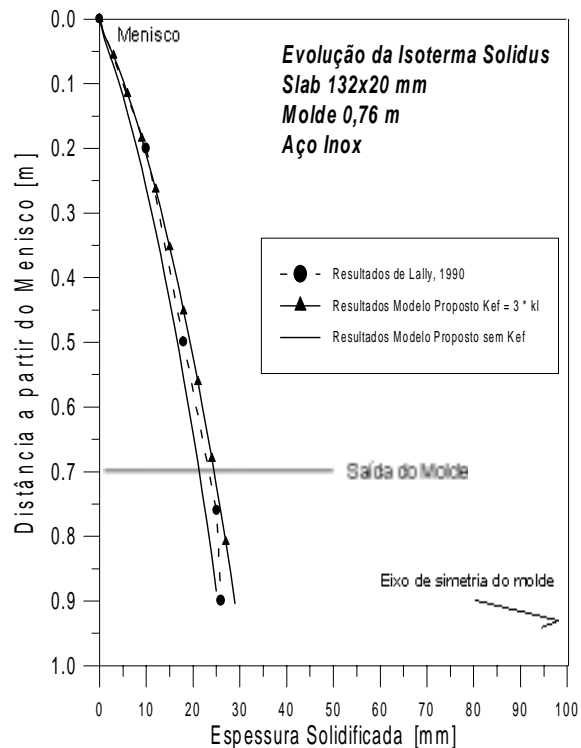


Figura 4 – Comparação entre os resultados da evolução da casca sólida (placas).

Para selecionar a melhor formulação de h_{molde} e h_{sprays} , além de verificar se a adoção de $k_{efetivo}$ proporciona melhores resultados, foram realizadas várias simulações empregando as equações das Tabelas 1 e 2 e confrontaram-se os resultados com dados de temperatura da superfície do lingote obtidos experimentalmente em equipamentos industriais tanto de tarugos quanto de placas. Os parâmetros de entrada podem ser vistos nas Tabelas 5 e 6, e os gráficos das Figuras 5 e 6 apresentam comparativamente os melhores resultados gerados.

Tabela 5 - Parâmetros de entrada experimental - Tarugo (Louhenkilpi, 1994)

Molde					
Dimensões:	Comprimento [m] = 0,60	Largura [m] = 0,16	Espessura [m] = 0,16		
Refrigeração:	Temp. de Refrigeração [C] = 25		Nível de Metal Líquido [m] = 0		
Metal					
c_s [J/kg.K] = 678	ρ_s [kg/m ³] = 7850	k_s [W/m.K] = 30,13	L [J/kg] = 260.000		
c_l = 758	ρ_l = 7300	k_l = 34,5	T_s [°C] = 1360	T_L = 1458	T_f = 1535
Sprays					
Zonas	Comprimento [m]	Vazão [l/min]	Vazão [l/s]		
1	2,80	88	1,47		
2	1,80	69	1,15		
3	2,70	33	0,55		
Parâmetros de Controle					
Velocidade de Produção [m/s] = 0,0245			Comprimento Metalúrgico [m] = 10		
Temp. de Vaza//to do Metal Líq. [C] = 1485			Aço Carbono 1080		

Tabela 6 - Parâmetros de entrada experimental - Placa (El-Bealy, 1997)

Molde					
Dimensões:	Comprimento [m] = 0,70	Largura [m] = 1,68	Espessura [m] = 0,22		
Refrigeração:	Temp. de Refrigeração [C] = 25		Nível de Metal Líquido [m] = 0		
Metal					
c_s [J/kg.K] = 700	ρ_s [kg/m ³] = 7400	k_s [W/m.K] = 28	L [J/kg] = 260.000		
c_l = 700	ρ_l = 7400	k_l = 28	T_s [°C] = 1471	T_L = 1541	f = 1535
Sprays					
Zonas	Comprimento [m]	Vazão [l/min]	Vazão [l/s]		
1	0,485	230	3,83		
2	0,900	215	3,58		
3	1,285	160	2,66		
4	1,580	200	3,33		
5	1,280	123	2,10		
6	1,540	100	1,66		
7	2.380	280	4,66		
8	4.500	118	1,96		
Parâmetros de Controle					
Velocidade de Produção [m/s] = 0,0183			Comprimento Metalúrgico [m] = 14		
Temp. de Vaza//to do Metal Líq. [C] = 1600			Aço Carbono 1012		

As Figuras 7 e 8 mostram o comportamento gráfico das diferentes formulações de h_{molde} e h_{sprays} para os casos analisados, onde se pode observar a grande variação existente.

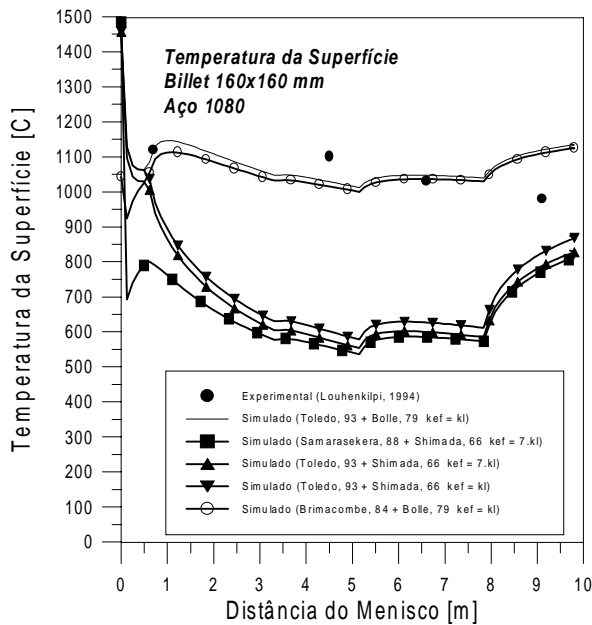


Figura 5 – Resultados da temperatura da superfície do lingote (tarugos).

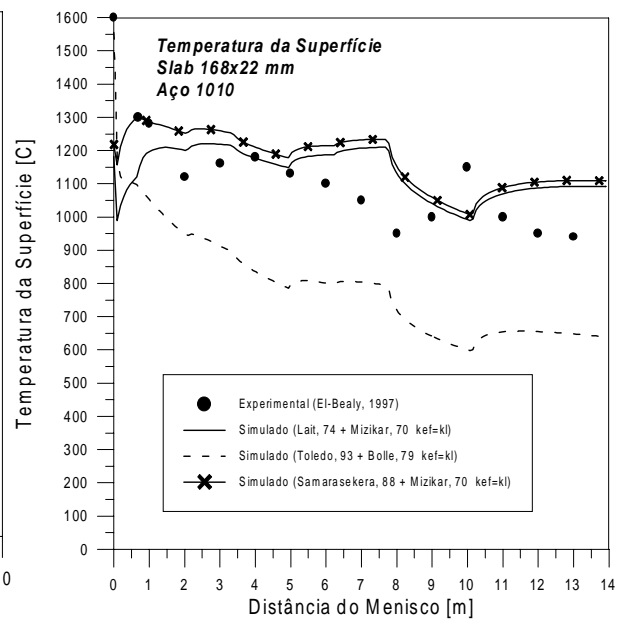


Figura 6 – Resultados da temperatura da superfície do lingote (placas).

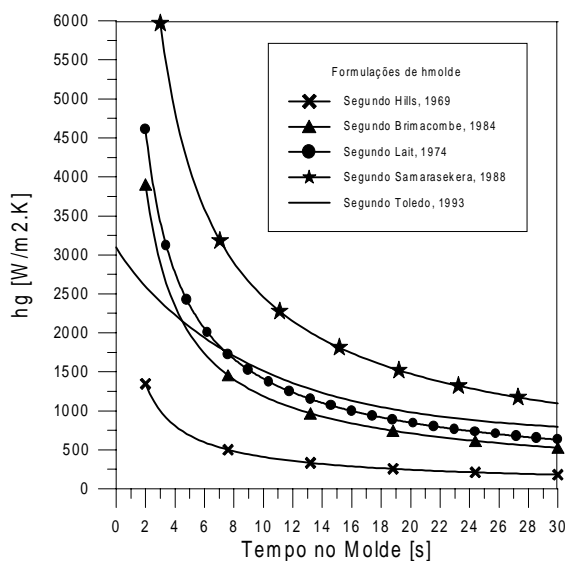


Figura 7 – Comportamento de h_{molde} para as diferentes formulações [Tabela 1].

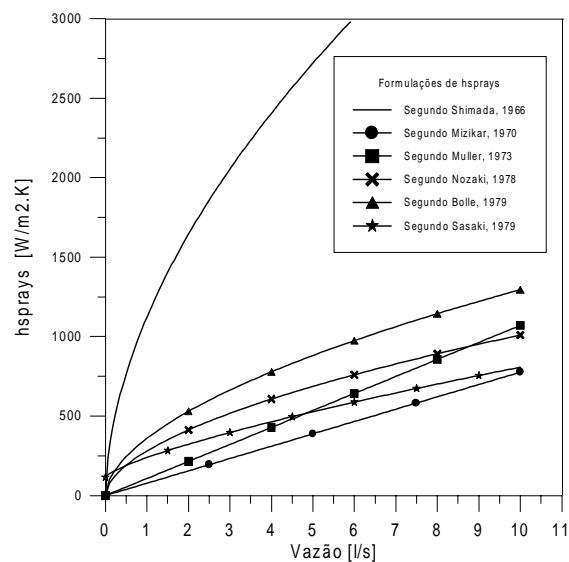


Figura 8 – Comportamento de h_{sprays} para as diferentes formulações [Tabela 2].

CONCLUSÕES

Diante dos resultados obtidos pelo modelo matemático proposto e suas comparações com resultados de modelo matemáticos encontrados na literatura e dados obtidos experimentalmente em equipamento de lingotamento contínuo, pode-se concluir que as melhores formulações para abordar o problema da transferência de calor nas regiões do molde e dos sprays são:

Tarugos: h_{molde} : Toledo, 1993 ; h_{sprays} : Bolle, 1979
 Placas: h_{molde} : Samarasekera, 1988 ; h_{sprays} : Mizikar, 1970

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem À FAPESP, ao CNPq e à UNICAMP.

BIBLIOGRAFIA

- Bolle, E. and Moureau, J.C., 1079, Experimental Study of Heat Transfer by Spray Cooling, Int. Conf. On Heat and Mass Transfer Metallurgical Processes, Dubrovnik, Yugoslavia.
- Brimacombe, J.K., Lait, J.E. and Weinberg, F., 1984, Application of Mathematical Models to Predict Pool Profiles in Continuously Cast Steel, Continuous Casting – Heat Flow, Solidification and Crack Formation – Vol I – Iron & Steel Society of AIME, pp. 174-186.
- Brimacombe, J.K. and Baptista, L.A., 1984A, Spray Cooling in the Continuous Casting of Steel, Continuous Casting – Heat Flow, Solidification and Crack Formation – Vol I – Iron & Steel Society of AIME, pp. 109-123.
- El-Bealy, M., 1997, Fluctuated Cooling Conditions and Solid Shell Resistance in Continuously Cast Steel Slabs, Canadian Metallurgical Quarterly, vol 36, n. 3, pp. 203-22.
- Filipic, B. and Sarler, B., 1997, Continuous Casting Simulator – a Tool for Improved Quality and Productivity; Proceedings of the 2nd International Metallurgical Conference Continuous Casting of Billets, Trinec, Czech Republic, pp. 161-168.
- Hills, A.W.D., 1969, Trans. Met. Soc. AIME, 239, pp. 1471-1479.
- Incropera, F.P. and Dewit, D.P., 1994, Fundamentals of Heat and Mass Transfer, John Wiley and Sons, 3th edition.
- Kominami, H. et al., 1991, Neural Network System for Breakout Prediction in Continuous Casting Process, Nippon Steel Technical Report, pp. 34-38.
- Kumar, S.; Meech, J.A.; Samarasekera, I.V. and Brimacombe, J.K., 1993, Knowledge Engineering an Expert Systems to Troubleshoot Quality Problems in the Continuous Casting of Steel Billets ; Iron & Steelmaker; pp. 29-36.
- Kumar, S.; Walker, B.N.; Samarasekera, I.V. and Brimacombe, J.K., 1993, Chaos at the Menisco – The Genesis of Defects in Continuously Cast Steel Billets; 13 Th PTD Conference Proceeding; pp. 119-141.
- Lally, B.; Biegler, L.T. and Henein, H., 1990, Finite Difference Heat Transfer Modeling for Continuous Casting; Metallurgical Transactions B, vol 21B, pp. 761-770.
- Lait, J.E., Brimacombe, J.K. and Weinberg, F., 1974, Mathematical Modeling of Heat Flow in the Continuous Casting of Steel, Ironmaking & Steelmaking, n.23, pp. 90-97.
- Louhenkilpi, S., 1994, Study of the Heat Transfer in a Continuous Billet Casting Machine, Scandinavian Journal OF Metallurgy, 23, pp. 9-17.
- Mizikar, E.A.; 1970, Spray Cooling Investigation for Continuous Casting of Billets and Blooms; Iron and Steel Institute, pp. 53-60.
- Nozaki, T, Matsumo, K., Ooi, H. and Kodama, M., 1978, A Secondary Cooling Pattern for Preventing Surface Cracks of Continuous Casting Slabs, ISIJ, vol 18, pp. 330-338.

- Samarasekera, I.V. and Brimacombe, J.K., 1988, Heat Extraction Capability of Continuous-Casting Billet Moulds”, W.O. Philbrook Memorial Symposium Conference Proceedings, pp. 157-171.
- Spim Jr., J. A.; Santos, C. A.; Ierardi, M. C. F. & Garcia, A., 1997, The Use of Artificial Intelligence Techniques in a Heat Transfer Model for the Control of Solidification During Continuous Casting, Proceedings of 4th Decennial International Conference on Solidification Processing, University of Sheffield, pp. 166-169.
- Thomas, B.G., Samarasekera, I.V. and Brimacombe, J.K., 1987, Mathematical Model of the Thermal Processing of Steel Ingots: Part I. Heat Flow Model, Metallurgical Transactions B, vol 18B, pp. 119-1987.
- Toledo, G.A, Laitnez, J. and Ciri3n, J.C., 1993, Model Optimization of Continuous Casting Secondary Cooling, Materials Science and Engineering, A173, pp. 287-291.
- Welty, J. R., 1976, Engineering Heat Transfer, New York: John Wiley and Sons,.