

A análise aqui executada permite, com base nos exemplos aqui apresentados, recomendar que o dimensionamento das lajes lisas de concreto, com índice de esbeltez usuais, obedeça aos seguintes critérios:

Para as solicitações dinâmicas associadas aos motores elétricos, é desaconselhável o dimensionamento das lajes de concreto, para valores do parâmetro de frequência situados nos intervalos  $1,30 > \beta > 0,50$ , devido a ações dinâmicas muito elevadas que ocorrem na região do 1<sup>o</sup> pico,  $\beta=1$ , dos espectros de resposta, Figuras 6 e 7, e que não estão de acordo com a realidade da prática de projeto.

Com relação às solicitações dinâmicas associadas ao impacto de objetos, os espectros de resposta, permitem observar que, a faixa de trabalho mais condizente com a realidade de projeto está situada nos intervalos  $\beta > 1,70$ , para a placa apoiada, e  $\beta > 1,50$ , para a placa engastada, evitando, dessa forma, as amplificações excessivas que ocorrem na região do 1<sup>o</sup> pico,  $\beta=1$ , dos espectros de resposta, Figuras 8 e 9.

## **6. AGRADECIMENTOS**

Os autores agradecem a FAPERJ - Fundação de Auxílio à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro e ao CNPq, Conselho nacional de Pesquisa, o auxílio financeiro para o desenvolvimento do presente texto.

## **7. REFERÊNCIAS**

- [1] ANSYS, 1998, Swanson Analysis Systems, Inc., P.O. Box 65, Johnson Road, Houston, PA, 15342-0065, Version 5.5, Basic Analysis Procedures, Second Edition.
- [2] STUP, “Recomendações para o Cálculo de Lajes de Concreto Protendido”, Sociedade Técnica para Utilização da Pré-Tensão, STUP, Rio de Janeiro, Brasil.
- [3] VSL, “Sistema VSL de Proteção de LAJES”, Sistemas VSL de Engenharia S.A., Rio de Janeiro, Brasil.
- [4] Losinger, S.A., 1981, “Le Béton Précontraint dans le Bâtiment: Dalles Précontraintes”, VSL Prospectus, Berne, France.
- [5] Associação Brasileira de Normas Técnicas, ABNT, 1982, “Cálculo e Execução de Obras de Concreto Protendido”, NBR 7197, Rio de Janeiro, Brasil.
- [6] Souza, A.L.A.C., 1989, “Comportamento Dinâmico de Lajes de Concreto Protendido para Edifícios Não Industriais”, Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, PUC-Rio, Departamento de Engenharia Civil, DEC/CIV/PUC-Rio, Rio de Janeiro, Brasil, 92p.

A primeira impressão ao se observarem esses espectros, mostrados nas Figuras 6, 7, 8 e 9, é a de que eles apresentam um trecho distinto, com efeitos dinâmicos bastante acentuados, correspondendo a valores do parâmetro de frequência,  $\beta$ , indicativo de igualdade entre a frequência de excitação,  $\omega$ , associada aos motores elétricos e a queda de objetos, e a frequência fundamental,  $\omega_0$ , das placas em estudo; a discussão segue:

Neste caso, a frequência de excitação,  $\omega$ , em todos os casos estudados, associados aos motores e ao impacto de objetos, aproxima-se da 1ª frequência natural das lajes de concreto protendido, apoiadas e engastadas,  $\beta=1$ . Tal situação encontra-se bem caracterizada nos espectros de resposta, Figuras 6, 7, 8 e 9.

Destaca-se, também, que o trecho do 1º pico,  $\beta=1$ , é absolutamente preponderante com relação aos demais trechos dos espectros de deslocamentos e esforços. Pode-se dizer, ainda, que existem outros picos, sem maior expressão, que ocorrem para frequências superiores das placas em questão, correspondentes aos modos de vibração mais elevados, abrangidos somente pelos gráficos referentes às Figuras 8 e 9, associados à queda de objetos.

Os espectros de resposta, associados à excitação dinâmica proveniente dos motores elétricos, Figuras 6 e 7, permitem concluir o seguinte:

É totalmente desaconselhável o dimensionamento das placas em estudo, apoiadas e engastadas, para valores do parâmetro de frequência situados nos intervalos  $1,30 > \beta > 0,50$ , devido a amplificações bastante elevadas que ocorrem na região referente ao 1º pico,  $\beta=1$ , dos espectros de resposta, Figuras 6 e 7, e que não condizem com a realidade da prática corrente de projeto.

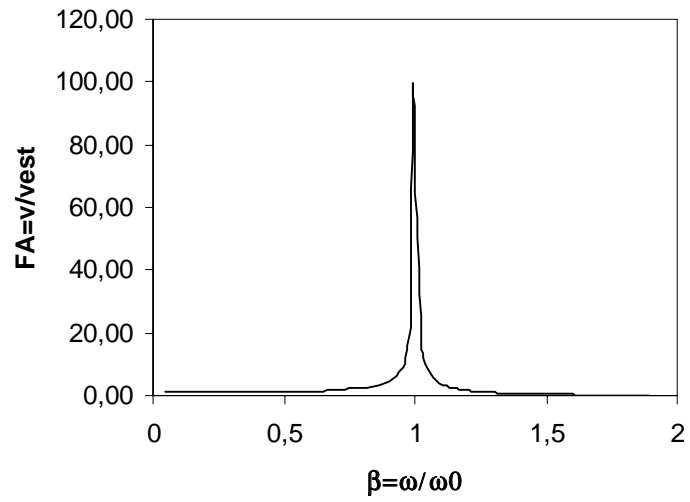
Com relação ao carregamento dinâmico associado ao impacto de objetos, os espectros de resposta, Figuras 8 e 9, permitem observar que:

Neste caso, a faixa de trabalho mais condizente com a realidade de projeto está situada nos intervalos  $\beta > 1,70$ , para a placa apoiada, e  $\beta > 1,50$ , para a placa engastada, evitando, dessa forma, as amplificações excessivas que ocorrem na região referente ao 1º pico,  $\beta=1$ , dos espectros de resposta, Figuras 8 e 9.

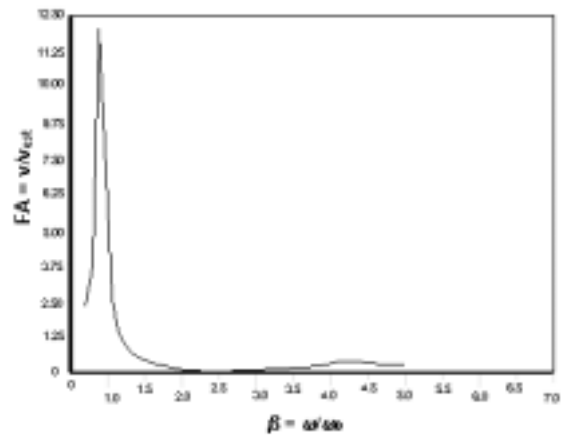
## **5. CONCLUSÕES**

Este trabalho apresenta uma metodologia de análise para avaliação do comportamento dinâmico linear em serviço de lajes lisas de concreto protendido, com índices de esbelteza usuais, submetidas a solicitações dinâmicas correntes, tais como aquelas provenientes de motores elétricos ou de impacto de objetos, a partir de uma análise numérica extensa, com base no método dos elementos finitos, utilizando-se para tal o programa ANSYS [1].

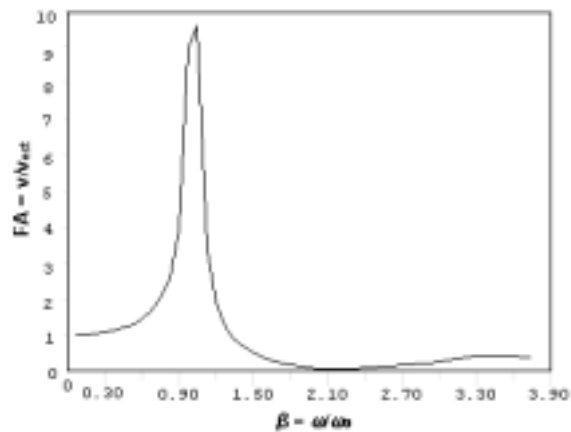
De forma geral, em todos os exemplos analisados, em quantidade muito além do que a apresentada neste trabalho, por limitação de espaço, foi constatada a ocorrência de ações dinâmicas de intensidade bastante elevada. Dessa forma, conclui-se da necessidade de maior rigor no dimensionamento de lajes lisas de concreto, considerando-se esses efeitos dinâmicos ao longo do projeto.



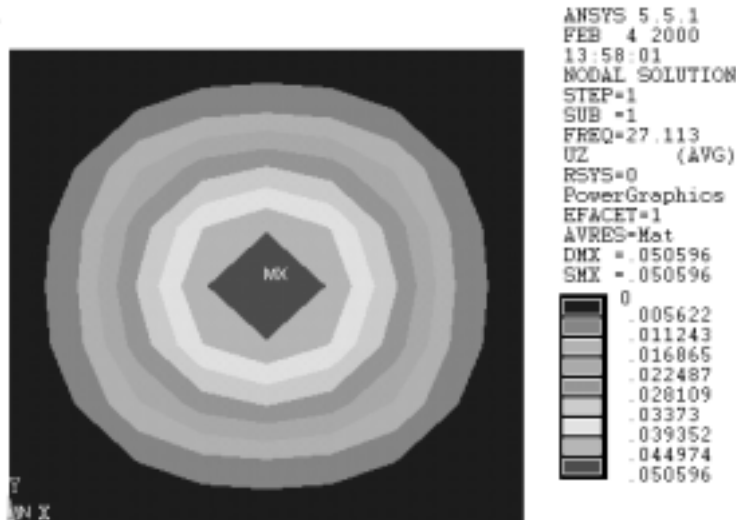
**Figura 7.** Espectro de resposta. Motores elétricos. Placa engastada.



**Figura 8.** Espectro de resposta. Queda de objetos. Placa apoiada.



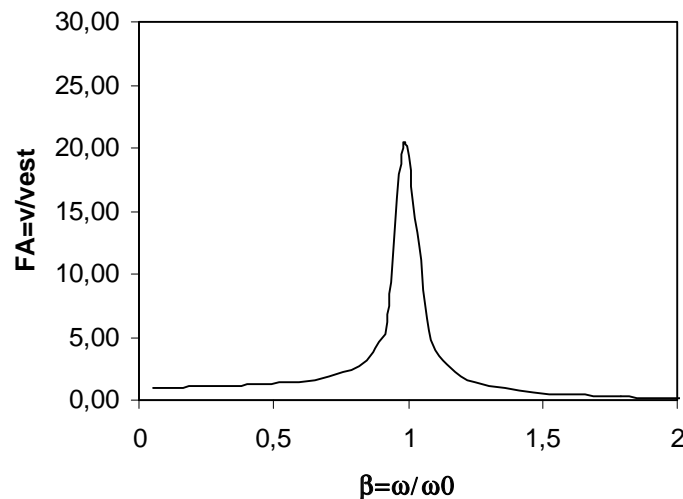
**Figura 9.** Espectro de resposta. Queda de objetos. Placa engastada.



**Figura 5.** Modo fundamental de vibração. Placa engastada.

Com o objetivo de avaliar quantitativa e qualitativamente os resultados obtidos, segundo a metodologia de análise proposta, são produzidos espectros de resposta. Assim sendo, varia-se o parâmetro de frequência,  $\beta$ , definido pela relação  $\omega/\omega_0$ , onde  $\omega$  representa a frequência da excitação, referente aos motores elétricos ou impacto de objetos, e  $\omega_0$  é a 1ª frequência natural da placa em estudo.

Os espectros de resposta são traçados para a resposta dinâmica das placas, associada aos deslocamentos translacionais verticais, sob a ação das cargas dinâmicas referentes aos motores e queda de objetos, em termos do fator de amplificação, FA, definido pela relação  $v/v_{est}$ , na qual  $v$  representa o deslocamento obtido na análise dinâmica e  $v_{est}$  é o deslocamento estático, ambos, nos espectros de resposta, associados ao nó central das lajes. As figuras 6, 7, 8 e 9, apresentam os espectros de resposta para as lajes de concreto protendido apoiada e engastada, respectivamente.



**Figura 6.** Espectro de resposta. Motores elétricos. Placa apoiada.

#### 4. EXEMPLOS

São consideradas neste trabalho, por questões de limitação de espaço, as solicitações dinâmicas referentes aos motores elétricos e ao impacto de objetos sobre a placa, descritos detalhadamente no item 3. Com a finalidade de simular a situação mais desfavorável, os carregamentos em questão são aplicados no ponto central da laje, nó central, representando assim solicitações simétricas.

Escolhe-se como modelo uma laje lisa de concreto protendido com dimensões máximas de 8,40m x 7,80m e espessura de 0,20m. A placa apresenta um módulo de elasticidade  $E=5 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$ , coeficiente de Poisson  $\nu=0,20$ , e densidade  $\rho=1,8 \text{ kN/m}^3$ . Os resultados são obtidos a partir de uma análise numérica extensa, com base no método dos elementos finitos, mediante a utilização do programa ANSYS [1].

A tabela 1 apresenta os valores correspondentes as frequências naturais da placa modelada como simplesmente apoiada e, em seguida, como engastada.

Tabela 1. Frequências naturais da placa.

Frequências Naturais	Placa Apoiada		Placa Engastada	
	(rd/s)	(Hz)	(rd/s)	(Hz)
$f_{01}$	92,51	14,72	170,36	27,11
$f_{02}$	221,34	35,23	330,37	52,58
$f_{03}$	242,17	38,54	361,17	57,48
$f_{04}$	367,93	58,56	508,17	80,88
$f_{05}$	435,87	69,37	581,49	92,55

As figuras 4 e 5 apresentam os modos fundamentais de vibração referentes às lajes em estudo, apoiada e engastada.

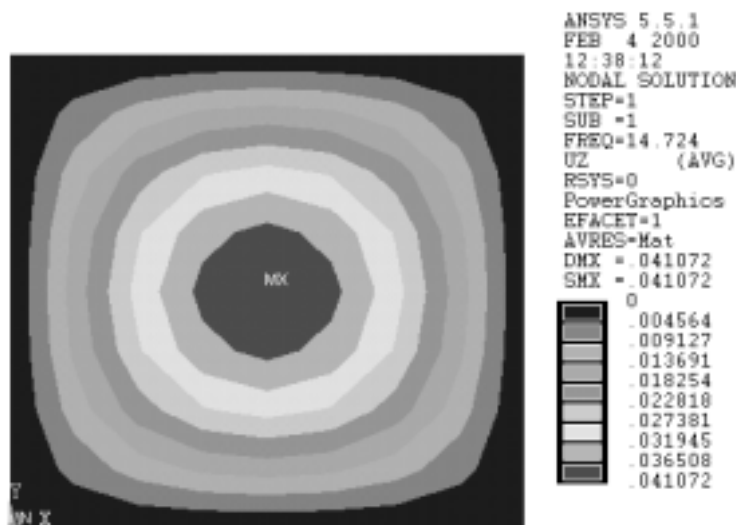
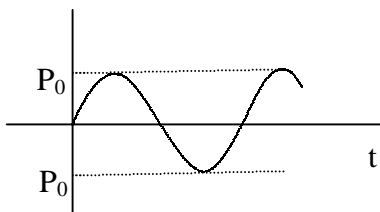


Figura 4. Modo fundamental de vibração. Placa simplesmente apoiada.

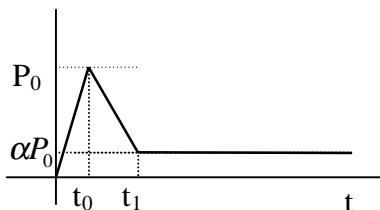
Na equação (1),  $P_0$  e  $\omega$  representam o peso e a freqüência do motor, respectivamente, e  $t$  representa o tempo. A Figura 1 apresenta a função senoidal empregada para simulação do carregamento dinâmico associado aos motores.



**Figura 1.** Carregamento de motores elétricos.

### 3.2 Queda de objetos

A queda de objetos é simulada através de um pulso triangular com um tempo de queda superior ao tempo de crescimento, seguido de uma função constante com amplitude equivalente ao peso do objeto. Admite-se um tempo de contato,  $t_1$ , da ordem de  $5 \times 10^{-2}$  s e uma amplitude máxima,  $P_0$ , de 200kN. A figura 2 mostra a função proposta para representação desta sollicitação dinâmica, referente à queda de objetos.



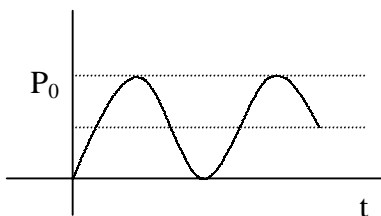
**Figura 2.** Carregamento referente à queda de objetos.

### 3.3 Salões de festa e ginástica

A excitação correspondente a salões de festa ou de ginástica é semelhante àquela correspondente aos motores. Considera-se uma carga,  $P_0$ , de  $2,1 \text{ kN/m}^2$  e freqüências correspondentes ao intervalo entre 1Hz e 4Hz. Adota-se para este tipo de carregamento um comportamento harmônico, essencialmente positivo e com valor inicial nulo. A equação que reproduz esta característica é mostrada na expressão (3).

$$P(t) = \frac{P_0}{2} [1 + \cos(\omega t + \pi)] \quad (3)$$

Na equação (3),  $P_0$  representa a carga, em  $\text{kN/m}^2$ ,  $\omega$  é a freqüência da excitação e  $t$  representa o tempo. A figura 3 apresenta a função associada a este tipo de carregamento.



**Figura 3.** Carregamento referente a salões de festa ou de ginástica.

utilização, principalmente quando as mesmas são submetidas a solicitações dinâmicas como as descritas anteriormente.

Neste trabalho, é desenvolvido um estudo acerca do comportamento dinâmico linear em serviço de lajes lisas de concreto protendido, com índices de esbeltez usuais, submetidas a solicitações dinâmicas correntes, a partir de uma análise numérica extensa, com base no método dos elementos finitos, utilizando-se para tal o programa ANSYS [1].

São determinados os espectros de resposta para lajes protendidas com diversas condições de continuidade submetidas a excitações dinâmicas. Finalmente, com base nas conclusões alcançadas, pretende-se alertar os projetistas para certas distorções que ocorrem em determinados casos, bem como desenvolver atitudes e recomendações de projeto.

## **2. ESBELTEZ DAS PLACAS**

Existe uma certa concordância entre alguns autores quanto à faixa econômica de utilização das lajes lisas de concreto protendido. Um fator preponderante nessa definição é o índice de esbeltez,  $\eta$ , definido pela relação  $h/L$ , na qual  $h$  é a espessura da placa e  $L$  o maior vão da mesma. A determinação da faixa de variação da esbeltez,  $\eta=h/L$ , dessas placas é diretamente influenciada pelo comportamento das mesmas frente a excitações dinâmicas correntes.

Segundo o manual “Recomendações para Cálculo de Lajes em Concreto Protendido”, publicado pela STUP [2], considera-se que placas com índices de esbeltez superiores a  $1/48$  para pavimentos correntes e  $1/52$  para coberturas atendem à necessidade de controle das vibrações e deformações excessivas nas mesmas. Esses valores encontram-se em consonância com manual semelhante publicado pela VSL [3], sendo ambos baseados nas recomendações de [4], que admite  $h/L=1/48$  quando realizada verificação quanto ao nível das vibrações em serviço na laje. Deve-se ressaltar que a norma brasileira, NBR 7197 [5] é absolutamente omissa a esse respeito. Diante do exposto, adota-se neste estudo uma variação do índice de esbeltez,  $\eta$ , no intervalo  $1/35 \leq \eta \leq 1/52$ .

## **3. SOLICITAÇÕES DINÂMICAS**

Com base no trabalho desenvolvido por [6], são propostos modelos para alguns tipos de carregamentos dinâmicos, de forma a reproduzir suas características preponderantes através de funções simples e conhecidas. Os modelos empregados neste estudo são descritos na seqüência.

### **3.1 Motores elétricos**

Adota-se uma função senoidal com frequências correspondentes a motores elétricos que trabalham entre 1500rpm (25Hz) e 3500rpm (58Hz), figura 1. Considera-se como modelo um motor com peso de 1kN. Desta forma, pretende-se cobrir a maior parte dos motores utilizados para serviços de acabamento e em pequenas oficinas. Buscando-se simular o caso mais desfavorável, o motor será posicionado no ponto central da laje, obtendo-se, assim, um carregamento simétrico. A equação que representa este carregamento dinâmico é definida pela expressão (1).

$$P(t) = P_0 \text{sen}(\omega t) \tag{1}$$

# COMPORTAMENTO DINÂMICO DE PLACAS

**José Guilherme Santos da Silva**

**Francisco José da Cunha Pires Soeiro**

Universidade do Estado do Rio de Janeiro, UERJ, Faculdade de Engenharia, FEN, Departamento de Engenharia Mecânica, MECAN, Rua São Francisco Xavier, N<sup>o</sup> 524, Sala 5016, Bloco A, 5<sup>o</sup> Andar, CEP 20550-013, E-Mail: jgss@uerj.br/soeiro@uerj.br

## Resumo

As placas em função de suas características geométricas exigem um cuidado maior do engenheiro projetista no que tange ao seu dimensionamento. A esbeltez dessas placas pode, em determinados casos, comprometer a segurança e prejudicar a sua utilização, principalmente quando as mesmas são submetidas a solicitações dinâmicas. Assim sendo, solicitações como as geradas por vibrações de motores e impacto de objetos ganham importância singular na análise do comportamento deste tipo de estrutura. Neste trabalho, procede-se à análise dinâmica de placas, com índices de esbeltez usuais, submetidas a solicitações dinâmicas correntes a partir de uma análise numérica extensa, com base no método dos elementos finitos, utilizando-se para tal o programa ANSYS. São determinados os espectros de resposta para placas, com diversas condições de continuidade, submetidas aos carregamentos dinâmicos descritos anteriormente. Pretende-se, ainda, com base nas conclusões alcançadas, alertar os projetistas para certas distorções que ocorrem em determinados casos, bem como desenvolver atitudes e recomendações de projeto.

**Palavras Chave:** Análise Dinâmica, Placas, Solicitações Dinâmicas, Espectros de Resposta.

## 1. INTRODUÇÃO

As placas de concreto protendido têm sido muito utilizadas pelos projetistas estruturais como uma solução economicamente bastante interessante à demanda por maiores vãos livres e menores tempos de execução. Tal aceitação está respaldada em um conjunto de vantagens técnicas e econômicas da solução em concreto protendido, dentre as quais pode-se citar a esbeltez elevada e a ausência de fissuras quando em regime de serviço.

Como decorrência das características citadas no parágrafo anterior, as lajes em concreto protendido apresentam baixos valores de frequências naturais e amortecimentos, sendo, portanto, sensíveis às excitações dinâmicas inerentes à sua utilização.

Assim sendo, solicitações como as geradas por academias de ginástica, salões de festa, pequenas oficinas, vibrações de motores, impacto de objetos e até mesmo o caminhar de pessoas, ganham importância singular na análise do comportamento deste tipo de estrutura.

As placas protendidas, em função de suas características geométricas, exigem um cuidado maior do engenheiro projetista no que tange ao seu dimensionamento. A esbeltez desse tipo de estrutura pode, em determinados casos, comprometer a segurança e prejudicar a sua