

## ANÁLISE DE FLAMBAGEM DE LÂMINAS EM PVC COM NERVURAS

**Marcelo Augusto Leal Alves**

**Paulo Carlos Kaminski**

Departamento de Engenharia Mecânica – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo  
Av. Prof. Mello Moraes, 2231 – Cidade Universitária 05508-900, São Paulo, SP, Brasil.

E-mail: malalves@usp.br, pckamins@usp.br

### Resumo

Tubos em PVC com paredes nervuradas são usados em obras enterradas para escoamento de fluídos no regime de conduto livre. O processo de obtenção de tais tubos consiste no enrolamento de um perfil nervurado. Estudos prévios mostraram que a resistência à flambagem é o parâmetro crítico de projeto. A flambagem ocorre quando do enrolamento da lâmina, na fabricação do tubo. Neste trabalho é apresentado um estudo teórico analítico do problema de flambagem no enrolamento dos tubos bem como simulações, por elementos finitos, da flambagem. Para tanto são usados conceitos desenvolvidos inicialmente para o cálculo da resistência à flambagem de perfis monossimétricos.

**Palavras chave:** Flambagem, Nervuras, Lâminas

### 1. Introdução

Tubos com a parede reforçada, como os vistos neste trabalho, são produzidos pelo enrolamento de um perfil estrudado, formando uma hélice. O fechamento do tubo é feito por uma junção do tipo macho-fêmea e com o uso de soldagem química por meio de adesivo. Este tipo de tubo destina-se a obras enterradas, tais como sistemas de drenagem de águas pluviais e devem aliar baixo peso com alta rigidez. Esta é conseguida por meio do nervuramento, como o apresentado na figura 1.

A elevada rigidez é necessária para que, uma vez sujeito ao carregamento externo, o tubo sofra a menor deformação possível. Tal fato é importante tanto para garantir a vedação quanto para minimizar os efeitos de fluência do material do tubo.

Um mesmo perfil pode ser enrolado em diferentes diâmetros e portanto ficará sujeito a tensões diferentes durante o processo de enrolamento. Considerando que o perfil fica sujeito à flexão pura, tem-se que o momento fletor,  $M$ , aplicado no enrolamento do tubo é dado por:

$$M = \frac{2EI}{d_i} \quad (1)$$

Na equação (1) foi inicialmente adotado módulo de elasticidade,  $E$ , constante. Sendo que,  $I$  é o momento de inércia do perfil e  $d_i$  é o diâmetro de enrolamento do tubo. A equação (1) indica que para menores diâmetros de enrolamento o perfil estará sujeito a maiores esforços.

O estudo da flambagem das nervuras pode ser feito considerando apenas uma delas e levando em conta que parte da lâmina também faz parte do perfil (Kaminski & Laterza, 1999). Feita esta consideração é possível aplicar parte da teoria desenvolvida para a flambagem lateral por torção de vigas sujeitas a flexão.

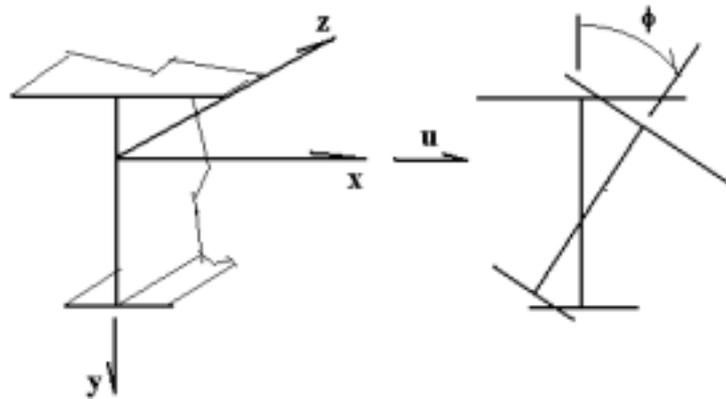


**Figura 1.** Perfil do tubo nervurado

## 2. Flambagem Lateral por Torção de Vigas Sujeitas a Flexão

A flambagem lateral de vigas sujeitas a flexão é objeto de alguns textos clássicos (Timoshenko & Gere, 1961), (Den Hartog, 1952), considerando apenas perfis bi-simétricos, p.ex. seção transversal retangular. O equacionamento apresentado nestes textos não é aplicável a casos gerais (Bleich, 1952). O mecanismo de flambagem envolve a torção, quando a rigidez torcional da viga é muito menor que a rigidez à flexão (Bleich, 1952), sendo esta uma característica de seções abertas de paredes finas, tais como o perfil usado nos tubos nervurados. Este fenômeno foi inicialmente equacionado por Wagner (1936) e, posteriormente, estudos complementares foram feitos por Goodier, (1942). Trabalhos posteriores (Trahair & Anderson, 1972), (Kitipornchai & Trahair, 1980) aplicaram os resultados mais antigos ao caso de vigas com monosimetria.

Na figura 2, são apresentados os deslocamentos do perfil sujeito a flambagem. Na mesma, também aparece o sistema de coordenadas adotado. Os deslocamentos referentes à flambagem são a translação  $u$  e a rotação  $\phi$ . As equações de equilíbrio, segundo Trahair e Anderson (1972), são apresentadas a seguir.  $E$  e  $G$  são os módulos de elasticidade e de torção, respectivamente.  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_z$ , são os momentos solicitantes fletores ( $M_x$  e  $M_y$ ) e de torção ( $M_z$ ), atuantes na seção transversal.  $I_y$  é o momento de inércia em torno do eixo  $y$ ,  $I_t$  o momento de inércia a torção e  $I_w$  é o momento de inércia ao empenamento da seção



**Figura 2.** Sistema de coordenadas e deslocamentos

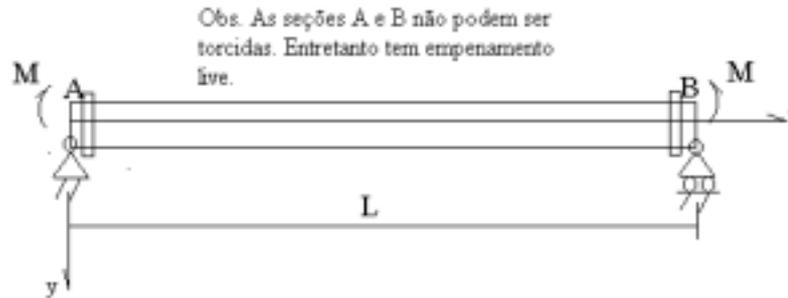
$$EI_y \cdot \frac{d^2u}{dz^2} = -M_x \phi + M_y \quad (2)$$

$$(GI_t + M_x \beta_x) \cdot \frac{d\phi}{dz} - EI_w \cdot \frac{d^3\phi}{dz^3} = M_x \cdot \frac{du}{dz} + M_z \quad (3)$$

Onde  $\beta_x$  é uma propriedade da seção transversal que leva em conta os efeitos devidos ao fato do centro de cisalhamento não ser coincidente com o baricentro da seção transversal. A expressão de  $\beta_x$  é dada por:

$$\beta_x = \frac{1}{I_x} \cdot \left( \int_A x^2 y dA + \int_A y^3 dA \right) - 2y_o \quad (4)$$

Na expressão (4)  $y_o$  é a coordenada do centro de cisalhamento, tomada em relação ao baricentro da seção. Notar que para seções com simetria em relação ao eixo x (ver figura 2),  $\beta_x$  é nulo.



**Figura 3.** Viga bi-apoiada sujeita a momentos na extremidade

Conforme a condição de carregamento e vinculação é possível encontrar soluções analíticas fechadas para as equações (2) e (3). Para a condições de viga bi-apoiada, de comprimento L, onde as extremidades estão impedidas de torcer mas não de empenar, sujeita a momentos concentrados nas extremidades, conforme a figura 3, as condições de contorno são:

$$p/z = 0, \quad u = \phi = \frac{d^2\phi}{dz^2} = 0 \quad (5)$$

$$p/z = L/2, \quad \frac{du}{dz} = \frac{d\phi}{dz} = 0$$

Sabe-se ainda que quanto aos momentos solicitantes tem-se:

$$\begin{aligned} M_x &= M \\ M_y &= M_z = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

Com as condições de contorno dadas por (5) e os esforços solicitantes por (6) a solução das equações (3) e (4), em termos de momento crítico de flambagem,  $M_c$ , é dada por:

$$M_c = \frac{\pi}{L} \cdot \sqrt{(EI_y GJ)} \cdot \left[ \frac{\pi\delta}{2} + \sqrt{\left(\frac{\pi\delta}{2}\right)^2 + \left(1 + \frac{\pi^2 EI_w}{GJL^2}\right)} \right] \quad (7)$$

Onde o parâmetro de monosimetria,  $\delta$ , é dado por:

$$\delta = \frac{\beta_x}{L} \sqrt{\frac{EI_y}{GJ}} \quad (8)$$

Outras condições de vinculação e carregamento levam a soluções analíticas fechadas ou soluções numéricas (Trahair & Anderson, 1972). A solução acima apresentada será empregada para validação dos modelos de elementos finitos usados na determinação de carregamentos críticos com outras condições de contorno mais adequadas ao problema estudado.

### 3. Modelos em Elementos Finitos

A aplicação de elementos finitos a problemas similares ao que é visto neste trabalho tem sido estudada segundo diversos aspectos, principalmente quanto a proposição de elementos específicos para as condições encontradas neste tipo de problema, isto é, não-linearidades devidas às grandes deformações e deslocamentos (Chin et al., 1994).

No entanto, neste trabalho foram empregados elementos padrão do tipo *shell*, disponíveis em qualquer programa comercial de elementos finitos. A razão para tal escolha deve-se a necessidade de manter a metodologia proposta o mais aplicável possível.

Deve ser lembrado que a carga de flambagem calculada pela solução analítica leva em conta uma série de hipóteses que na prática não são aplicáveis. Entre elas pode-se citar: homogeneidade da estrutura quanto as propriedades geométricas e de material, aplicação precisa do carregamento numa posição e direção. Em geral esta carga é maior do que a existente na realidade, mesmo quando são feitos experimentos controlados (Trahair & Anderson, 1972). Com modelos de elementos finitos, algo semelhante ocorre, justamente por se utilizar um modelo para a estrutura com uma série de condições idealizadas, como por exemplo os vínculos.

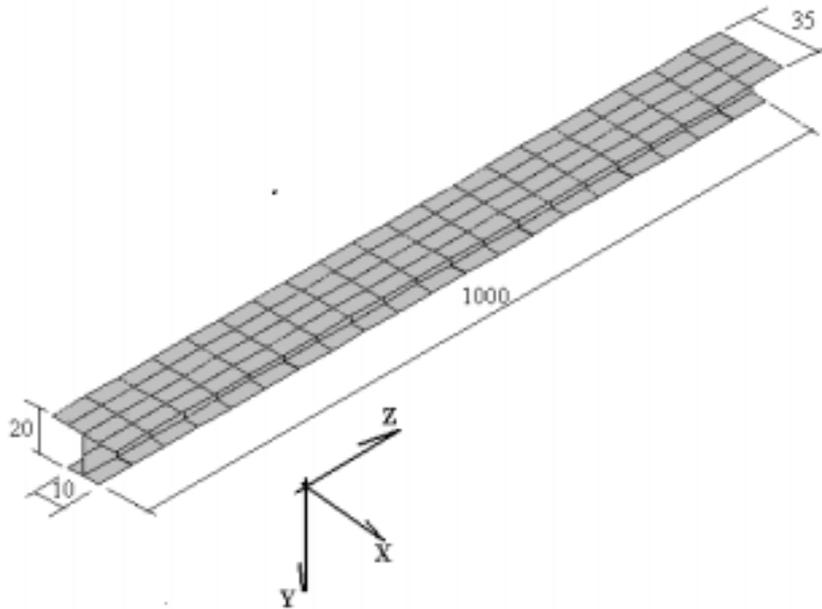
O primeiro modelo montado serviu para verificar a adequação da escolha do tipo de elemento, frente aos resultados analíticos disponíveis. A figura 4 apresenta o modelo montado, composto por 160 elementos do tipo *shell63*, disponível no programa *ANSYS* versão 5.3. As condições de contorno são as mesmas especificadas no item anterior. As dimensões da estrutura modelada estão apresentadas na figura 4. A espessura dos elementos foi definida como sendo igual a 0,8 mm.

O método de solução aplicado pelo programa consiste na obtenção de auto-valores e auto-vetores referentes à carga crítica de flambagem e a forma da estrutura após a flambagem. (SAS IP – Inc., 1996).

O carregamento é aplicado de tal forma que a flange de menor largura seja aquela sujeita a tensões normais de tração.

As propriedades do material (PVC) são:

$E = 2800 \text{ N/mm}^2$	(Módulo de elasticidade)
$\nu = 0,3$	(Coeficiente de Poisson)
$G = 1077 \text{ N/mm}^2$	(Módulo de cisalhamento)

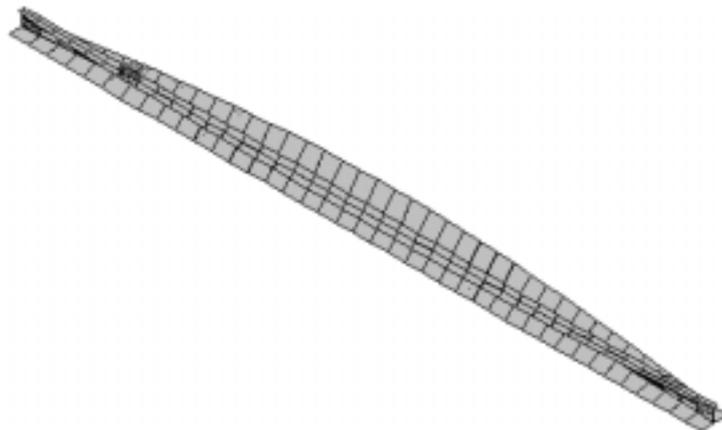


**Figura 4.** Dimensões básicas do modelo adotado. (em milímetros)

Na tabela 1 estão apresentados os resultados obtidos, em termos de momento crítico de flambagem. Na figura 5 está representada a estrutura deformada.

**Tabela 1.** Comparativo de resultados analítico e por elementos finitos

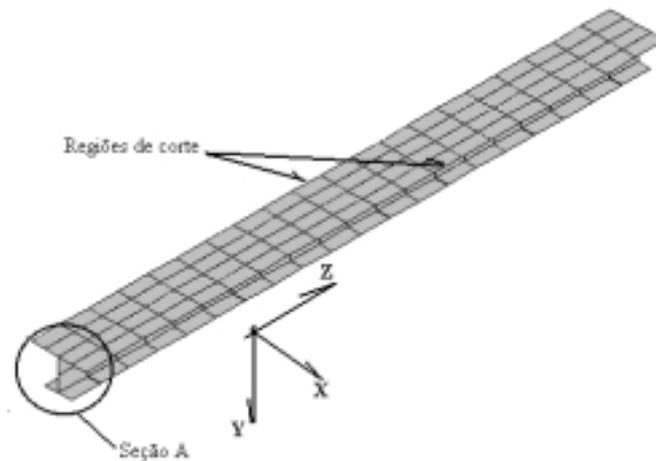
Mc (Nmm)	Elem. Finitos	Analítico
	1701	1790



**Figura 5.** Estrutura Deformada (modelo 1)

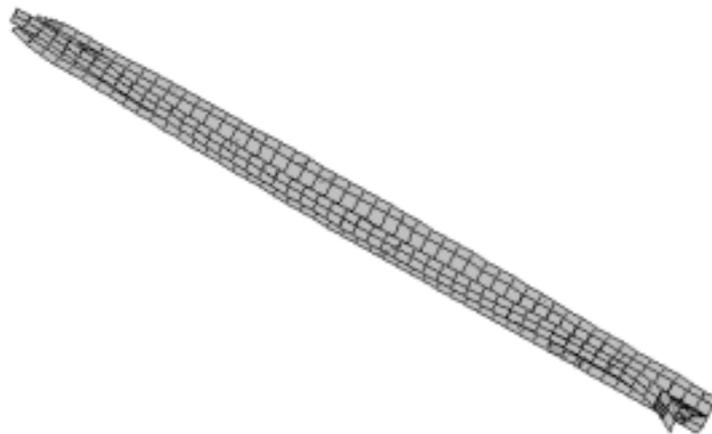
O segundo modelo tem por objetivo representar parte de um dos perfis de tubo. Neste caso, para que a rigidez da chapa seja atuante, foi considerado no modelo em que os nós referentes a superfície onde foi feito o corte da seção analisada (ver figura 6) têm os deslocamentos na direção X restritos, bem como as rotações em torno do eixo Z. Além disso, foi simulado numa extremidade o fato do perfil ser contínuo ao longo do comprimento. Logo, os nós da seção A (ver figura 6) também tem os deslocamentos na direção Z e as rotações em torno de X restritos. O carregamento aplicado consiste num momento concentrado na

extremidade livre. As dimensões e propriedades do material são as mesmas do modelo anterior, bem como o tipo de elemento. Entretanto, neste modelo foram empregados 500 elementos. Isto foi necessário para que fosse possível obter as deformações da flange de maior largura.



**Figura 6.** Vínculos do modelo 2

Para este modelo o momento crítico encontrado vale 2404 Nmm. Na figura 7 está representada a estrutura deformada



**Figura 7.** Estrutura deformada (modelo 2)

#### 4. Comentários e Conclusões

Os resultados do modelo 1 mostram que elementos do tipo plano para a modelagem de cascas (*shell*), disponíveis em qualquer programa de elementos finitos, podem ser utilizados na modelagem do problema estudado, desde que não se deseje uma precisão elevada nos valores obtidos para a carga crítica. Este resultado não é trivial uma vez que, para problemas similares pode vir a ser necessário o uso de elementos específicos, desenvolvidos para a modelagem de problemas com grades deslocamentos e deformações (Chin et al. 1994). Já foi observado neste trabalho que tal precisão nos resultados numéricos não tem grande utilidade na prática, uma vez que várias hipóteses simplificadoras são empregadas tanto para a

obtenção dos resultados analíticos quanto para a construção dos modelos em elementos finitos.

Uma maneira de verificar os resultados é quanto a forma da estrutura depois da flambagem. Esta é uma característica própria de cada estrutura para uma determinada carga crítica. Logo, a comparação entre as formas da estruturas flambadas é um meio de verificação dos resultados obtidos, tanto pelos modelos analíticos quanto para os de elementos finitos.

O método descrito no parágrafo anterior foi empregado no segundo modelo. As condições do problema (vínculos e carga) foram simuladas e os resultados obtidos são compatíveis com o observado no enrolamento deste tipo de tubo nervurado.

## 5. Referências

- Kaminski, P.C., Laterza, L.B.M, 1999, “Análise de Flambagem de Lâminas Nervuradas em PVC”, Anais do XV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Águas de Lindóia, SP.
- Timoshenko, S.P., Gere, J.M., 1961, “Theory of elastic stability”, 2<sup>nd</sup> Ed., McGraw-Hill book Co., New York, USA.
- Den Hartog, J.P., 1952, “Advanced Strength of Materials”, 1<sup>st</sup> Ed., McGraw-Hill book Co., New York, USA.
- Bleich, F., 1952, "The Buckling Strength of Metal Structures", McGraw-Hill Book Co., New York, USA
- Wagner, H., 1936, “Torsion and Buckling of Open Sections”, Translated Technical Memorandum No. 807, NACA – National Advisory Committee for Aeronautics
- Goodier, J.N., 1942, “Torsional and Flexural Buckling of Bars of Thin-Walled Open Section Under Compressive and Bending Loads”, Journal of Applied Mechanics, Vol. 64, ASME, pp. A103-A107.
- Trahair, N. S., Anderson, J. M., 1972, “Stability of Monosymmetric Beams and Cantilevers” Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 98, No. ST1, pp. 269-286.
- Kitipornchai, S., Trahair, N.S., 1980, “Buckling Properties of Monosymmetric I-Beams” Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 106, No. ST5, pp. 269-286.
- Chin, C.K., Al-Bermani, G.A., Kitipornchai, S., 1994, "Non-Linear Analysis of Thin-Walled Structures Using Plate Elements", Vol. 37, pp.1697-1711.
- SAS IP – Inc., 1996, “ANSYS Structural Analysis Guide – Buckling Analysis, 2<sup>nd</sup> Edition, USA. (manual do programa ANSYS – Ver. 5.3)