

# ASPECTOS DA IMPLEMENTAÇÃO DO DIAGRAMA DE VORONOI E SUA APLICAÇÃO NA GERAÇÃO DO CAMINHO DE CORTE PARA CAVIDADES 2 ½ D

**Leandro Costa de Oliveira**

Universidade Federal de Santa Maria, Centro de Tecnologia, Departamento de Fabricação e Projeto de Máquinas, 97105-900, Santa Maria, RS, Brasil. E-mail: leandro@inf.ufsm.br

**Marcos de Sales Guerra Tsuzuki**

Universidade de São Paulo, Escola Politécnica, Departamento de Engenharia Mecatrônica e Sistemas Mecânicos, 05508-900, São Paulo, SP, Brasil. E-mail: mtsuzuki@usp.br

## Resumo

Neste trabalho é apresentado o uso de uma ferramenta de Geometria Computacional chamada Diagrama de Voronoi, usada na determinação do caminho de corte para usinagem de cavidades 2 ½ D. Este método divide a cavidade em áreas através de bissetores traçados do seu contorno. Através da parametrização destes bissetores é gerada a trajetória da ferramenta. São apresentados e discutidos todos os passos desta implementação associando técnicas para otimização do tempo de usinagem.

**Palavras-chave:** Cavidades 2 ½ D, Usinagem CNC, Diagramas de Voronoi.

## 1. INTRODUÇÃO

A usinagem de cavidades 2 ½ D (também conhecidas pela palavra inglesa *pockets*), tornou-se uma operação extremamente importante devido a sua grande ocorrência na fabricação de peças mecânicas. Um número bastante representativo de situações, que vão desde usinagens planas até superfícies complexas de forma livre, utilizam em alguma etapa da fabricação, uma metodologia baseada em 2 ½ D. A geração do caminho de corte para usinagem de cavidades com esta geometria em máquinas com CNC, pode ser realizada fazendo uso de algumas estratégias de movimentação da ferramenta. Destas, as mais usuais e que oferecem maiores vantagens são: estratégia de trajetórias paralelas a uma direção (zigzague – Fig. 1) e estratégia de trajetórias equidistantes ao contorno (*offset* – Fig. 2).

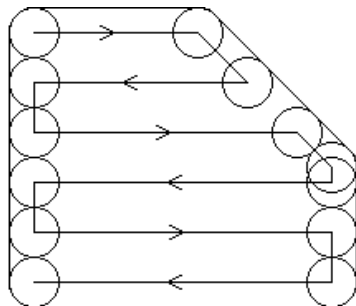


Figura 1. Trajetória em zigzague.

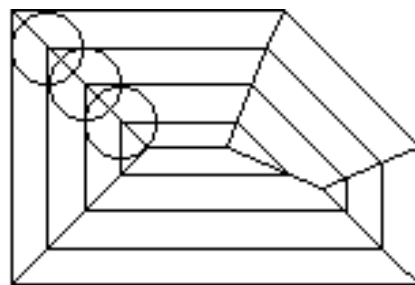


Figura 2. Trajetória em *offset*.

Neste trabalho, é considerada a segunda estratégia, de trajetórias equidistantes ao contorno (*offset*), que pode ser obtida através da geração de sub-contornos, com alguns estudos já apresentados (Cota, 1993; Ferreira, 1993), ou através do uso do Diagrama de Voronoi, que foi a opção considerada em nosso estudo. O Diagrama de Voronoi é uma ferramenta de geometria computacional que foi inicialmente apresentada matematicamente por Voronoi (1908) *apud* Held (1991). Entretanto, sua utilização na usinagem com CNC ficou mais popular através da proposta de Persson (1978) que implementou um sistema computacional para geração do caminho de corte de cavidades 2 ½ D arbitrárias. Neste estudo, o autor apresentou sua aplicação com o equacionamento para as várias situações possíveis. Com o mesmo objetivo, Srinivasan & Nackman (1987) apresentaram seu algoritmo com a inclusão de ilhas, cuja implementação foi demonstrada por Meshkat & Sakkas (1987). Posteriormente, Held (1991) apresentou um amplo estudo sobre a usinagem de cavidades 2 ½ D. Sua abordagem considerou tanto estratégias em *zigzag*, quanto em *offset*. Considerando esta última forma, demonstrou as possibilidades e vantagens da aplicação com o uso do Diagrama de Voronoi.

Diversas propostas foram apresentadas visando a ampliação das possibilidades geométricas e propondo outras implementações. Held *et al.* (1994) consideraram o uso de mapas de proximidade na implementação de um eficiente algoritmo para geração do caminho de corte de cavidades formadas por múltiplas áreas conectadas e com contorno curvilíneo. Buscando evitar a necessidade do uso de pacotes CAD e as dificuldades de troca de dados, Manuel *et al.* (1996) propuseram um sistema de geração do caminho de corte em espiral, determinando um espaçamento ótimo, avaliando o menor ângulo da cavidade. A determinação do caminho de corte é através de sub-contornos. Seguindo a proposta do Diagrama de Voronoi, Lambregts *et al.* (1996) implementaram um sistema para cavidades definidas por retas e arcos, podendo conter ilhas definidas da mesma forma. Os autores ressaltam que a dificuldade do uso de sub-contornos, é eliminar as auto-intersecções. Kim *et al.* (1995) propuseram uma nova parametrização dos bissetores usando curvas Bézier para unificar quatro casos diferentes: segmento linear, arco elíptico, arco hiperbólico, e arco parabólico. Entretanto, verificaram que esta representação é mais suscetível a erros que a proposta de Persson (1978). Considerando cavidades com contornos curvilíneos, Jeong & Kim (1998) propuseram um algoritmo que inicialmente segmenta o contorno de forma livre e posteriormente constrói o Diagrama de Voronoi para a geração do caminho de corte.

A seguir, são apresentadas as características da implementação e geração do Diagrama de Voronoi, sua aplicabilidade na usinagem de cavidades 2 ½ D e algumas possibilidades de melhoria das propostas já apresentadas.

## 2. DIAGRAMAS DE VORONOI

O Diagrama de Voronoi consiste num conjunto de pontos que possuem a seguinte propriedade: dividem a área interna da cavidade (*pocket*) em sub-áreas chamadas regiões de Voronoi. Estas regiões são formadas pelos pontos que guardam a menor distância de um elemento de contorno da cavidade e uma distância maior de cada um dos outros elementos. Os lugares dos pontos que definem estas regiões são os bissetores de pares de elementos de contorno. Estes bissetores também são chamados de limites de Voronoi e são constituídos de pontos que equidistam de uma distância mínima de dois lados e guardam uma distância maior do resto dos elementos de contorno. A Fig. 3 ilustra um Diagrama de Voronoi com as propriedades descritas acima e a Fig. 4 demonstra a aplicação na geração do caminho de corte de usinagem.

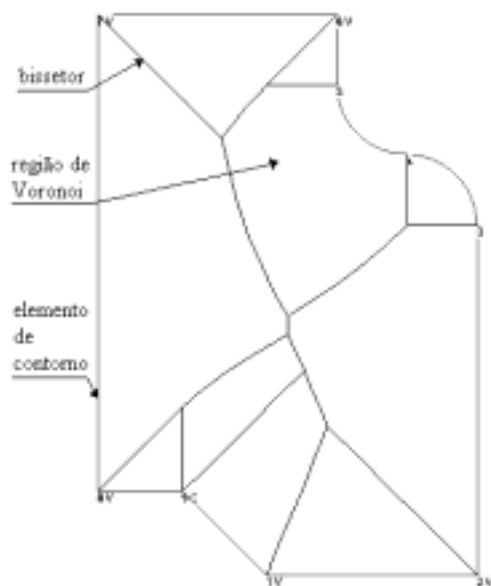


Figura 3. Diagrama de Voronoi.

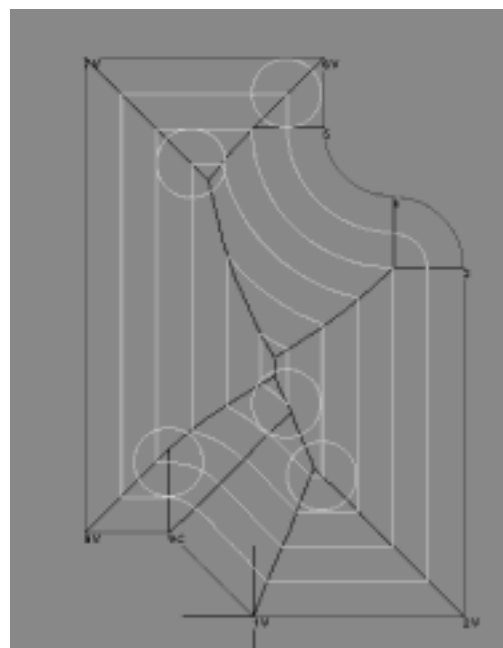


Figura 4. Caminho de Corte para Usinagem 2 1/2 D.

### 3. IMPLEMENTAÇÃO

#### 3.1 Representação do Diagrama de Voronoi

Para representar um Diagrama de Voronoi optou-se por uma estrutura de dados onde a principal componente é a aresta. Cada aresta possui associado a si as seguintes informações: quatro ponteiros para as arestas que incidem na presente aresta e dois ponteiros para os objetos que definem a presente aresta. Desta forma, cada bissetor está associado ao contorno da reentrância, conforme ilustra a Fig. 5 e a Tab. 1.

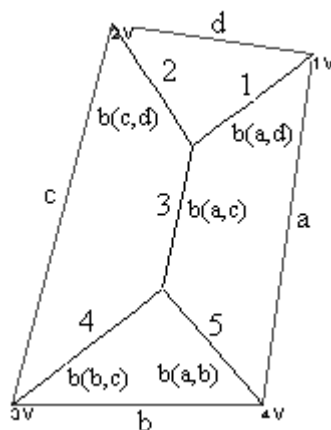


Figura 5. Representação dos bissetores.

**Tabela 1. Representação da estrutura de dados considerada**

<b>Aresta</b>	<b>Ant. 2</b>	<b>Ant. 1</b>	<b>Prox. 2</b>	<b>Prox. 1</b>	<b>Face esq.</b>	<b>Face dir.</b>
<b>1</b>	/	/	3	2	A	d
<b>2</b>	/	/	1	3	D	c
<b>3</b>	2	1	5	4	A	c
<b>4</b>	/	/	3	5	C	b
<b>5</b>	/	/	4	3	B	a

### **3.2 Parametrização de bissetores**

Uma vez que a distância de *offset* é muito utilizada durante todo o processamento, tanto no que diz respeito à construção do Diagrama de Voronoi como na determinação do caminho de corte, optou-se por expressar os bissetores como funções de seus *offsets* em relação aos elementos de contorno.

### **3.3 Determinação de intersecções entre bissetores**

Devido à limitação da dimensão deste artigo não serão incluídas as equações para parametrização e intersecção de bissetores. Tais equações podem ser encontradas em Persson (1978) e Tsuzuki & Moscato (1995).

### **3.4 Geração do Diagrama de Voronoi**

O algoritmo implementado, baseado na proposta inicial de Persson (1978) é o seguinte:

1. Todos os ângulos internos maiores que  $180^\circ$  são transformados em arcos de circunferência de raio nulo.
2. Os bissetores de todos os pares de arestas adjacentes são determinados.
3. Determina-se a intersecção entre todos os bissetores que possuem uma aresta em comum, e seleciona-se a aresta cujo ponto de intersecção possui o menor valor de “*offset*”. Cada bissetor possui duas intersecções, uma com cada bissetor adjacente, assim deve-se verificar qual o ponto de intersecção está mais próximo do ponto inicial do bissetor. Após esta verificação, o ponto mais próximo é selecionado.
4. Este lado é removido da lista auxiliar de arestas. Desta maneira, as arestas adjacentes a esta aresta removida, passam a se comportar como se fossem adjacentes.
5. Determina-se o bissetor associado ao novo par de arestas adjacentes que surgiu com a remoção da aresta do passo 3, e realiza-se novamente o passo 3, até que exista apenas uma única aresta na lista auxiliar de arestas.

O conceito básico neste algoritmo é definir o Diagrama de Voronoi através da busca de pontos de intersecção entre bissetores com menor valor de *offset* para pontos de intersecção entre bissetores com maior valor de *offset*.

### **3.5 Geração do caminho de corte**

O caminho de corte é determinado segundo o algoritmo abaixo:

1. o usuário especifica um raio de ferramenta qualquer, sendo este valor adotado como *offset* inicial. Determina-se o ponto mais interno com seu respectivo *offset*. Desta maneira é possível calcular o número de passadas da ferramenta.
2. Através do raio da ferramenta e do número da passada atual, determina-se quais bissetores possuem *offset* inicial menor que o nível do *offset* atual e quais bissetores possuem *offset* final maior que o nível de *offset* atual.

3. Monta-se uma lista contendo a aresta, os pontos final e inicial, e o *offset* correspondente. Esta lista é ordenada segundo a ordem crescente de identificação da aresta. Desta forma, o caminho de corte é traçado sempre no sentido anti-horário.

#### 4. APLICAÇÃO NA USINAGEM 2 1/2 D

Com a obtenção do Diagrama de Voronoi, com bissetores parametrizados, a geração da trajetória da ferramenta torna-se bastante interessante, visto que possibilita muitas combinações de uso de ferramentas, de avanços e espaçamentos diferentes. Deste modo, de acordo com fatores tecnológicos referentes aos materiais de ferramenta e peça, algumas soluções são escolhidas. As Figs. 6 e 7 demonstram duas situações para uma mesma cavidade, sendo a primeira com o uso de uma única ferramenta de 3 mm e no segundo com duas ferramentas em situação bem definida, sendo a de 20 mm para o desbaste e a de 12 mm para o contorno (acabamento).

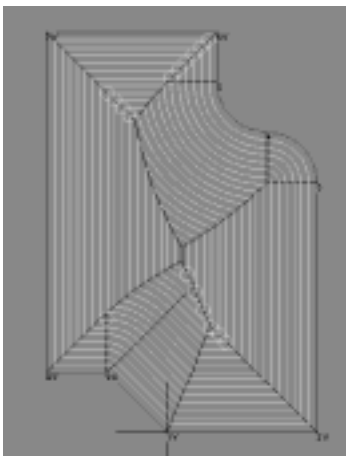


Figura 6. Caminho de corte com 1 ferramenta.

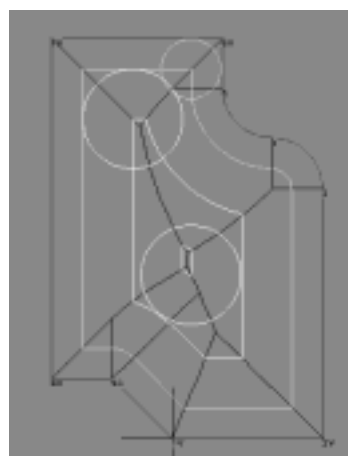


Figura 7. Caminho de corte com 2 ferramentas.

#### 5. PROPOSTAS DE OTIMIZAÇÃO

Considerando que a determinação do Diagrama de Voronoi possibilita uma forma sistematizada de geração do caminho de corte, busca-se então, meios para reduzir o tempo de usinagem. Esta otimização do processo ou, simplesmente, redução do tempo de usinagem pode ser obtida com a redução do comprimento do caminho de corte e com a redução de movimentos de posicionamento desnecessários. Desta forma, o uso de múltiplas ferramentas oferece uma possibilidade clara de redução deste comprimento. Isto se deve à combinação de ferramentas de vários diâmetros proporcionando um maior espaçamento entre as trajetórias equidistantes ao contorno. Observa-se, portanto, que o uso de ferramentas de maior dimensão é recomendado, desde que possível.

Uma forma de selecionar as ferramentas de modo a obter a redução do tempo de usinagem é apresentada em Oliveira & Tsuzuki (1999). O método apresenta bons resultados e funciona a partir da informação das ferramentas disponíveis, sendo a seleção realizada através de programação dinâmica em função de um procedimento de usinagem sistematizado.

Outra possibilidade, ainda em testes, é a utilização de um maior espaçamento entre trajetórias, com valores até próximos do diâmetro da ferramenta, de acordo com a possibilidade (considerando fatores tecnológicos). Em função deste maior espaçamento,

deverão existir, nas trocas de direção na região dos bissetores, porções de material não usinado (Fig. 8c).

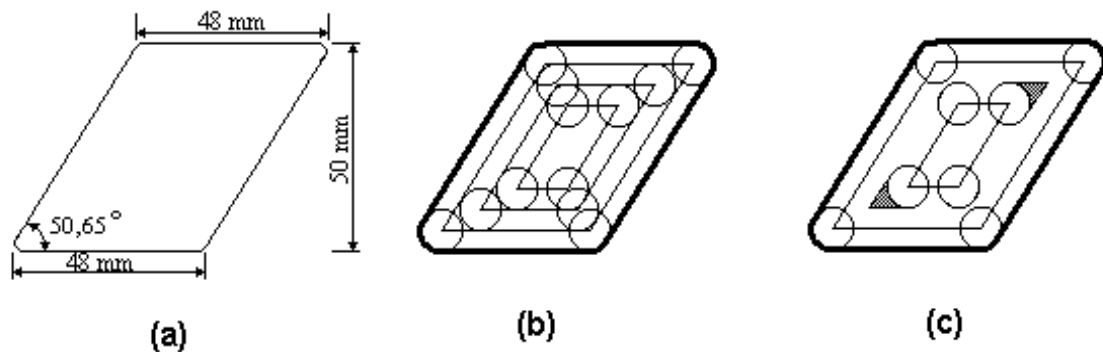


Figura 8. Aumento do espaçamento entre trajetórias.

Uma proposta para remover este material, é através de trajetórias sobre os bissetores após a usinagem em *offset*. Certamente estes movimentos compensam a redução do caminho de corte obtida com o incremento do espaçamento entre trajetórias. Neste caso (Fig. 8a), para a situação de uma única ferramenta de 10 mm, tem-se para um espaçamento igual ao raio da ferramenta (Fig 8b), um comprimento final do caminho de corte de 359,23 mm. Considerando um espaçamento igual ao diâmetro desta (Fig 8c), este comprimento do caminho de corte é reduzido para 239,47 mm, havendo ainda 64,45 mm para usinagem sobre os bissetores. Isso totaliza 303,92 mm, que representa, para este caso, uma redução do caminho de corte em 15,39 %. Considerando a simplicidade da geometria apresentada e a relação entre dimensão da ferramenta e área da cavidade, pode-se perceber que esta redução poderá ser ainda maior.

## 6. RESULTADOS

Os resultados da implementação proposta já podem ser verificados nas figuras anteriores, entretanto, nesta seção, nas Fig. 9 a 12, são apresentados alguns exemplos mais esclarecedores. As cavidades ilustradas nos exemplos a seguir, tratam-se de polígonos não convexos cujo caminho de corte foi gerado com espaçamento entre trajetórias igual ao raio da ferramenta.

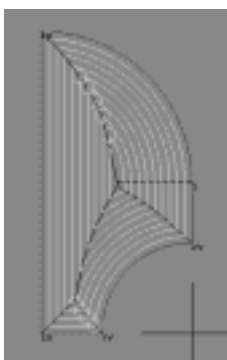


Figura 9. Exemplo 1.

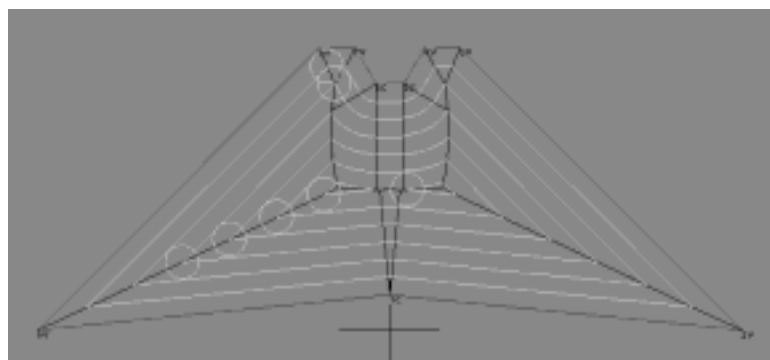


Figura 10. Exemplo 2.

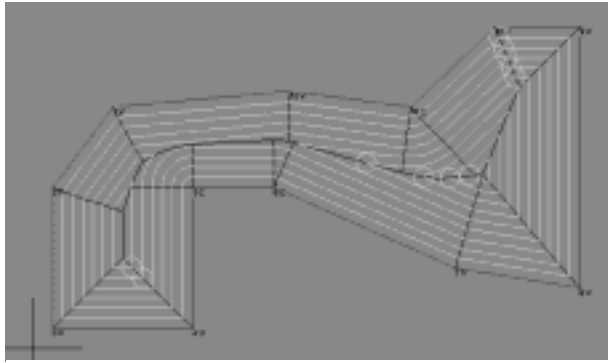


Figura 11. Exemplo 3.

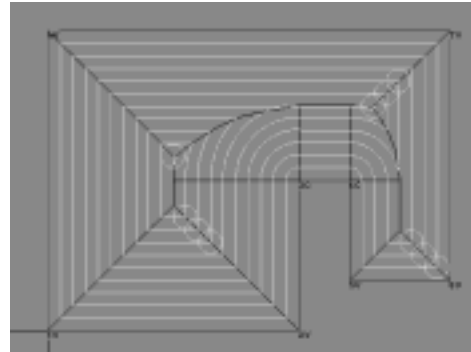


Figura 12. Exemplo 4.

## 7. CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

A implementação de um Diagrama de Voronoi foi apresentada visando sua utilização na geração do caminho de corte para usinagem 2 ½ D. Os detalhes matemáticos foram omitidos em razão da limitação de espaço, havendo, entretanto, a orientação sobre a localização desta informação em outros artigos.

Devido à grande quantidade de cálculos realizados, seja na determinação dos bissetores e parametrização, suas intersecções, ou mesmo na geração do caminho de corte, há a possibilidade de ocorrência de erros numéricos ou até degeneração. Segundo Sugihara (1992) *apud* Kim *et al.* (1995), os erros numéricos ocorrem frequentemente devido à inconsistência na topologia dos objetos geométricos causando uma execução anormal do algoritmo. Para este mesmo autor, a degeneração é um problema que complica situações que poderiam ser resolvidas por algoritmos mais simples, tornando suas soluções mais complexas. No momento, nossos esforços estão voltados para a identificação e solução destes problemas e na implementação das rotinas de otimização, ainda em desenvolvimento.

Como continuidade, tem-se o aumento do domínio geométrico considerado com a inclusão de ilhas nas cavidades.

### Agradecimentos

Este trabalho foi suportado pela FAPESP – proc. 98/11310-9. O primeiro autor foi parcialmente suportado pelo PICDT/UFSM/CAPES e o segundo autor foi parcialmente suportado pelo CNPq – proc. 300224/96-6.

## 8. REFERÊNCIAS

- Cota, F. E., Queiroz, A. A., Gonçalves Filho, E. V., 1993, “Usinagens de cavidades em formas arbitrárias em máquinas-ferramentas de comando numérico”, Anais do XII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica – COBEM 93, Brasília, vol. III, pp. 1599-1602.
- Ferreira, J. C. E., 1993, An algorithm for generating the tool paths for machining complex 2 ½ D components, Anais do XII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica – COBEM 93, Brasília, vol. III, pp. 1587-1590.
- Held, M., 1991, “On the Computational Geometry of Pocket Machining”, Springer-Verlag, 178p.

- Held, M., Luckács, G., Andor, L., 1994, “Pockets machining based on contour-parallel tool paths generated by means of proximity maps”, *Computer-Aided Design*, v. 26, n. 3, pp. 189-203.
- Jeong, J., Kim, K., 1998, “Tool Path Generation for Machining Free-Form Pockets Using Voronoi Diagrams”, *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, v. 14, pp. 876-881.
- Kim, D. S., Hwang, I. K, Park B. J., 1995, “Representating the Voronoi diagram of a simple polygon using rational quadratic Bézier curves”, *Computer-Aided Design*, v. 27, n. 8, pp. 605-614.
- Lambregts, C. A. H., Delbressine, F. L. M., de Vries, W. A. H., van der Wolf, A. C. H., 1996, “An efficient automatic tool path generator for 2 ½ D free-form pockets”, *Computers in Industry*, v. 29, pp. 151-157.
- Manuel, D., Liang, M., Kolahan, F., 1996, “A Dynamic Approach to Tool Path Generation for Machining Convex Pockets”, *Computers Ind. Eng.*, v. 31, n. 1/2, pp. 135-138.
- Meshkat, S. N., Sakkas, C. M., 1987, “Voronoi diagram for multiply-connected polygonal domains II: Implementation and application”, *IBM J. Res. Develop.*, v. 31, n. 3., pp. 373-381.
- Oliveira, L. C. de, Tsuzuki, M. de S. G., 1999, “Um método de seleção de dimensões de ferramentas de corte para usinagem de cavidades em máquinas com CNC”, *Anais do XV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica - COBEM'99, Águas de Lindóia - SP.*
- Persson, H., 1978, “NC machining of arbitrarily shaped pockets”, *Computer-Aided Design*, v. 10, n. 3, pp. 169-174.
- Srinivasan, V., Nackman, L. R., 1987, “Voronoi diagram for multiply-connected polygonal domains I: Algorithm”, *IBM J. Res. Develop.*, v. 31, n. 3, pp. 361- 372.
- Tsuzuki, M. S. G., Moscato, L. A., 1995, “Diagramas de Voronoi e sua Utilidade na Determinação do Caminho de Corte de Reentrâncias Complexas”, *Boletim da EPUSP.*