# SENSIBILIDADE DAS FREQÜÊNCIAS NATURAIS DE UM ROTOR FRANCIS IMERSO EM ÁGUA E NO AR À MUDANÇAS NO CUBO E CINTURA

### Manoel J. S. Sena

Mauro J.G. Veloso

Universidade Federal do Pará - Grupo de Turbomáquinas - Departamento de Engenharia Mecânica- Campus Universitário do Guamá - CEP 66000 - Belém,PA,Brasil

#### **Georges Reynaud**

Laboratoire des Ecoulements Geophysiques et Industriels - Equipe Turbomachines - ENSHMG, 1025 Rue de La Piscine, BP 95 - 38402 - St. Martin d'Hères, France

#### Resumo

A linguagem de programação paramétrica do programa ANSYS foi aplicada no desenvolvimento de rotinas para a otimização do comportamento dinâmico de rotores de turbina Francis. A interação fluido-estrutura, os efeitos centrífugos e a simetria cíclica da estrutura foram considerados. As rotinas foram individualmente testadas e então aplicadas a um rotor Francis. A sensibilidade das freqüências naturais à mudanças na espessura do cubo e da cintura, no ar e na água, foi avaliada. Foi verificada uma diferença nas sensibilidades para alguns modos, o que constitui um resultado muito interessante e mostra a necessidade de sempre se considerar a interação fluido-estrutura durante os cálculos de otimização.

Palavras-chave : Turbina Francis, simetria cíclica, interação fluido-estrutura, sensibilidade

## 1. INTRODUÇÃO

O progresso verificado em métodos de análise experimental e numérica são responsáveis pela evolução projeto hidráulico e mecânico de turbinas e bombas. Abordagens acopladas hidráulico-mecânicas são cada vez mais adotadas durante o projeto e a análise.

Este artigo apresenta os resultados obtidos através de um modelo numérico para o cálculo das freqüências naturais e modos de vibração de rotores de turbinas e bombas hidráulicas.

A linguagem de programação paramétrica do programa ANSYS foi usada para o desenvolvimento das rotinas. A aplicação no final do texto será em um rotor de turbina Francis.

Os procedimentos envolvendo a consideração da simetria cíclica, os efeitos inerciais de acoplamento fluido-estrutura e os efeitos centrífugos foram implementados e testados individualmente (Sena, 1999a), pois o problema final foi considerado linear.

Estas rotinas podem ser aplicadas com um algoritmo de otimização no projeto de rotores (Sena, 1999b). Para o estudo de aspectos da natureza física, a sensibilidade dos valores de frequência natural à mudanças em parâmetros geométricos como a espessura do cubo e da cintura foi investigada.

#### 2. PROJETO DE TURBINAS FRANCIS

As turbinas Francis apresentam grande adaptação à variações de vazão, podem trabalhar no modo bomba e apresentam projeto mais simples quando comparadas às turbinas Kaplan, por exemplo (Huvet, 1995). Estes aspectos fazem com que elas sejam muito populares em todo o mundo.

Cálculo numérico e técnicas de CAD são utilizados há muito tempo no projeto de turbinas hidráulicas e bombas (Matsuda and Nagafuji, 1979). Durante o projeto, deve-se abordar tanto os aspectos associados ao escoamento do fluido quanto ao comportamento da parte sólida. Entretanto, a eficiência do ponto de vista hidráulico é o fator que vai comandar todas as etapas do processo, fazendo com que tensões mecânicas e freqüências naturais sejam sujeitas às limitações impostas por um escoamento o mais suave possível.

No que se refere ao cálculo do escoamento dos fluidos, é possível aplicar tanto o método de elementos finitos quanto o método de volumes finitos para a simulação do escoamento tridimensional em torno das pás. Estes resultados podem ser diretamente usados como carregamento para o caso de cálculos estruturais (Wüst et al, 1994). Pode-se então, por exemplo, fazer a otimização da espessura das pás usando como critério as tensões mecânicas causadas pela distribuição de pressão sobre as mesmas (Sena, 1996). Porém, para a determinação das freqüências naturais e dos modos de vibração do rotor, os cálculos para o fluido e para a estrutura devem ser realizados simultaneamente, pois o movimento da estrutura é que vai gerar o campo de pressões dentro do domínio fluido que alterará estes parâmetros. Para levar em consideração este aspecto, diversas abordagens são possíveis, uma das quais será descrita no item seguinte e adotada neste trabalho.

# **3. EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO**

#### 3.1. Interação fluido-estrutura

O campo de pressão no fluido gerado pela vibração da estrutura é governado pela equação da onda acústica e o comportamento da estrutura é descrito através do princípio dos trabalhos virtuais. O comportamento acoplado fluido-estrutura pode então ser descrito pelo sistema abaixo :

$$\begin{bmatrix} [M] & [0] \\ [M_I] & [M_f] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{ \ddot{U}_n \} \\ \{ \ddot{P}_n \} \end{bmatrix}^+ \begin{bmatrix} [C] & [0] \\ [0] & [C_f] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{ \dot{U}_n \} \\ \{ \dot{P}_n \} \end{bmatrix}^+ \begin{bmatrix} [K] & -\begin{bmatrix} R_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{ U_n \} \\ \{ P_n \} \end{bmatrix}^- = \begin{bmatrix} \{ F_e \} \\ \{ 0 \} \end{bmatrix}$$
(1)

onde,

[M] – matriz de massa global;  $[M_I]$  – matriz de rigidez global;  $[M_f]$  – matriz e massa do fluido global;  $[C_f]$  – matriz de amortecimento global do fluido;  $[K_f]$  – matriz de rigidez global do fluido;  $[R_I]$  – matriz de interface global; [K] – matriz de rigidez global;  $\{F_e\}$ - vetor forças externas global;  $\{U_n\}$  – vetor deslocamentos global;  $\{P_n\}$  – vetor pressão global

Se, além disso, assume-se  $\{Fe\} = \{0\}$  na Eq. (1), e que o amortecimento não tem influência significativa sobre o valor das freqüências naturais e modos de vibração, o que é verdade ao menos para as freqüências mais baixas (Everstine, 1991), o problema de autovalores e autovetores que leva aos parâmetros modais é estabelecido.

Como este sistema não é simétrico, métodos específicos devem ser usados para resolvê-lo. O programa ANSYS disponibiliza uma modificação do método de Lanczos para trabalhar com matrizes não-simétricas (Rajakumar and Rogers, 1992). Na realidade, as transformações de Lanczos são aplicadas ao autoproblema generalizado e as matrizes

resultantes têm seus autovalores e autovetores calculados pelo método QR (Bathe, 1996), com a ajuda de aritmética complexa.

A caracterização do comportamento dinâmico do sistema acoplado fluido-estrutura é muito complexa no caso de escoamento turbulento. O acoplamento indireto entre a estrutura e o fluido é usado com sucesso no caso de problemas de aero-elasticidade (Jacquet-Richardet e Rieutord, 1996 e Jacquet-Richardet, 1998). Na realidade, soluções iterativas para o fluido e para a estrutura são realizadas, ajudadas por malhas de interface que transformam o deslocamento da estrutura, no sistema de coordenadas em rotação, de tal forma a serem utilizados para especificar o problema fluido modelado no sistema de referência inercial.

#### 3.2. Efeitos de rotação

Há muito tempo foi demonstrado (como, por exemplo, por Sreenivasamurthy e Ramamurti, 1981) que o cálculo das freqüências naturais de estruturas finas só pode ser realizado se forem levadas em consideração as modificações na matriz de rigidez pelos termos relacionados às energias cinética e elástica associadas à rotação.

Simo e Vu-Quoc (1987) propuseram medidas não lineares de deformação para escrever as equações de equilíbrio dinâmico para elementos de casca e viga em problemas tridimensionais.

Equações para elementos de casca são usadas por Omprakash and Ramamurti (1989) para cálculo de tensões mecânicas em discos aletados rotativos.

As abordagens podem ser generalizadas para o caso de elementos iso-paramétricos em três dimensões. A equação abaixo mostra brevemente os procedimentos desenvolvidos por Hsieh e Abel (1995), Cook (1989) e Bathe (1996).

$$[m]\{\ddot{u}_{n}\}+[c_{c}]\{\dot{u}_{n}\}+([k_{e}]-[k_{r}]+[k_{g}])\{u_{n}\}=\{f_{ext}\}$$
(2)

onde,

$$\begin{bmatrix} k_{r} \end{bmatrix} = \int_{V^{e}} \rho[N]^{T} [\Omega^{2}] [N] dV$$
$$\begin{bmatrix} k_{g} \end{bmatrix} = \int_{V^{e}} [G]^{T} [S] [G] dV$$
$$\begin{bmatrix} \Omega^{2} \end{bmatrix} = [\Omega]^{T} [\Omega]$$

 $\label{eq:matrix} \begin{array}{l} [m] - matriz \ de \ massa \ elementar; \ [c_c] - matriz \ de \ amortecimento \ elementar; \ [k_e] - matriz \ de \ rigidez \ elementar; \ [k_r] - matriz \ centrífuga \ elementar; \ [k_g] - matriz \ de \ pré-tensão \ elementar; \ [G] - matriz \ de \ derivação \ modificada; \ [S] - matriz \ de \ estado \ de \ tensão \ inicial; \ \{f_r\} - vetor \ de \ forças \ rotativas \ elementar; \ [f_e] - matriz \ de \ interpolação; \ \rho \ - \ massa \ específica; \ V^e \ - \ volume \ elementar \ elementar \ [M] - matriz \ de \ interpolação; \ \rho \ - \ massa \ específica; \ V^e \ - \ volume \ elementar \ elementar \ [M] - \ matrix \ de \ interpolação; \ \rho \ - \ massa \ específica; \ V^e \ - \ volume \ elementar \$ 

#### 3.3. Simetria cíclica

O número de nós usado nas malhas das partes sólida e fluida é muito grande. Então, deve-se procurar métodos para limitar o número de graus de liberdade ativos do sistema. Sendo o rotor de turbina Francis constituído de uma série de setores repetitivos, pode-se modelar apenas um setor e propagar os resultados para os outros. No caso de problemas estáticos, basta especificar, em coordenadas cilíndricas, que o deslocamento em ambas as extremidades do setor serão idênticos. No caso do problema dinâmico geral, a Teoria da Propagação de Ondas em Meios Periódicos Circulares (Thomas, 1979) (Jacquet-Richardet et al, 1996) pode ser aplicada.

Para apenas um setor, a abordagem de simetria cíclica aplicada ao modelo elementos finitos fornece :

$$\begin{cases} \left\{ u^{(j-1)} \right\} \\ \left\{ \overline{u}^{(j-1)} \right\} \end{cases} = \begin{bmatrix} \cos \psi I_{J} & \sin \psi I_{J} \\ -\sin \psi I_{J} & \cos \psi I_{J} \end{bmatrix} \begin{cases} \left\{ u^{(j)} \right\} \\ \left\{ \overline{u}^{(j)} \right\} \end{cases}$$
(3)

$$\psi = 0, \pm \frac{2\pi}{N}, \pm \frac{4\pi}{N}, \dots, \pm \frac{2\pi \left(\frac{N}{2} - 1\right)}{N}, \pm \pi \text{ se N \'e par}$$
$$\psi = 0, \pm \frac{2\pi}{N}, \pm \frac{4\pi}{N}, \dots, \pm \frac{2\pi (N-1)}{2N} \text{ se N \'e impar}$$

onde,  $\{u^j\}$  - graus de liberdade do setor j;  $\{\overline{u}^j\}$  - graus de liberdade do setor ortogonal à j;  $I_J$  - matriz identidade;  $\psi$  - ângulo do setor; N - número de setores

O número de diâmetros nodais (n) é (N/2-1) se N é par e (N-1)/2 se N é ímpar.

# 4. APLICAÇÃO AO CASO DE UM ROTOR FRANCIS

Depois de demonstrar a eficiência dos procedimentos possibilitando a consideração da simetria cíclica, interação fluido-estrutura e efeitos da rotação (Sena, 1999), podemos aplicar estas técnicas ao projeto de rotores de turbina Francis.

A geometria usada foi a do rotor construído para o GAMM Workshop em 1989 (Lausanne, Suiça). Entretanto, a geometria do cubo e da cintura foi modificada, para investigar a influência destes fatores no comportamento dinâmico.

A geração da malha foi feita através de métodos de modelagem sólida. Neste caso, os volumes são definidos e algoritmos específicos usados para construção da malha. A sequência de criação de entidades é : criação de pontos-chave, linhas conectando estes pontos e volumes que serão malhados. A figura 1 mostra a malhagem sólida e fluida do setor de base.

As condições de contorno em deslocamento para o sólido são a conexão rígida com o eixo, e em pressão para o fluido são pressões na entrada e saída do canal da turbina.



Figura 1 – Malha do setor e dimensões a serem variadas

As espessuras inicial e final do cubo e da cintura são, respectivamente, hc0 e hm0 (veja figura 1). Elas foram variadas de 0,5xhc0 e 0,5xhm0 até 1,4xhc0 e 1,4xhm0. A avaliação das freqüências naturais e dos modos de vibração foi realizada usando o número de diâmetros nodais igual a 2, pois estes modos são suscetíveis de serem excitados no caso desta turbina (13 pás e 26 diretrizes) (Tsukamoto, 1996). Na figura 2, pode-se ver o primeiro modo de vibração com dois diâmetros nodais.



Figura 2 – Primeiro modo de vibração com dois diâmetros nodais

As figuras 3 a 5 são gráficos dos valores numéricos das três primeiras freqüências naturais relacionadas a modos com dois diâmetros nodais em função das espessuras do cubo e da cintura, no ar e na água.



Figura 3 – Variação da primeira frequência natural com dois diâmetros nodais do rotor no ar (esquerda) e na água (direita) [Hz]



Figura 4 – Variação da segunda frequência natural com dois diâmetros nodais do rotor no ar (esquerda) e na água (direita) [Hz]



Figura 5 – Variação da terceira frequência natural com dois diâmetros nodais do rotor no ar (esquerda) e na água (direita) [Hz]

Nota-se a diminuição esperada do valor numérico das frequências naturais do rotor quando imerso no meio fluido. A porcentagem do decaimento dos valores das frequências naturais varia de modo para modo.

A sensibilidade das frequências naturais à mudanças nas espessuras do cubo e da cintura são fortemente dependentes do modo associado. Nota-se que o primeiro modo é sensível aos dois parâmetros, enquanto que o segundo e o terceiro modos são mais sensíveis à mudanças no cubo. Os quarto e quinto modos (não mostrados), são mais sensíveis às mudanças na espessura da cintura.

Os modos de vibração na água são praticamente idênticos aos no ar.

Existem algumas diferenças entre as sensibilidades observadas quando o rotor está na água ou no ar. Isto demonstra que deve-se considerar, em todos os cálculos, a interação fluido-estrutura durante um processo de otimização de forma (usando as espessuras do cubo e da cintura como variáveis de otimização), por exemplo.

Entretanto, pode-se obter uma aproximação da solução do problema de otimização usando o modelo no ar. Neste caso, apenas um cálculo de considerando a interação fluidoestrutura deve ser feito, para que se obtenha a razão entre as freqüências naturais imersa em no ar (que será diferente quando se muda a geometria, daí a aproximação).

O estudo de Jacquet-Richardet et al (1996) mostra que o comportamento dinâmico do eixo influencia as freqüências naturais do rotor em alguns casos (especialmente para os modos com zero e um diâmetros nodais e máquinas de alta velocidade de rotação com eixos flexíveis)

## 5. CONCLUSÃO

Um procedimento usando a linguagem de programação paramétrica do programa de elementos finitos ANSYS foi desenvolvido com o objetivo principal de aplicar estas técnicas no processo de projeto otimizado, usando as espessuras do cubo e da cintura como variáveis de projeto. Os aspectos de interação fluido-estrutura, efeitos centrífugos e simetria cíclica da geometria foram considerados. As rotinas foram validadas individualmente e então aplicadas para o estudo do comportamento de uma turbina Francis.

Um dos resultados mais importantes do trabalho é a verificação da diferença de sensibilidade das frequências naturais de estruturas submersas à variações na geometria em comparação ao que se verifica quando a estrutura está no ar.

O efeito da rotação sobre as frequências naturais de estruturas imersas merece ser investigado com mais profundidade, pois o acoplamento dos movimentos radiais e transversais pode alterar consideravelmente a configuração do campo de pressões produzido pela vibração. Este aspecto vai ser abordado com mais detalhes em outro artigo. Em turbinas e bombas centrífugas apresentando alta rotação nominal, este fator tende a aumentar de importância.

Os cálculos foram feitos considerando somente os modos com dois diâmetros nodais. Os outros tipos de modo podem ser investigados, para verificar se apresentam as mesmas tendências no que se refere às sensibilidades.

Para condições de escoamento apresentando alto grau de turbulência ou descolamentos, a teoria usada neste trabalho não pode mais ser aplicada e métodos de acoplamento considerando o escoamento do fluido devem ser considerados.

No caso de turbinas e bombas de alta rotação, onde as forças de interação nos labirintos são muito grandes, o modelo usado neste trabalho precisa ser corrigido se os valores de rigidez equivalente nos labirintos forem da mesma ordem de grandeza dos valores de rigidez do rotor.

Ensaios experimentais são muito importantes para entender melhor os fenômenos que interferem no comportamento dinâmico de turbinas e bombas hidráulicas. No entanto, estes ensaios esbarram nos altos custos de instalações e da instrumentação necessária. Albjanic et al (1994) desenvolveram martelos pneumáticos que permitem a excitação de um rotor Kaplan em funcionamento, de tal forma que o mesmo possa vibrar livremente. Alguns parâmetros modais foram medidos, sem entretanto ter sido feita uma caracterização completa dos modos excitados.

# 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Wowk, V., 1991, Machinery Vibrations, Ed. McGraw Hill, New York, United States, 358p.
- Albjanic, R., et al, Identification of vital hydrounit components dynamic parameters in water environment, 17th IAHR Symposium, China, 1994
- Bathe, K.J., Finite element procedures, New Jersey : Prentice-Hall, 1996
- Cook, R.D., et al, Concepts and applications of finite element analysis, third edition, New York : John Wiley and Sons, 1989
- Everstine, G. C., Prediction of low frequency vibrational frequencies of submerged structures, Journal of Vibration and Acoustics, April 1991, vol.113, 187-191
- Hsieh, S.H., Abel, J.F., Comparison of two finite elements approaches for analysis of rotating bladed-disk assemblies, Journal of Sound and Vibration (1995), 182(1), 91-107
- Huvet, P., Dimensionnement de turbines hydrauliques : avant-projet, Spécialisation Machines Hydrauliques, Programme inter-universitaire de formation à Lausanne et Grenoble, 1995
- Jacquet-Richardet, G., et al, Frequencies and modes of rotating flexible bladed diskshaft assemblies : a global cyclic symmetry approach, Journal of Sound and Vibration (1996), 191 (5), 901-915
- Jacquet-Richardet, G., Rieutord, P., A three dimensional fluid-structure coupled analysis of rotating flexible assemblies of turbomachines, Journal of Sound and Vibration (1998), 209(1),61-76
- Matsuda, I., Nagafuji, T., Computerized design for turbines, Water Power & Dam Construction, october, 1979, p.31-35
- Rajakumar, C., Rogers, C. R., The Lanczos algorithm applied to unsymmetric generalized eigenvalue problem, International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol.32, 1009-1026 (1992)
- Sena, M.J.S., Optimisation de l'épaisseur des aubes de roues de turbines Francis avec, comme critère, les contraintes maximales calculées par la méthode des éléments finis, Grenoble : Université Joseph Fourier, ENSHMG, Rapport de DEA, 1996
- Sena, M.J.S., Étude du Comportement Dynamique des Roues de Turbines et Pompes Hydrauliques pour la Conception Mécanique Optmisée : Cas d'une Roue Francis, Grenoble : Institut National Polytechnique de Grenoble, Tese de Doutorado, 1999
- Sena, M.J.S., Reynaud, G., Kueny, J.L., Dynamic behaviour improvement of Francis turbine runners, International Journal for Hydropower and Dam Construction, Westmead International, 1999
- Simo, J.C., Vu-Quoc, L., The role of non linear theories in transient dynamic analysis of flexible structures, Journal of sound and Vibration (1987), 119(3), 487-508
- Sreenivasamurthy, S., Ramamurti, V., A parametric study of vibration of rotating pretwisted and tapered low aspect ratio cantilever plates, Journal of Sound and Vibration (1981), 76(3),311-328
- Thomas, D.L., Dynamic of rotationally periodic structures, Journal of Numerical Methods in Engineering, vol.14, 81-102 (1979)
- Wüst, M. et alli, Some aspects of the mechanical design of large Francis turbines, 17th Symposium of the IAHR, Beijing, China, 1994