

# UMA REVISÃO DE CONCEITOS SOBRE OS DIAGRAMAS DE LIMITE DE CONFORMAÇÃO

**Sérgio Henrique Evangelista**

**João Lirani**

**Jonas de Carvalho**

Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, Departamento de Engenharia Mecânica, CEP 13566-590, São Carlos, SP, Brasil. E-mail : [toddy@sc.usp.br](mailto:toddy@sc.usp.br)

## Resumo

Os processos de fabricação mecânica aplicados às chapas metálicas dispõem de importantes ferramentas de análise como os diagramas de limite de conformação (“*FLD*”). Estes são influenciados por diversos parâmetros de material, entre eles o índice de encruamento, a sensibilidade à taxa de deformação e a anisotropia. Sendo obtidos pelas deformações limites, diversos autores apresentam métodos de cálculo destes gráficos, considerando-se que estes métodos baseiam-se na ocorrência de defeitos macroscópicos na chapa (estricção ou “*necking*”). Porém, os diagramas *FLD* não se aplicam a um *blank* que venha sofrer conformações mecânicas complexas. Com o uso dos diagramas de limite de tensões de conformação (*FLSD*) supre-se esta deficiência, além de dispor uma importante ferramenta para os métodos numéricos de análise de processos mecânicos como o *método de elementos finitos*. Este trabalho visa uma revisão de conceitos relacionados ao assunto, comparando os métodos disponíveis de obtenção destes diagramas.

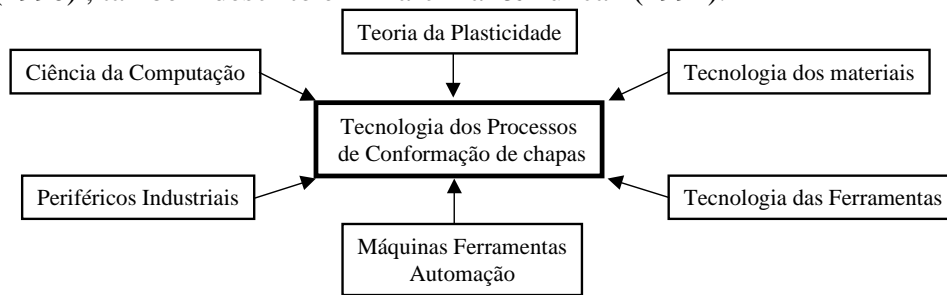
**Palavras-chave :** *conformação de chapas, diagrama de limite de conformação, estricção*

## 1. INTRODUÇÃO

Os processos de conformação de chapas podem ser descritos através de modificações específicas feitas na geometria de um *blank*, pelo controle do fluxo de material no estado plástico de deformações e pela avaliação de qualidade da peça final através da presença ou não dos diversos tipos de defeitos. Estes processos podem alcançar elevada produtividade nos parques industriais quando suas variáveis são bem combinadas, obtendo-se baixos custos de produção, baixo consumo de material e produtos nos formatos bem próximos dos esperados nas fases de projeto. Genericamente, seus diversos fatores influentes podem ser agrupados conforme visto na figura 1.

Dentre estes fatores, destacam-se a teoria da plasticidade e a ciência da computação pelos avanços recentes disponíveis na literatura que possibilitaram novos pontos de vista para a tecnologia nesta área. Na teoria da plasticidade, além da teoria clássica, tem-se o enfoque experimental dado aos limites de formabilidade da chapa introduzido por Keeler&Backhofen (1964) apud Stoughton (2000) e Goodwin (1968) apud Stoughton (2000), com a representação dos *FLDs* (*forming limit diagrams*) ou diagramas de limite de conformação. Somam-se a isto os modelos matemáticos aplicados a defeitos macroscópicos presentes no

material. Isto foi considerado no modelo *MK*, de Marciniak & Kuczynski (1967) apud Graf & Hosford (1990), também descrito em Marciniak & Duncan (1992).



**Figura 1.** Elementos diversos na tecnologia moderna de conformação de chapas, por Lange (1997).

Estes aspectos trouxeram o desafio de se prever o comportamento do *blank* durante o processo. A formabilidade da chapa pôde ser descrita, definida em geral pela distribuição uniforme de deformações, pelo alcance de maiores níveis de deformação sem ocorrência de afinamentos ou fraturas, pela manutenção de tensões de compressão no plano das deformações, evitando-se o enrugamento, pela manutenção do cisalhamento no plano de deformações, sem a ocorrência de fraturas, pela manutenção da forma após a remoção da matriz e enfim pela apresentação de superfície com textura suavizada, sem danificações. Por outro lado tem-se o *método de elementos finitos*, atuando como um elo entre a teoria da plasticidade e a ciência da computação. Com este método analisa-se um processo de conformação numericamente, a partir de seu modelamento, cujos resultados validam-se através de dados experimentais. Encontram-se no mercado *softwares* aplicados a este método, como por exemplo o *software* LS-DYNA3D.

Este trabalho revê os aspectos relacionados aos *FLDs* e à sua predição, discutindo os mais importantes e visando a escolha de procedimentos de cálculo e análise destes diagramas.

## 2. DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DOS DIAGRAMAS DE LIMITE DE CONFORMAÇÃO

Os diagramas de limite de conformação indicam as deformações limites que os *blanks* metálicos podem sustentar durante as deformações. Dois grandes grupos de testes são efetuados para determinação destes gráficos. O primeiro grupo de testes abrange o estiramento de corpos de prova como através de um punção, pelo método do punção esférico. Neste caso produzem-se deformações fora do plano da chapa e com o uso do punção tem-se também os efeitos do atrito. O segundo grupo de testes produz somente deformações no plano e não envolve algum tipo de contato entre o *blank* e os medidores. O primeiro tipo de teste é mais usado que o segundo e fornece resultados razoavelmente diferentes. Pode-se obter boa correlação de dados entre as curvas limites determinados no laboratório e na indústria.

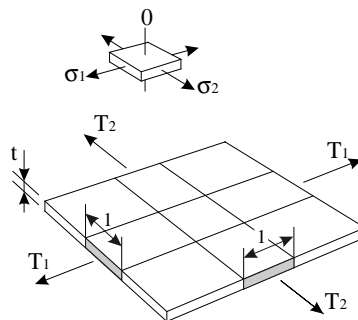
Pelo método do punção esférico utilizam-se círculos gravados no *blank* de teste, cujas dimensões variam entre 25,4 mm e 203,0 mm. O *blank* é travado no prensa-chapas e estirado por um punção de aço de 102 mm de diâmetro até a iminência de fraturas. As tiras de aço mais estreitas fraturam-se em uma razão entre deformações mínimas e máximas em torno de -0,5, valor este comparável aos obtidos nos ensaios de tração. Com o aumento na largura da tira de aço, esta razão de deformações aumenta até um valor positivo elevado para o caso do corpo de prova de largura máxima. Aumentos posteriores desta razão até +11,0 são alcançados pelo uso progressivo de lubrificação no punção. As deformações são medidas por

dentro e por fora das regiões de estricções visíveis e fraturas. Pelo método de deformação no plano obtém-se os limites de conformabilidade pelo teste uniaxial de tração, pelo teste de tensão aplicado a tiras retangulares ou pelo teste de estiramento biaxial de Marciniak com punções circulares ou elípticos. A curva limite é então obtida em uma ampla faixa de razão de deformações, desconsiderando-se as deformações fora do plano de trabalho. Encontra-se em Fernandez & Al-Qureshi (1999) um novo método para este grupo de testes, com destaque ao equipamento utilizado e o desenvolvimento de um novo tipo de corpo de prova.

### 3. O MODELO MK

Nos processo de conformação, os esforços requeridos para se deformar o *blank* são transmitidos através dele próprio, havendo a formação de defeitos em caso de sobrecargas ou de mau condicionamento de processo. Para isto, as teorias de instabilidades de tensões são importantes ferramentas de análise. Para isto consideram-se aspectos influentes tais como geometria da peça, forças em questão, propriedades do material e do grau de homogeneidade inicial do *blank*. Os fenômenos de instabilidade e concentração de deformações são sutis e não há consenso a respeito de seus mecanismos, pois alguns aspectos das falhas do material podem ser considerados como parcialmente explorados (Marciniak&Duncan, 1992). Em Swift (1952) apud Banabic (1999) tem-se um primeiro trabalho acerca das instabilidades de processo, com tratamento matemático para o *necking* difuso na chapa. Porém, a partir de Marciniak&Kuszinsky (1967) apud Graf & Hosford (1990) vários autores realizam estudos baseados no modelamento de um defeito de aspecto geométrico que resulta no *necking* localizado, introduzido em uma análise de estiramento de chapa no plano, tratado como o modelo *MK*. Autores como Graf&Hosford (1990), Zhao et al. (1996) e Arrieux et al. (1996) aplicam este modelo para o cálculo dos limites de conformabilidade do *blank*.

Assim conforme Marciniak&Duncan (1992), o modelo *MK* descreve a ocorrência de *necking* localizado como visto a seguir. Considera-se uma região da chapa em deformação onde as tensões principais sejam uniformes de acordo com a figura 2 .



**Figura 2.** Forças específicas  $T_1$  e  $T_2$  em uma chapa por um processo dito proporcional ( $T_1$  e  $T_2$  são forças por unidade de comprimento).

Definem-se como forças específicas aquelas transmitidas através da borda da chapa :

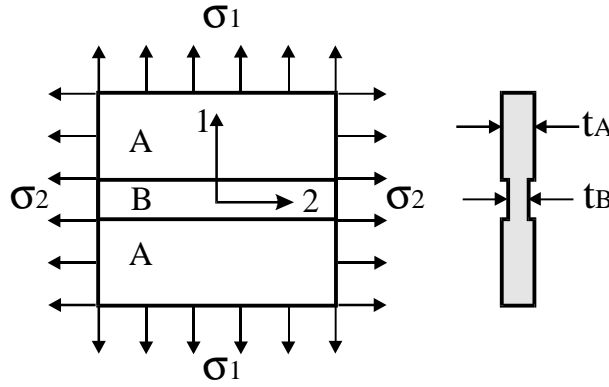
$$T_1 = \sigma_1 \cdot t \quad ; \quad T_2 = \sigma_2 \cdot t \quad (1)$$

onde  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$  são as tensões principais e  $t$  é a espessura.

Supondo-se que o *necking* localizado não interfira nas condições de contorno, uma condição necessária para este ocorra é que uma ou mais forças específicas alcancem um ponto de máximo, com :

$$dT \leq 0 \quad (2)$$

Entretanto, esta condição não é suficiente para que haja a estricção na chapa submetida a tensões de tração nas duas direções mostradas. Para isto, em um *blank* sendo conformado em um estado biaxial de tensões supõe-se uma imperfeição pré-existente *B* na forma de um rebaixo perpendicular à maior tensão principal, como na figura 3.



**Figura 3.** Modelo MK : imperfeição *B* em uma região *A* sujeita a deformações uniformes

Esta representação é simplificada, porém é suficiente para representar-se esta imperfeição por :

$$f_0 = (t_B / t_A)_0 \quad (3)$$

onde  $t_B$  e  $t_A$  são as espessuras das regiões mostradas na figura 3.

Para a região da chapa mostrada nesta figura, têm-se as tensões principais e os incrementos de deformações :

$$\sigma_1 \quad ; \quad \sigma_2 = \alpha \cdot \sigma_1 \quad ; \quad \sigma_3 = 0 \quad (4)$$

$$d\epsilon_1 \quad ; \quad d\epsilon_2 = \beta \cdot d\epsilon_1 \quad ; \quad d\epsilon_3 = -(1 + \beta) \cdot d\epsilon_1 \quad (5)$$

com  $\alpha$  constante definindo um carregamento proporcional e  $\beta$  uma parâmetro calculado conforme a evolução das deformações.

Exige-se que o processo de *necking* não afete as condições de contorno externas. Tem-se que para isto, seguindo-se a compatibilidade de deslocamentos paralelos ao rebaixo :

$$(d\epsilon_2)_A = (d\epsilon_2)_B \quad (6)$$

e obtém-se um estado de deformações incremental de modo que :

$$d\epsilon_{1A} / d\epsilon_{1B} < Tolerância \quad (7)$$

onde a tolerância especificada depende do algoritmo de análise adotado.

#### 4. CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE OS DIAGRAMAS DE LIMITE DE CONFORMAÇÃO

O modelo de análise *MK* considera a evolução de tensões e deformações conforme as expressões (4) e (5), assumindo-se  $\alpha$  constante, isto é, com carregamento proporcional para as tensões. Este valor não é necessariamente constante na prática em geral, mas para processos executados em um só estágio, mesmo para estampagens compreendidas entre os processos mais críticos, esta hipótese é razoável (Stoughton, 2000). De outra forma, considera-se que em muitas vezes o valor  $\beta$  nestas expressões seja constante, para uma trajetória linear do estado de deformações. Na prática, esta trajetória é quase linear para os processos de conformação.

Dentre os parâmetros mais importantes para análise dos diagramas de limite de conformação (“*FLD*”) estão os valores  $m$ ,  $n$  e  $r$ , obtidos nos ensaios de tração. O valor  $m$  é considerado na expressão (8) e é definido como coeficiente de sensibilidade à taxa de deformação:

$$\bar{\sigma} = K \cdot \dot{\bar{\epsilon}}^m \cdot (\bar{\epsilon} + \Delta\bar{\epsilon})^n \quad (8)$$

onde  $\bar{\sigma}$  é a tensão efetiva,  $K$  é coeficiente de resistência do material,  $\dot{\bar{\epsilon}}$  é a taxa efetiva de deformação e  $(\bar{\epsilon} + \Delta\bar{\epsilon})$  compreende a deformação efetiva de modo incremental. O valor  $n$  é mostrado nesta mesma equação, definido como o coeficiente de encruamento do material. O valor  $r$ , sendo um fator para a anisotropia do material, é definido por:

$$r = \frac{\epsilon_w}{\epsilon_t} = \frac{\ln\left(\frac{w}{w_0}\right)}{\ln\left(\frac{t}{t_0}\right)} \quad (9)$$

onde  $w$  é um parâmetro para largura do material,  $t$  a espessura e  $\epsilon$  a deformação respectiva.

Para predição teórica das curvas deve-se considerar estes parâmetros, além de hipóteses de tensão e deformação plana, o critério de escoamento e a lei de potência para o material. Na construção do diagrama utilizam-se deformações de engenharia ou logarítmicas de forma que os eixos para tensão e deformação principais mantenham-se fixos nos cálculos, como cita Zhao *et al.* (1996).

As leis de potência empregadas dependem do material considerado, são descritas por:

$$\bar{\sigma} = K \cdot \bar{\epsilon}^n \quad (\text{Hollomon}) \quad (10)$$

$$\bar{\sigma} = K \cdot (\bar{\epsilon}_0 + \bar{\epsilon})^n \quad (\text{Swift}) \quad (11)$$

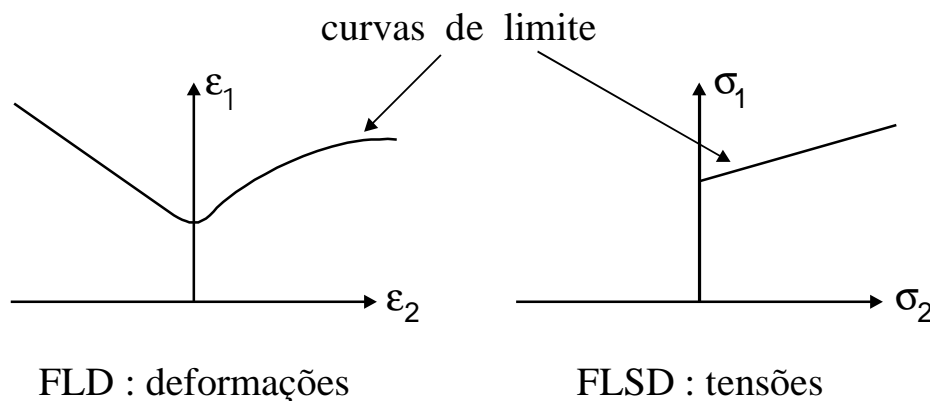
$$\bar{\sigma} = B - (B - A) \cdot \exp(-n_0 \cdot \bar{\epsilon}^n) \quad (\text{Voce}) \quad (12)$$

ou ainda pela expressão mostrada em (8), entre outras, sendo que  $K$ ,  $A$ ,  $B$  e  $n_0$  são parâmetros de material. Estas leis relacionam um estado de tensões a um estado de deformações e para a descrição do comportamento de material durante a conformação, associam-se a um critério de escoamento adequado. Com a hipótese de material isotrópico no plano da chapa (anisotropia normal), apresentando estado de tensão plana ( $\sigma_3=0$ ), um critério geral de escoamento pode ser dado por:

$$|\sigma_1|^a + |\sigma_2|^a + r|\sigma_1 - \sigma_2|^a = (r+1)\bar{\sigma}^a \quad (13)$$

com  $a \geq 2$ . A predição teórica do *FLD* baseada no modelo *MK* depende do critério de escoamento adotado. Pela expressão (13) tem-se o critério adaptado de Hill (1979) apud Stoughton (2000). Com o valor  $a=2$ , a expressão (13) define o critério de escoamento de Hill (1948) apud Stoughton (2000), conforme a literatura. Porém a predição da curva limite com este último critério mostra um aumento do limite no lado direito do *FLD* com a diminuição do valor  $r$ , para material com anisotropia planar. Isto é inconsistente com observações experimentais, onde  $r$  influencia pouco no lado direito do *FLD* (Zhao *et al.*, 1996). Como solução a isto, Graf&Hosford (1990) trabalham com um expoente  $a \geq 6$  no critério de Hill (1979) apud Stoughton (2000), aproximando a curva teórica dos experimentos. Para ambos os lados do *FLD*, figura 4, modela-se com os parâmetros  $m$  e  $n$ , sendo que  $m$  influencia consideravelmente na curva limite, mesmo em processos de conformação quase-estáticos (Zhao *et al.*, 1996).

Os *FLDs* obtidos experimentalmente mostram-se dependentes das pré-deformações presentes e do processo de deformação aplicado na chapa. Em Zhao *et al.* (1996) encontram-se verificações teóricas acerca desta influência bem como em Stoughton (2000) tem-se verificações práticas.



**Figura 4.** Diagramas *FLD* para deformações e *FLSD* para tensões.

Por outro lado, Arrieux *et al.* (1982) apud Arrieux *et al.* (1996) observaram que as tensões máximas na instabilidade do material não são muito afetadas pela trajetória de deformações efetuada, mesmo utilizando-se processos em mais de um estágio, como visto também em Kleemola&Pelkkikangas (1977) apud Stoughton (2000). Considera-se que a curva limite no espaço de tensões, (*forming limit stress diagrams* ou “*FLSD*”), na figura 4, depende da lei de potência e da função de potencial plástico empregadas, sendo que pequenas variações no nível de tensões em relação ao nível de deformações deve-se ao baixo expoente  $n$  na lei de potência utilizada para materiais metálicos (Stoughton, 2000). Sowerby&Duncan (1971) apud Graf & Hosford (1990) avaliam que a obtenção do estado de tensões restringe-se à superfície de escoamento e do correspondente critério de escoamento adotado, o que na expressão (13) significa uma escolha adequada do expoente  $a$  e do fator  $r$ . Um problema prático encontrado é dado pela dificuldade em se obter o estado de tensões no plano da chapa trabalhada. Citam-se como meios disponíveis a análise numérica do processo pelo método de elementos finitos ou a utilização de fórmulas de conversão de valores de deformações limites para tensões limites, como visto em Stoughton (2000).

Outras considerações sobre o modelo *MK* são encontradas em Zhao *et al.* (1996) sobre a orientação da imperfeição no modelo visto na figura 3 na forma de rebaixo.

Em Fernandes & Hazim (1999) considera-se a limitação do modelo *MK* por não simular as demais condições de processo tais como o atrito, a pressão normal à chapa e a curvatura do *blank*.

## 5. MÉTODOS DE SOLUÇÃO ANALÍTICA

Banabic (1999), utilizando o critério de escoamento de Hill (1993) apud Banabic (1999), e baseado na condição de *necking* difuso de Swift (1952), *op. cit.*, apresenta as deformações no início do defeito em diagramas construídos por expressões analíticas, partindo da equação de Hollomon (10) e do critério de escoamento de Hill (1993), *op. cit.*.

Por outra linha de trabalho, Graf&Hosford (1990) seguem o modelo *MK* descrito, partindo da equação de Swift (11) e dos critérios de escoamento de Hill (1979), *op. cit.*, para o cálculo teórico dos diagramas de deformação. Em seu trabalho apresenta-se um algoritmo de análise incremental, com cálculo de *FLDs* para vários materiais, destacando-se a influência da taxa de deformação (valor *m*) nos gráficos construídos. Adotou-se neste caso o critério de parada descrito pela equação (7) e também um critério alternativo dado por :

$$\varepsilon_{3A} = 90\% \varepsilon_{3B} \quad (14)$$

onde  $\varepsilon_{3A}$  é a deformação final de espessura da região uniforme e  $\varepsilon_{3B}$  é a deformação final de espessura no defeito, conforme convenção adotada na figura (3).

Como a curva limite para deformações na chapa depende do encruamento ou processos prévios aplicados ao *blank*, sua utilização na análise de conformações que exibam estados de deformações complexos torna-se ineficaz. Como já observado, os diagramas de limite de tensões de conformação (“*FLSD*”) são bem menos suscetíveis a trabalhos mecânicos prévios na chapa dos que os próprios *FLDs*. Com tais gráficos é possível uma melhor análise do processo aplicado a *blanks* que venham apresentar graus diferenciados de encruamento ou para processos realizados em mais de um estágio.

Neste ponto de vista, Zhao *et al.* (1996) utilizam o algoritmo apresentado por Graf&Hosford (1990) para o cálculo de deformações no limite e com estes valores obtêm as tensões limitantes na chapa. Verificou-se consistência com os estudos de Arrieux *et al.* (1982) Arrieux *et al.* (1996). Stoughton (2000) confirma as vantagens do uso do *FLSD* e apresenta as expressões de conversão necessárias entre os valores limite de deformação e tensão principais, conforme os vários critérios de escoamento citados.

O modelo *MK* aqui descrito é voltado à predição do defeito na chapa alinhado com um das direções principais de deformação. Pode-se considerar o caso de o defeito estar desalinhado de um ângulo  $\theta$ , levando à formulação de um modelo *MK* mais complexo. O trabalho de Vacher *et al.* (1998) realiza um estudo com este modelo mais amplo, obtendo a construção de superfícies limitantes em diagramas 3D cujos eixos são deformações principais 1 e 2 e o terceiro eixo é dado pelo ângulo  $\theta$ . Seguindo processos análogos aos seguidos anteriormente, constroem-se diagramas 3D para as tensões principais no limite e o ângulo  $\theta$ . Com esta tendência, dispõe-se estes últimos gráficos para a análise pelo método de elementos finitos (*MEF*), destacando a otimização do ângulo  $\theta$  para melhor orientação do processamento do material.

Uma utilização mais ampla do *MEF* é mostrada em Mamalis *et al.* (1997) com a apresentação de um algoritmo de avaliação de estirções conforme taxas de deformação elevadas e concentradas em algum ponto de uma tira metálica de teste. Neste caso analisa-se diretamente uma chapa sendo conformada pelo sistema composto por punção, matriz e

prensa-chapas. Este algoritmo é implementado junto ao *software* LS-DYNA3D, com apresentação visual no fim das análises numéricas.

## 6. CONCLUSÕES

Os métodos apresentados mostram basicamente duas tendências : por cálculos de valores limites através de algoritmos que considerem a evolução macroscópica de um defeito no plano da chapa e pela análise direta da evolução do defeito pelo método de elementos finitos.

Na primeira linha diversos autores têm proposto alternativas de cálculo dos diagramas *FLD*, sendo que mais recentemente busca-se a construção dos diagramas *FLSD* que sejam utilizados em ferramentas de análise numérica tais como o método de elementos finitos. A segunda linha atua diretamente com este método, desafiando os futuros enfoques sobre o tema. Tem-se que esta segunda linha de estudos pode apresentar resultados mais eficazes na obtenção de ferramentas de análise conjuntas com *softwares* de elementos finitos disponíveis, mesmo porque suas condições de modelamento são mais realísticas do que aquelas encontradas na primeira linha de trabalho .

## Agradecimentos

Os autores agradecem à Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES pelo suporte dado a este trabalho.

## REFERÊNCIAS

- Arrieux, R., Brunet, M., Vacher, P., Nhat, T.N., 1996, "A Method to Predict the Onset of Necking in Numerical Simulation of Deep Drawing Operations", Ann. CIRP, V. 45, Jan. 1996, pp. 255-258.
- Banabic, D., 1999, "Limit Strains in the Sheet Metals by Using the New Hill's Yield Criterion (1993)", Journal of Materials Processing Technology, V. 92-93, pp.429-432.
- Fernandez, F.F., Al-Qureshi, H.A. 1999, "Desenvolvimento de Novo Teste para Ensaio de Estiramento In-plane de Chapas Metálicas", II Conferência Nacional de Chapas, Porto Alegre, Brasil, pp. 97-106.
- Graf, A., Hosford, W.F., 1990, "Calculations of Forming Limit Diagrams", Metallurgical Transactions, V. 21A, pp. 87-94.
- Kobayashi, S., Oh, S.I., Altan, T., 1989, "Metal Forming and the Finite-Element Method", Oxford University Press, 377p.
- Lange, K., 1997, "Modern Metal Forming Technology for Industrial Production", Journal of Materials Processing Technology, V. 71, pp.2-13.
- Mamalis, A.G., Manolakos, D.E., Baldoukas, A.K., 1997, "Finite-Element Modelling of Stretch Forming of Coated Steels", Journal of Materials Processing Technology, V. 68, pp.71-75.
- Marciniak, Z., Duncan, J.L., 1992, "The Mechanics of Sheet Metal Forming", Edward Arnold, 168p.
- Moreno, M.E., Carvalho, J. de, Lirani, J., 1999, "Desenvolvimento de uma Metodologia de Otimização do Perfil do Blank em Processos de Conformação de Chapas Metálicas", II Conferência Nacional de Chapas, Porto Alegre, Brasil, pp. 97-106.
- Stoughton, T.B., 2000, "A General Forming Limit Criterion for Sheet Metal Forming", International Journal of Mechanical Sciences, V. 42, Jan. 2000, pp.1-27.
- Taylor, B., "Formability Testing of Sheet Metals", American Society For Metals. Metals handbook : forming and forging, 9.ed., Metals Park ,Ohio ,1988 ,V.14, pp. 877-899.



- Vacher, P., Arrieux, R., Tabourot, L., 1998, "Analysis of Criterion of Deep Drawing Operation Capability for Thin Orthotropic Sheets", *Journal of Materials Processing Technology*, V. 78, pp.190-197.
- Zhao, L., Sowerby, R., Sklad, M.P., 1996, "Theoretical and Experimental Investigation of Limit Strains in Sheet Metal Forming", *International Journal of Mechanical Sciences*, V. 38, N. 12, Dec. 1996, pp. 1307-1317.