

- BARBOSA, F.I. *Design of a liquid-propellant rocket engine*. Dissertação (Especialização em Motores-Foguete a Propelente Líquido). São José dos Campos: CTA/IAE, 1998.
- BARBOSA, F.I. *Modelagem dinâmica e simulação computacional de motores-foguete a propelente líquido*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Aeronáutica e Mecânica). São José dos Campos: CTA/ITA, 1999.
- BARRÈRE, Marcel et al. *Rocket propulsion*. Amsterdam: Elsevier, 1960. p.828.
- BEJAN, Adrian. *Advanced engineering thermodynamics*. New York: John Wiley & Sons, 1988.
- BEJAN, Adrian. *Entropy generation through heat and fluid flow*. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1982.
- BENNETT, C. O., MEYERS, J. O. *Fenômenos de transporte de quantidade de movimento, calor e massa*. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1978.
- FOX, Robert W., McDONALD, Alan T. *Introdução à mecânica dos fluidos*. 3.ed. Rio de Janeiro: Guanabara, 1988.
- GARANIN, I. V. Engine and engine devices. In: *Fundamental course in engine design*. São José dos Campos: CTA/IAE, 1997.
- GLADKOVA, V. N. Theory of automatic control system. In: *Fundamental course in engine design*. São José dos Campos: CTA/IAE, 1997.
- GORDON, Sanford, McBRIDE, Bonnie *Calculation of complex chemical equilibrium compositions*. Computer program (NASA SP-273, revision 2.0, 12/06/93), NASA, Lewis Research Center, 1993.
- GORE, Marvin R., CAROLL, John J. Dynamics of a variable thrust, pump fed, bipropellant, liquid rocket engine system. *Jet Propulsion*, New York, v.27, n.1, p.35-43, jan.1957.
- HOLMAN, J. P. *Transferência de calor*. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1983. p.639.
- HUZEL, Dieter K., HUANG, David M. *Modern engineering for design of liquid-propulsion rocket engines*. Washington: AIAA, 1992. (Progress in Aeronautics and Astronautics, volume 147).
- KESSAEV, J. Theory and calculation of liquid propellant rocket engines In: *Fundamental course in engine design*. São José dos Campos: CTA/IAE, 1997.
- MIRAGLIA, José. *Modelagem e simulação de motores foguete a propelente líquido pressurizados a gás*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Aeronáutica e Mecânica). São José dos Campos: CTA/ITA, 1994.
- RAVIKOVICH, I. Design and detailing of turbopump In: *Fundamental course in engine design*. São José dos Campos: CTA/IAE, 1997.
- SANTANA JUNIOR, A. *Dynamic modeling and stability analysis of a liquid rocket engine*. Dissertação (Mestrado em Aerodinâmica, Propulsão e Energia). São José dos Campos: CTA/ITA, 1994.
- SIMULINK – *Dynamic system simulation for MATLAB*. User's manual (revised for version 2.2), The MathWorks, Inc., 1998.
- SUTTON, George Paul A. *Rocket propulsion elements*. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1986.
- TCHERVAKOV, V.V. Theory and calculation of turbopumps. In: *Fundamental course in engine design*. São José dos Campos: CTA/IAE, 1997.
- ZINTCHOUK, A. Structure and design of combustion chamber. In: *Fundamental course in engine design*. São José dos Campos: CTA/IAE, 1997.

A resposta em frequência para a pressão na câmara de combustão é apresentada na forma de diagramas de Bode, tendo sido tomada como entrada a pressão na entrada da válvula do sistema de controle de nível de tanque (Figura 6).

Para  $\tau = 1$  ms, o gráfico da magnitude apresenta uma curva monotonicamente decrescente, denotando a estabilidade do sistema. Para  $\tau = 20$  ms, o mesmo gráfico apresenta um pico de 0 dB, perto de 200 rad/s, indicando tendência a instabilidade.

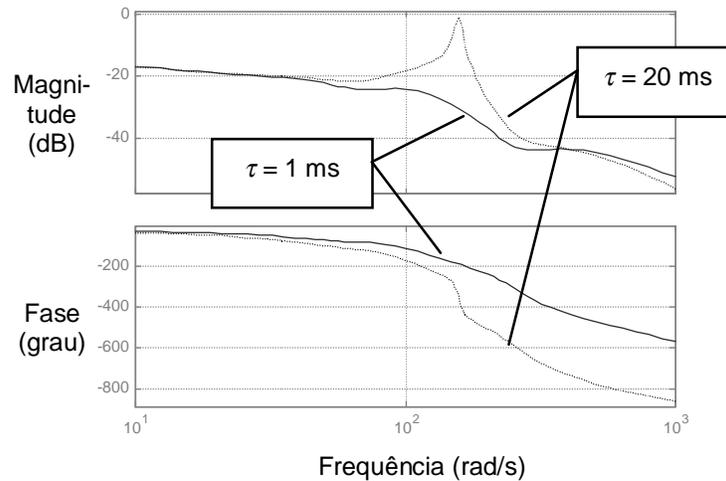


Figura 6 – Resposta em frequência para a pressão na câmara de combustão

## 6. CONCLUSÃO

O software *Matlab/Simulink* permitiu a implementação dos modelos dinâmicos com facilidade e rapidez ímpares, demonstrando ser bastante adequado ao uso em simulações numéricas da dinâmica de MFPL, devido, principalmente, à economia do tempo destinado à programação computacional.

Ficou demonstrado que o encapsulamento das equações dinâmicas na forma de blocos, correspondentes aos elementos básicos do motor, torna-se extremamente útil devido ao ganho de flexibilidade na geração de diferentes modelos de MFPL com o mínimo de esforço por parte do usuário.

Como se pode notar pelos resultados das simulações, o aumento do tempo de preparo de mistura da câmara de combustão faz com que o MFPL tenda a se tornar instável, o que é um comportamento esperado para este tipo de sistema. A vantagem é ter-se a estimativa a respeito a faixa esperada para a estabilidade do funcionamento do motor.

As oscilações observadas nas respostas a degrau e os picos presentes nas respostas em frequência comprovam que o modelo é útil para se investigar instabilidades de baixa frequência em MFPL. Entretanto, qualquer tipo de perturbação pode ser implementada facilmente em qualquer ponto do sistema, assim como qualquer ponto do modelo pode ser monitorado em tempo real para se verificar os efeitos das perturbações introduzidas.

## 7. REFERÊNCIAS

- ALIFANOV, A. V. Design and detailing of control units. In: *Fundamental Course in engine design*. São José dos Campos: CTA/IAE, 1997.
- ALMEIDA, A.R. *Modelagem dinâmica e simulação de um motor-foguete a propulsão líquida*. Trabalho de Graduação (Graduação em Engenharia Mecânica-Aeronáutica). São José dos Campos: CTA/ITA, 1998.

ms; para  $\tau = 20$  ms, tem-se uma oscilação amortecida com pico da ordem de  $-2.5\%$  e tempo de estabilização acima de 500 ms. Em ambos os casos, contudo, a saída estabiliza-se em torno de  $-1.1\%$ .

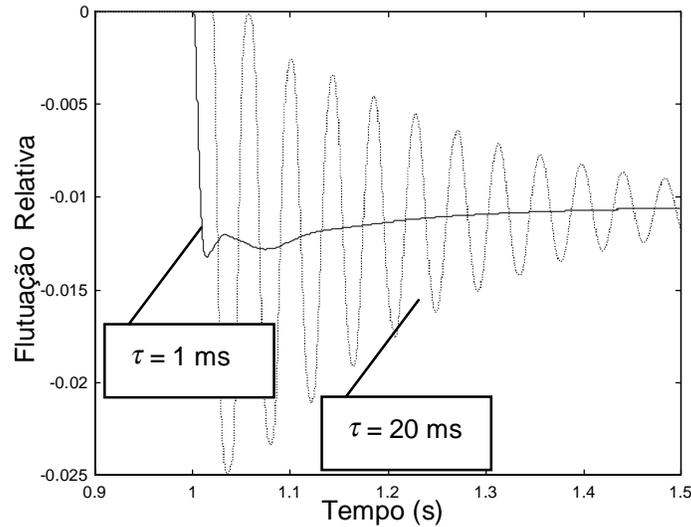


Figura 4 – Resposta a degrau para a pressão na câmara de combustão

Adicionalmente, para demonstrar a versatilidade do software, é apresentado um gráfico referente ao comportamento da própria *pressão na saída da bomba de combustível* devido à superposição mencionada anteriormente (Figura 5). Esta monitoração pode ser implementada facilmente no modelo computacional, pelo simples arrastar de um bloco de visualização. Uma vez que existe realimentação no sistema, a pressão não permanece constante, estabilizando em torno de  $-3.3\%$ , após 500 ms, tanto para  $\tau = 1$  ms quanto para  $\tau = 20$  ms.

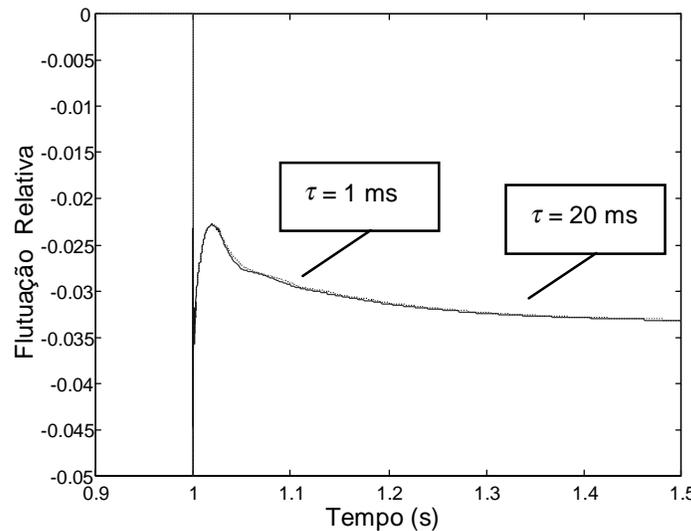


Figura 5 – Resposta a degrau para a pressão na saída da bomba de combustível

## 5.2 Respostas em frequência para o sistema linearizado

Foram investigadas frequências na faixa de 1.6 Hz a 160 Hz, correspondendo ao intervalo entre 10 rad/s e 1000 rad/s. Tal faixa refere-se às frequências de oscilações observadas em instabilidades de baixa frequência a que o MFPL está sujeito durante seu funcionamento.

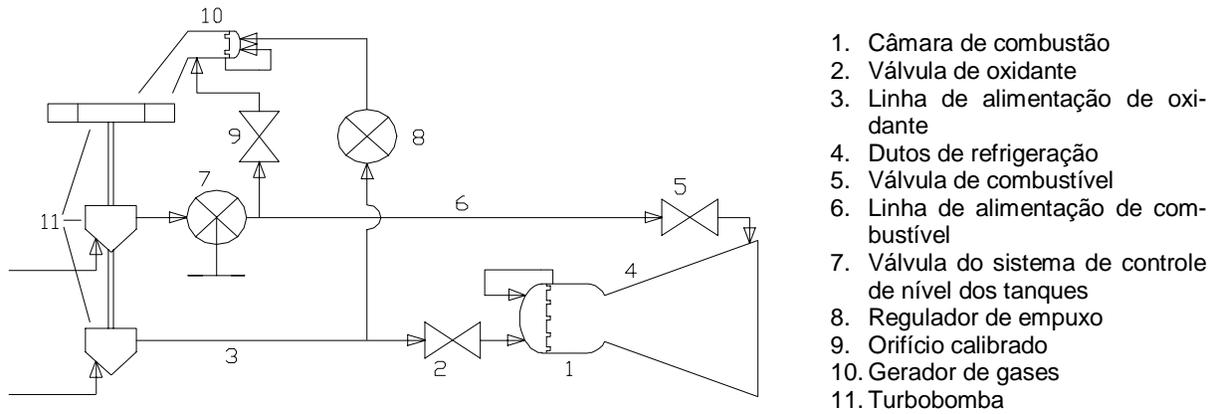


Figura 2 – Modelo físico do MFPL pressurizado por turbobomba

A partir dos blocos da biblioteca *Propulsão* e do modelo físico do MFPL pressurizado por turbobomba, foi montado um diagrama de blocos para início da simulação computacional (Figura 3).

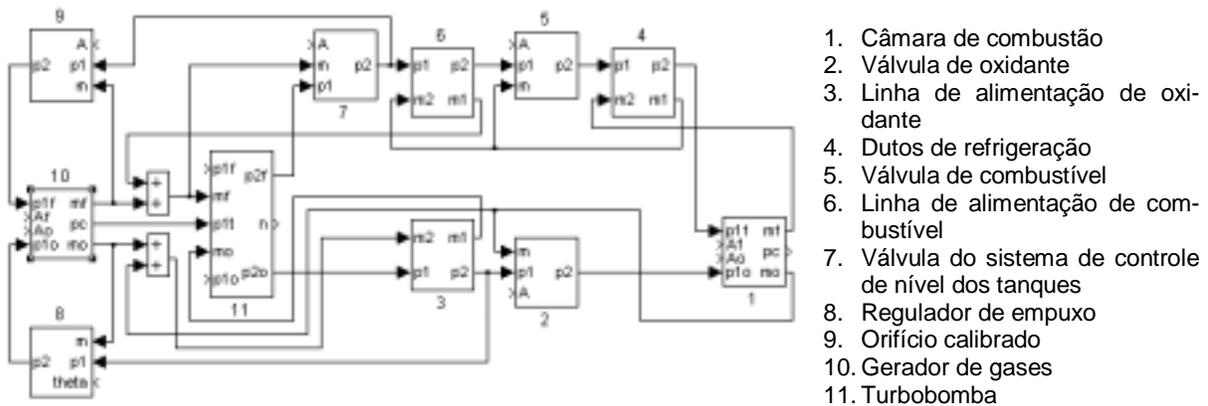


Figura 3 - Diagrama de blocos do MFPL

## 5. RESULTADOS

Como exemplo de aplicação do modelo, procedeu-se à investigação sobre a influência do *tempo de preparo da mistura* ( $\tau$ ) no comportamento dinâmico do MFPL pressurizado por turbobomba, devido a sensibilidade deste parâmetro em motores-foguete reais, sendo apresentadas informações referentes a dois valores distintos de  $\tau$  em cada gráfico.

Para este fim, obteve-se a *resposta a degrau para a pressão na câmara de combustão* diante de perturbação introduzida na saída da bomba de combustível, usando-se o modelo não linearizado. Da mesma forma, obteve-se a *resposta em frequência para a pressão na câmara de combustão* diante de perturbação introduzida na pressão na entrada da válvula do sistema de controle de esvaziamento de tanque, usando-se, agora, o modelo linearizado.

### 5.1 Resposta a degrau para o sistema não linearizado

A partir do instante 1s, é introduzida uma perturbação tipo degrau da ordem de -5% em superposição à pressão na saída da bomba de combustível, verificando-se os efeitos gerados na *pressão na câmara de combustão* (Figura 4). Para  $\tau = 1$  ms, observa-se uma oscilação amortecida com pico da ordem de -1.4% e tempo de estabilização de aproximadamente 380

## 2.5 Bloco Turbobomba

Este bloco representa uma turbobomba composta de uma turbina de impulso de estágio único e duas bombas centrífugas, uma de oxidante e uma de combustível, todas acopladas num mesmo eixo. A inércia dos fluidos nas bombas não são consideradas. Os gases na turbina são considerados gases ideais e estão sujeitos a processos isentrópicos. Consideram-se perdas mecânicas nestes dispositivos, porém, as variações de eficiência com a rotação são desprezíveis nas bombas, mas não na turbina. Incorpora uma equação para a inércia do conjunto, duas para as bombas e uma para a eficiência da turbina.

$$\begin{aligned} \frac{d\overline{\Delta n}}{dt} &= \frac{1}{1 + \overline{\Delta n}} [K_1 \overline{\Delta p_{1t}} + K_2 \overline{\Delta p_{1t} \Delta \eta_t} + K_3 \overline{\Delta \eta_t} + \\ &+ K_{4f} \overline{\Delta p_{1f}} + K_{5f} \overline{\Delta p_{1f} \Delta m_f} - K_{6f} \overline{\Delta m_f} - K_{7f} \overline{\Delta m_f \Delta p_{2f}} - K_{8f} \overline{\Delta p_{2f}} + \\ &+ K_{4o} \overline{\Delta p_{1o}} + K_{5o} \overline{\Delta p_{1o} \Delta m_o} - K_{6o} \overline{\Delta m_o} - K_{7o} \overline{\Delta m_o \Delta p_{2o}} - K_{8o} \overline{\Delta p_{2o}}] \\ \overline{\Delta p_{2f}} &= K_{9f} \overline{\Delta n}^2 + K_{10f} \overline{\Delta n} + K_{11f} \overline{\Delta n \Delta m_f} - K_{12f} \overline{\Delta m_f} - K_{13f} \overline{\Delta m_f}^2 + K_{14f} \overline{\Delta p_{1f}} \\ \overline{\Delta p_{2o}} &= K_{9o} \overline{\Delta n}^2 + K_{10o} \overline{\Delta n} + K_{11o} \overline{\Delta n \Delta m_o} - K_{12o} \overline{\Delta m_o} - K_{13o} \overline{\Delta m_o}^2 + K_{14o} \overline{\Delta p_{1o}} \\ \overline{\Delta \eta_t} &= K_{15} \overline{\Delta n} - K_{16} \overline{\Delta n}^2 - K_{17} \overline{\Delta n}^3 \end{aligned}$$

## 3. IMPLEMENTAÇÃO EM MATLAB/SIMULINK

Cada componente do MFPL, modelado no tópico anterior em termos de flutuações relativas, é implementado utilizando-se os recursos disponíveis no software MATLAB/SIMULINK. As equações dinâmicas são inseridas na forma de diagramas de blocos que, posteriormente, são encapsulados, a fim de viabilizar uma interface mais amigável ao usuário. Tais blocos compõem uma biblioteca denominada *Propulsão* (Figura 1). Em cada bloco existe uma opção que permite ao usuário, em caso de necessidade, inibir as parcelas não lineares destas equações, de tal forma que  $\overline{\Delta x}^2 \approx 0$ ,  $\overline{\Delta x_1 \Delta x_2} \approx 0$  e  $(1 + \Delta x)^2 \approx 1$ .

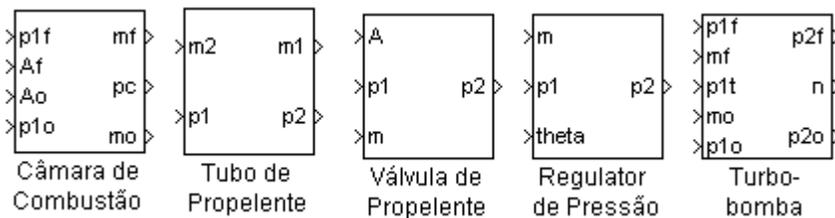


Figura 1 – Blocos da biblioteca *Propulsão*

## 4. SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL

Os parâmetros para o modelo foram obtidos a partir do projeto preliminar de um MFPL pressurizado por turbobomba cujas características são semelhantes às do motor denominado RD-0109 de fabricação russa. Este projeto tem como características principais a utilização de oxigênio líquido e querosene como propelente, 75 kN de empuxo no vácuo e 8 MPa de pressão de câmara. O modelo físico do motor pode ser observado a seguir (Figura 2).

$$\begin{aligned}\overline{\Delta m_f} &= \overline{\Delta A_f} + \frac{1}{2}\overline{\Delta A_f}^2 - \frac{1}{2}\overline{\Delta m_f}^2 + (1 + \overline{\Delta A_f})^2(K_{1f}\overline{\Delta p_{1f}} - K_{2f}\overline{\Delta p_c}) \\ \overline{\Delta m_o} &= \overline{\Delta A_o} + \frac{1}{2}\overline{\Delta A_o}^2 - \frac{1}{2}\overline{\Delta m_o}^2 + (1 + \overline{\Delta A_o})^2(K_{1o}\overline{\Delta p_{1o}} - K_{2o}\overline{\Delta p_c}) \\ T\frac{d\overline{\Delta p_c}}{dt} + \overline{\Delta p_c} &= K_{3f}\overline{\Delta m_f}(t - \tau) + K_{3o}\overline{\Delta m_o}(t - \tau)\end{aligned}$$

## 2.2 Bloco Válvula de Propelente

Este bloco representa tanto uma válvula, que possui área de passagem variável, quanto uma placa de orifício, cuja área de passagem é fixa. Da mesma forma que os injetores, estes dispositivos são modelados como constritores ideais onde ocorre uma queda de pressão do fluido durante a passagem por estes.

$$\overline{\Delta p_2} = K_1\overline{\Delta p_1} + \frac{1}{(1 + \overline{\Delta A})^2}(K_2\overline{\Delta A} + K_3\overline{\Delta A}^2 - K_4\overline{\Delta m} - K_5\overline{\Delta m}^2)$$

## 2.3 Bloco Tubo de Propelente

Este bloco representa tanto um tubo alimentação de propelente quanto o conjunto de dutos de refrigeração da câmara. Neste último caso, deve-se considerar tal conjunto como sendo um tubo de raio equivalente, com a mesma perda de carga e espessura infinita. Incorpora duas equações que modelam, respectivamente, a inércia do fluido juntamente com o atrito viscoso e a compressibilidade do fluido juntamente com a dilatação do tubo. Assume-se que as paredes são adiabáticas e as vazões e pressões alteram-se de forma instantânea nas seções extremas do tubo, sendo uniformes no seu interior.

$$\begin{aligned}T_1\frac{d\overline{\Delta m_1}}{dt} + \overline{\Delta m_1} &= K_1\overline{\Delta p_1} + K_2\overline{\Delta p_2} - \frac{1}{2}\overline{\Delta m_1}^2 \\ T_2\frac{d\overline{\Delta p_2}}{dt} &= \overline{\Delta m_1} - \overline{\Delta m_2}\end{aligned}$$

## 2.4 Bloco Regulador de Pressão

Este bloco representa tanto um regulador automático de pressão, onde a pressão de saída é constante, quanto um regulador de empuxo, onde a pressão regulada pode ser alterada por comando externo. Possui duas molas trabalhando no mesmo sentido, porém em lados opostos de um fole metálico que isola o fluido dos outros dispositivos do regulador. Este fole está acoplado a uma haste que regula a área de passagem do fluido. Incorpora uma equação que relaciona a área de passagem à posição da haste, uma que modela o sistema massa/mola/amortecedor e uma que denota a queda de pressão na região de área variável, tal como numa válvula. Nenhuma troca de calor é considerada neste componente.

$$\begin{aligned}\overline{\Delta A} &= K_1\overline{\Delta z} - K_2\overline{\Delta z}^2 && \left( \text{restrição} : -1 \leq \overline{\Delta z} \leq \frac{z_{\text{máx}}}{z} - 1 \right) \\ T_2^2\frac{d^2\overline{\Delta z}}{dt^2} + T_1\frac{d\overline{\Delta z}}{dt} + \overline{\Delta z} &= -K_3\overline{\Delta p_1} + K_4\overline{\Delta p_1}\overline{\Delta A} + K_5\overline{\Delta A} - K_6\overline{\Delta A}\overline{\Delta p_2} - K_7\overline{\Delta p_2} + K_8\overline{\Delta \theta} \\ \overline{\Delta p_2} &= K_9\overline{\Delta p_1} + \frac{1}{(1 + \overline{\Delta A})^2}(K_{10}\overline{\Delta A} + K_{11}\overline{\Delta A}^2 - K_{12}\overline{\Delta m} - K_{13}\overline{\Delta m}^2)\end{aligned}$$

A cronologia de eventos é de fundamental importância para as fases de partida e de corte do motor, uma vez que vários componentes devem entrar em operação de forma sincronizada, exigindo a determinação criteriosa do instante de início de operação de cada um deles, assim como da duração de cada processo.

O estudo dos transitórios de partida, de corte e de mudança do nível de empuxo assim como os devidos a perturbações no sistema hidropneumático é de fundamental importância do ponto de vista de projeto, uma vez que vários parâmetros podem ser adequadamente ajustados para satisfazer os requisitos operacionais apenas quando se conhece o comportamento dinâmico do sistema.

Neste contexto, este trabalho apresenta um modelo dinâmico para MFPL durante a fase de operação normal, sendo adequado ao estudo de instabilidades de baixa frequência, assim como ao estudo de transitórios devidos a pequenas mudanças no nível de empuxo ou a pequenas perturbações ocorridas no sistema hidropneumático.

## 2. MODELO MATEMÁTICO

O modelo matemático, composto por equações algébricas e diferenciais ordinárias, descreve o comportamento dinâmico de vários elementos que compõem o motor, tais como: câmara de combustão, válvula de propelente, tubo de propelente, regulador de pressão e turbobomba.

Através de substituições convenientes, as expressões do modelo matemático são modificadas para denotarem apenas flutuações das variáveis temporais relativas aos valores nominais de projeto e referidas daqui por diante simplesmente por *flutuações relativas*. De uma maneira geral, sendo  $x(t)$  uma variável temporal com uma flutuação  $\Delta x(t)$  em torno de seu valor nominal de projeto  $x_{nom}$ , então, pode-se definir a flutuação relativa como sendo:

$$\overline{\Delta x} = \frac{x(t)}{x_{nom}} - 1 \quad (2.1)$$

### Lista de símbolos

$A$  – área de passagem de propelente  
 $m$  – vazão mássica de propelente  
 $n$  – rotação da turbobomba  
 $p$  – pressão na linha ou câmara  
 $z$  – posição linear da haste do regulador  
 $\eta$  - eficiência total  
 $\theta$  - posição angular do mecanismo

### Lista de subscritos

$c$  – câmara de combustão  
 $f$  – combustível  
 $o$  – oxidante  
 $t$  – turbina  
 $1$  – entrada  
 $2$  – saída

### 2.1 Bloco Câmara de Combustão

Este bloco representa tanto uma câmara de combustão quanto um gerador de gás, uma vez que a saída é dada em termos de pressão de câmara e não de empuxo. Incorpora duas equações referentes aos injetores de combustível e de oxidante e uma equação para a câmara de combustão. Os injetores são modelados como constritores ideais onde ocorre uma queda de pressão do fluido durante a passagem por estes. A câmara de combustão admite as hipóteses: tempo para preparação da mistura não nulo, combustão instantânea, temperatura constante, produtos da combustão comportam-se como gases ideais, pressão uniforme e instantânea, sem escoamento, processo isentálpico na câmara de combustão e processo isentrópico na tubeira.

# MODELAGEM DINÂMICA E SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DE MOTORES-FOGUETE A PROPELENTE LÍQUIDO UTILIZANDO MATLAB/SIMULINK

**Fausto Ivan Barbosa**

**Luiz Carlos Sandoval Góes**

Centro Técnico Aeroespacial, Instituto de Aeronáutica e Espaço, Pç. Marechal-do-Ar Eduardo Gomes, 50, Vila das Acácias, São José dos Campos, SP, Brasil. E-mail: [barbosafi@iae.cta.br](mailto:barbosafi@iae.cta.br), [goes@ita.cta.br](mailto:goes@ita.cta.br)

## Resumo

O projeto preliminar de um Motor-Foguete a Propelente Líquido (MFPL) pode ser fortemente auxiliado pela simulação dinâmica, possibilitando a correção de problemas importantes ainda no início da fase de desenvolvimento. Neste trabalho são apresentadas equações que modelam a dinâmica dos seguintes elementos básicos de um MFPL típico: câmara de combustão; válvula de propelente; tubo de propelente; regulador de pressão e turbobomba. A abordagem usada neste modelo matemático é feita em termos de flutuações das variáveis temporais relativas aos valores nominais de projeto, sendo adequada ao estudo de perturbações no sistema hidro-pneumático do motor durante a fase de operação em regime normal. Para fins de simulação numérica das equações, foi implementada uma biblioteca de blocos de usuário para aplicações específicas em sistemas MFPL usando-se o software MATLAB/SIMULINK. A influência do tempo para injeção, pulverização e mistura do propelente, aqui chamado de *tempo de preparo da mistura*, na estabilidade do sistema é feita através da análise de respostas a degrau e de respostas em frequência para a pressão na câmara de combustão.

**Palavras-chave:** Propulsão líquida, Motor-foguete, Foguete.

## 1. INTRODUÇÃO

Durante a fase de projeto preliminar de um MFPL, toda a atenção está voltada para a determinação dos parâmetros térmicos, hidráulicos, pneumáticos, mecânicos, estruturais e geométricos de seus subsistemas. Entretanto, os cálculos envolvidos levam em consideração apenas as características estáticas de cada componente do motor. Torna-se importante, então, a criação de modelos dinâmicos para se estudar o comportamento do motor quando todos seus componentes forem integrados.

Os modelos dinâmicos servem para se fazer prognósticos a respeito de instabilidades, para se estabelecer uma cronologia de eventos e para se estudar o desempenho do motor durante os transitórios.

As instabilidades podem levar o motor a uma perda de eficiência propulsiva ou a uma falha catastrófica devida a oscilações de pressão na câmara de combustão, podendo ser classificadas como de baixa e de alta frequência. As instabilidades de baixa frequência se devem à interação entre o sistema de alimentação, que possui características de inércia e de compliância, e a câmara de combustão, que está sujeita a retardo devido ao tempo de preparo de mistura. As instabilidades de alta frequência estão ligadas à interação entre as ondas de pressão geradas pelo processo de combustão e às propriedades acústicas da câmara de combustão.