

# INTERAÇÃO DE CONTATO DO PAR RODA/TRILHO

## **Roberto Spinola Barbosa**

Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo - IPT

Divisão de Tecnologia de Transportes - DITT

Caixa Postal 0141, cep. 01064-970, São Paulo, SP, Brasil.

E-mail: spinola@ipt.br

## **Resumo**

Componentes mecânicos com superfícies em contato de rolamento e submetidos a altas tensões, estão sujeitos a desgaste ou falha por fadiga quando em solicitação dinâmica repetitiva. Este fenômeno é comum em componentes mecânicos como rolamentos, dentes de engrenagem, conjunto camo/seguidor, rolo de laminadores, roda e trilho ferroviário, etc. A correta identificação do problema passa pela medição acurada da forma dos perfis das superfícies de contato e respectivo movimento relativo. Foi desenvolvida uma metodologia para medição e tratamento de perfil de superfície, baseada na descrição cartesiana da seção do componente em contato de rolamento com interpolação por *splines*. Esta análise foi aplicada ao caso particular do par de rolamento utilizado na ferrovia (roda e trilho), identificando as propriedades de contato. A partir destes resultados, pode-se caracterizar e analisar as tensões de contato, forma da elipse de contato, que influenciam no desgaste e na vida do par de rolamento. A forma dos perfis causa interferência no comportamento dinâmico do veículo (ângulo de contato, estabilidade, modo de movimento e inscrição em curvas) permitindo avaliar a segurança contra o descarrilamento.

**Palavras-chave:** dinâmica, contato, roda, trilho, ferrovia

## **1. INTRODUÇÃO**

Componentes mecânicos de rolamento produzem em geral altas tensões de contato que, devido sua geometria circular, forma área de contato elíptica com dimensões reduzidas. Desgaste ou falha por fadiga produzidos por solicitação dinâmica com cargas elevadas repetitivas, comuns na indústria, ocorrem em componentes como rolamentos, dentes de engrenagem, conjunto camo/seguidor, rolo de laminadores, roda e trilho ferroviário, etc.

A solução ou minimização deste problema passa invariavelmente pelo correto diagnóstico do problema e adequada ação corretiva. Uma análise metalúrgica elementar (macro, micrografia e inspeção visual), permite identificar a natureza da falha. Medida experimental ou modelagem teórica e simulação numérica do comportamento dinâmico do elemento, permitem identificar a magnitude e a distribuição das solicitações causadoras da falha. Alterações de projeto ou característica do material, permitem ajustar a capacidade do produto ou sistema para a expectativa de solicitações em uso.

Para determinação das tensões é necessária uma precisa descrição das superfícies de

contato, permitindo o uso de formulação analítica para a determinação de sua deformação. A busca da identificação das tensões de contato vem sendo estudada desde o século XVIII com *Hertz*, que desenvolveu as primeiras formulações para o cálculo das tensões devido a carga normal. As solicitações tangenciais, produzidas pela transmissão de torque entre os corpos em contato (por ex. freagem), foram desenvolvidas analiticamente por *Liu* (1954), permitindo contemplar estes efeitos na distribuição de tensões.

Quando dois corpos elásticos rolam um sobre o outro, os pontos de sua superfície que entram em contato, podem permanecer lado a lado durante a passagem pela zona de contato devido as deformações elásticas locais, até o ponto onde as contrações tangenciais desenvolvidas pelas deformações superem um limite que é função da pressão normal e do coeficiente de atrito entre as superfícies. Esta hipótese foi a base da metodologia desenvolvida por *Kalker* (1967) para o cálculo das forças tangenciais de contato entre corpos em rolamento. Além das solicitações impostas aos elementos mecânicos, em muitas aplicações há movimentos relativos entre os corpos (translação ou angular). Isto exige um tratamento especial que permita identificar as propriedades de contato em função de uma variável particular. Este é caso típico do par de rolamento composto pela roda e o trilho ferroviário.

## 2. MODELO DINÂMICO DO VEÍCULO

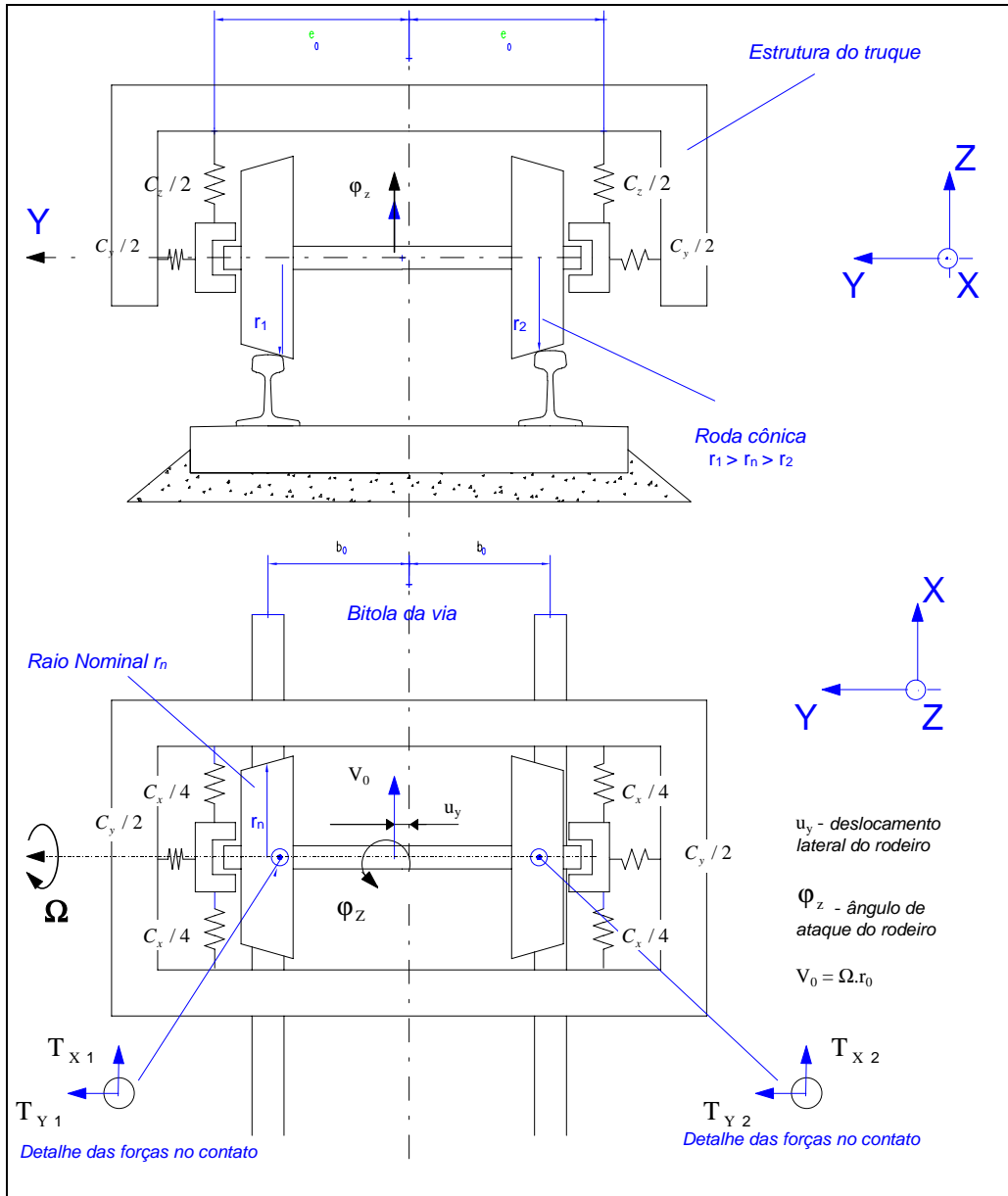
O veículo metro-ferroviário possui dois truques formados por um par de rodeiros e uma estrutura que suporta a suspensão primária e faz a interligação com a caixa (suspensão secundária). Uma representação simplificada (*Barbosa*, 1996) de  $\frac{1}{4}$  do conjunto mecânico do veículo, pode ser observada na Figura 1. O sistema linear foi matematicamente modelado com dois graus de liberdade correspondente ao deslocamento lateral do rodeiro  $u_y$  em relação à via e rotação angular  $\phi_z$  usualmente chamado de ângulo de *yaw*. O sistema de referência adotado está vinculado à estrutura do truque e trafega junto a este a uma velocidade constante  $V_o$ . Assumindo pequenos deslocamentos e desconsiderando os efeitos inerciais do truque, as equações de movimento foram obtidas a partir da aplicação da 2ª lei de *Newton* aplicada sobre o corpo nas direções dos graus de liberdade, obtendo-se um conjunto de equações diferenciais com termos constantes expresso por:

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & \Theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_y \\ \ddot{\phi}_z \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_y & 0 \\ 0 & c_x e_o^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_y \\ \phi_z \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} T_{y1} + T_{y2} \\ b_o (T_{x1} - T_{x2}) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_y \\ T_\phi \end{Bmatrix} \quad (1)$$

De maneira simplificada, pode-se exprimir as forças no contato nas direções longitudinal  $T_{xi}$  e lateral  $T_{yi}$  como sendo proporcionais às velocidades relativas  $v_{xi}$  e  $v_{yi}$  entre as superfícies de contato roda/trilho. As constantes de proporcionalidade,  $k_x$  e  $k_y$ , relacionam os micro-escorregamentos entre as superfícies da seguinte forma:

$$T_{x_{1,2}} = k_x \frac{\vartheta_{x_{1,2}}}{V_o} \quad e \quad T_{y_{1,2}} = k_y \frac{\vartheta_{y_{1,2}}}{V_o} \quad (2)$$

$$T_{x_2} = -T_{x_1} = k_x \left( \frac{\lambda u_y}{r_o} + \frac{\dot{\phi}_z b_o}{V_o} \right) \quad e \quad T_{y_1} = T_{y_2} = k_y \left( -\phi_z + \frac{\dot{u}_y}{V_o} \right) \quad (3)$$



**Figura 1 - Modelo do Rodeiro Metro-Ferroviário**

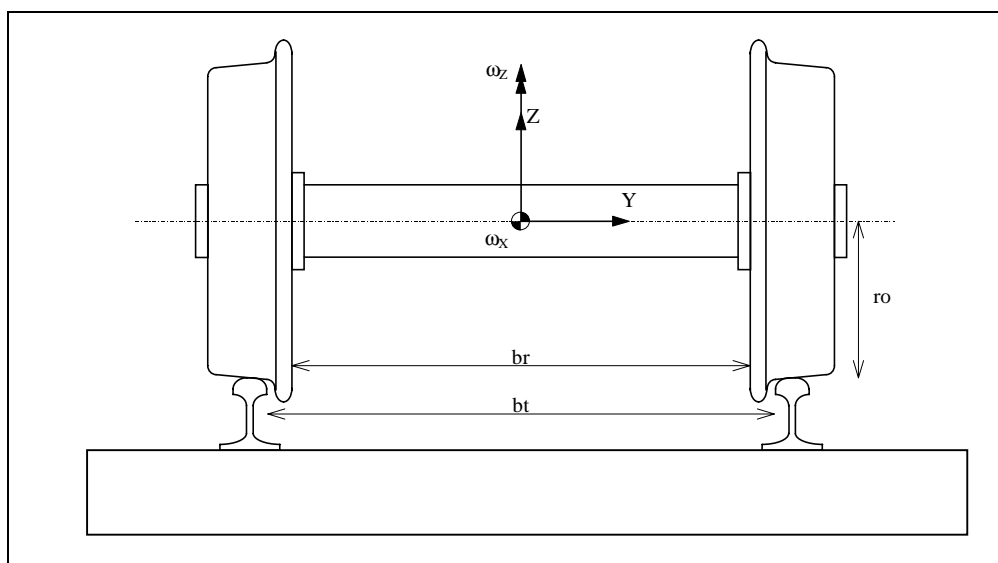
Substituindo as expressões acima na equação de movimento, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & \Theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_y \\ \ddot{\phi}_z \end{Bmatrix} + \frac{1}{V_0} \begin{bmatrix} 2k_y & 0 \\ 0 & 2k_x b_0^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_y \\ \dot{\phi}_z \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_y & -2k_y \\ 2k_x \lambda b_0 / r_0 & c_x e_0^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_y \\ \phi_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_y \\ T_\phi \end{Bmatrix} \quad (4)$$

Observa-se que o termo da primeira derivada é inversamente proporcional a velocidade  $V_0$  do veículo. Assim, o amortecimento modal resultará menor em função do aumento da velocidade. A frequência modal corresponde a uma determinada velocidade, pode ser traduzida por um comprimento de onda (aproximadamente constante) se dividida pela velocidade (Barbosa, 1996). Como o sistema real não é linear, as propriedades de contato devem ser determinadas em função do deslocamento lateral. Assim, a conicidade e a proporção da elipse de contato, devem ser calculadas e tabeladas para uso em simulação do comportamento dinâmico do veículo em modelos completos não lineares (Barbosa, 1999).

### 3. PROPRIEDADES DE CONTATO

Para a identificação das propriedades de contato, aqui definidas como o conjunto de informações calculadas para o contato em função de uma determinada variável, é necessária concepção do modelo do par de contato. No caso particular do sistema rodeiro/via, composto de dois corpos rígidos (rodeiro com duas rodas ligadas rigidamente por um eixo, via com dois trilhos rigidamente ligados por dormentes) e considerando que a seção longitudinal é invariável, a seção transversal é suficiente para identificar as superfícies. Como o direcionamento dinâmico do rodeiro sobre a via é feito através do deslocamento lateral  $Y$  e angular  $\omega_z$ , adota-se a variável correspondente ao deslocamento lateral como base, uma vez que os valores de ângulo de direcionamento (ângulo de *yaw*) usuais são muito pequenos, não afetando significativamente a seção dos perfis (da ordem de mili-radianos).



**Figura 2 - Seção da Via Férrea (rodeiro e conjunto trilho/dormente)**

A superfície dos corpos em contato deve ser adequadamente identificada e descrita. Considerando a seção da via, os corpos passam a ser identificados por perfis que podem ser medidos pontualmente com aparelho próprio (perfilômetro de roda e/ou trilho) ou gerado a partir de definições geométricas construtivas (norma de fabricação). Nota-se que o perfil é caracterizado de forma discreta por pares ordenados de pontos em coordenadas cartesianas. Disto resulta aspectos importantes de resolução (pontos por milímetros) e precisão de medida.

Uma vez estabelecido o modelo e descrito os perfis, deve-se localizar o pontos de contato em função da variável de referência. Para tanto, os perfis de roda são posicionados relativamente a distância  $br$  e os perfis do trilho a distância  $bt$  correspondente a bitola da via, conforme apresentado na Figura 2. O ponto de contato para um determinado deslocamento lateral  $Y$  do rodeiro, é identificado como sendo a menor distância entre o perfil da roda e do trilho na direção vertical. Este conceito é válido para um determinado ângulo de rotação  $\omega_x$  do rodeiro no plano  $YZ$ . Como as distâncias entre os perfis do lado esquerdo e direito podem ser diferentes, um método iterativo é utilizado para recalculas as distâncias entre os perfis em corpos rotacionados. As propriedades de contato do par roda/trilho calculadas para cada passo de deslocamento lateral são:

- Posição de contato no perfil da roda e do trilho.
- Variação do raio da roda e ângulo de inclinação do rodeiro.
- Ângulo do plano de contato (Segurança).
- Dimensões e área da elipse de contato.
- Conicidade efetiva (Estabilidade).
- Tensão de Contato (Falha).
- Raio de inscrição em curva (Desgaste).

Cada aspecto possui uma contribuição específica na avaliação do desempenho do par de rolamento composto pelo conjunto rodeiro/via metro-ferroviário, cujas características serão descritas a seguir.

### 3.1 Direcionamento e Inscrição em Curva

O rodeiro com rodas cônicas, rigidamente conectadas entre si, utilizado nos sistemas metro-ferroviários possui a propriedade conseqüente de auto-guiamento, indispensável para a centralização do rodeiro em retas e inscrição em curvas. Quando o veículo trafega pela via com irregularidades, está sujeito a excitação que o tira do equilíbrio. Como as rodas são cônicas, o sistema mecânico formado com o restante da suspensão, induz a centralização do rodeiro, garantindo o direcionamento. Este aspecto, entretanto, produz um sistema dinâmico de direcionamento com modos de movimento e amortecimento modal. A inscrição do rodeiro em curvas é realizada pelo deslocamento lateral do rodeiro em relação aos trilhos que produz diferentes raios de rolamento entre as rodas, devido a conicidade da pista de rolamento, forçando o percurso em trajetória geométrica circular. O raio de inscrição por rolamento do rodeiro é função direta do raio da roda  $r_n$ , distância  $b$  entre os trilhos e inversa da conicidade  $\lambda$ . Assim, para um curva de raio  $R$  o deslocamento lateral  $Y$  necessário para a realização da inscrição por rolamento puro é dado pela fórmula:

$$Y = \frac{b r_n}{2R\lambda} \quad (5)$$

### 3.2 Estabilidade

A estabilidade dinâmica lateral do truque está ligada às características inerciais do rodeiro e da suspensão primária. O conjunto formado pela roda cônica e rigidez longitudinal da suspensão, compõe um sistema dinâmico, cujos modos de movimento possuem amortecimento modal dependente da velocidade. Desta forma, o ciclo limite fica definido pela expressão (Gash, 1987):

$$V_c = 2\pi f_n \sqrt{\frac{b r_o}{k \lambda}} \quad (6)$$

Observa-se nesta expressão que a velocidade crítica é inversamente proporcional à conicidade da roda, conforme apresentado na equação geral de movimento do truque (4). A conicidade do conjunto roda/trilho é de fato quem altera esta característica. A conicidade efetiva  $\lambda_e$ , é obtida pela interação entre os perfis:

$$\lambda_e = \lambda_n r_T / (r_T - r_t) \quad (7)$$

### 3.3 Segurança

Um ponto importante é a segurança contra o descarrilamento do veículo em tráfego. Este aspecto pode ser verificado com ajuda do ângulo do plano de contato que traduz um limite entre a relação de forças no contato (Vertical e Lateral). Este limite é estabelecido por relações geométricas das forças projetadas no plano de contato e expressa por (Barbosa, 1994):

$$\frac{L}{V} = \frac{\tan \Theta - \mu}{1 + \mu \tan \Theta} \quad (8)$$

Nota-se que a geometria dos perfis define um plano de contato, cujo valor aumenta proporcionalmente a segurança. Nota-se também que o coeficiente de atrito entre os corpos influencia inversamente este limite.

### 3.4 Descrição do Perfil

Como as superfícies são identificadas de forma discreta (medidas ou geradas) através de pares ordenados de coordenadas cartesianas, técnicas de interpolação devem ser utilizadas para a descrição do perfil. Foi utilizada a *spline* para descrever o perfil dos corpos de forma suave. A *spline* tem a vantagem de poder ser utilizada com polinômios de baixa ordem, possuir derivada contínua entre trechos e dispor de grande quantidade de rotinas de manipulação desenvolvidas.

Existem duas formas comuns de constituição de *splines*. A representação polinomial (*piecewise polynomial*, ou forma pp) e a representação na forma de combinação linear (forma B). A representação polinomial  $P_j$ , utilizada neste trabalho, descreve a curva em termos de polinômio local de coeficientes  $C_{ij}$  para cada intervalo entre os pontos  $b_1, \dots, b_{j+1}$ , exclusivamente crescentes.

$$P_j(x) = \sum_{i=1}^k \frac{(x - b_j)^{k-i}}{(k-i)!} c_{ij} \quad (9)$$

A descrição dos perfis com *splines*, permite a manipulação das curvas, alisamento pelo métodos de erros de mínimos quadrados e principalmente, descreve a curva com funções de derivadas contínuas. Este aspecto é importante, pois permite o cálculo das derivadas com facilidade, necessário para a determinação da curvatura do perfil. Para o cálculo das tensões de contato é utilizada a curvatura do perfil dado pela expressão:

$$C_y = \frac{z_y''}{(1 + z_y'^2)^{3/2}} \quad (10)$$

### 3.5 Cálculo das Tensões

A metodologia utilizada para o cálculo da área de contato e portanto das tensões está baseada na metodologia de Hertz (*On the Contact of Elastic Solids*, 1881 in *Seely*, 1952). Assume-se que os corpos em contato sejam homogêneos, isotrópicos e elásticos de acordo com a lei de *Hook*. Considerando que o par de contato, devido a sua forma geométrica apresente uma região de contato na forma elíptica, pode-se expressar a profundidade (ou

deformação de penetração) pela expressão:

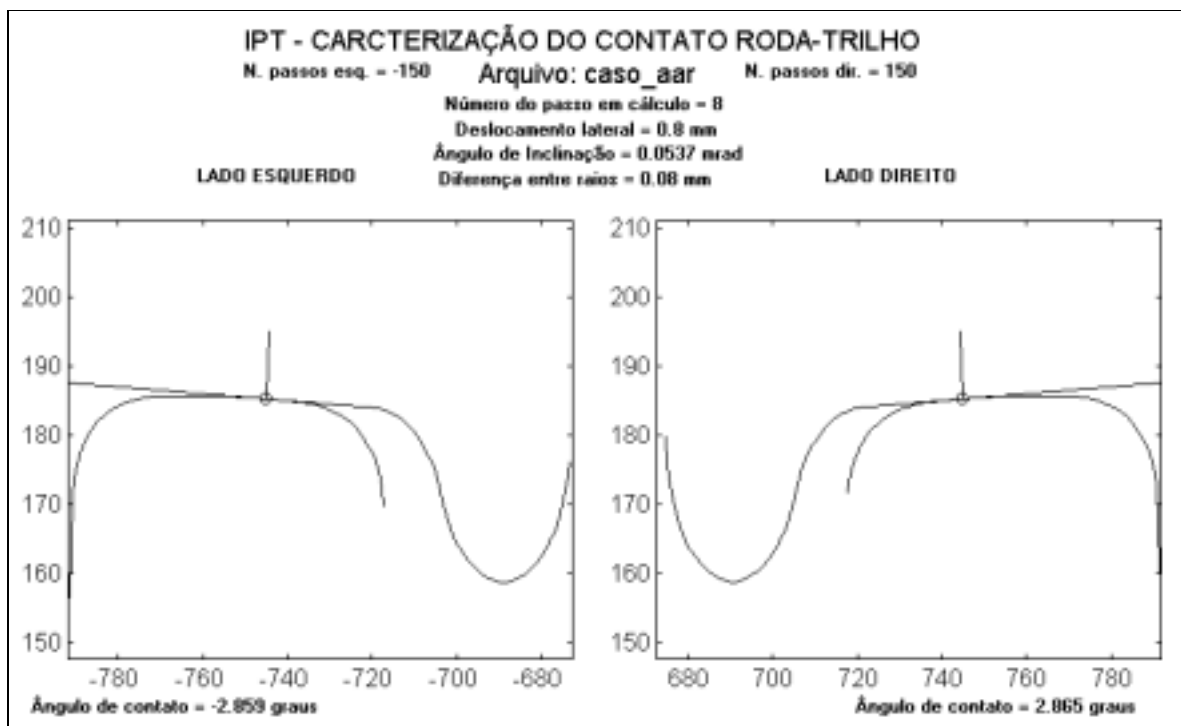
$$z = Ax^2 + By^2 \quad (11)$$

$$\sigma \cong b \left( \frac{1}{R_{1R}} + \frac{1}{R_{2R}} + \frac{1}{R_{1T}} + \frac{1}{R_{2T}} \right) \left( \frac{E}{1-\nu^2} \right) \quad (12)$$

As tensões são proporcionais a soma das curvaturas (inverso do raio) das superfícies nas várias direções, módulo de elasticidade do material ( $E$ ) e coeficiente de *poisson* ( $\nu$ ). As tensões máximas longitudinais ( $\sigma_x$  e  $\sigma_y$ ) ocorrem na superfície, decrescendo para dentro do corpo. A tensão octaédrica máxima de cisalhamento ( $\tau_G$ ), que causa falhas, ocorre na metade da largura da elipse ( $0.5 b$ ) abaixo da superfície. Expressões completas sobre as tensões podem ser obtidas em diversas referências bibliográficas (*Seely*, 1952).

#### 4. CÁLCULO DAS PROPRIEDADES DE CONTATO

A metodologia adotada para determinar as propriedades de contato consiste na identificação da posição geométrica de contato entre a roda e o trilho para um determinado deslocamento lateral do rodeiro em relação a via, considerando as superfícies como perfis indeformáveis. Feita esta suposição, o problema torna-se puramente geométrico e consiste, basicamente, em determinar o ponto onde a distância entre a roda e o trilho é menor. Como as cotas verticais das duas rodas podem resultar em alturas diferentes, é necessário determinar também a rotação do rodeiro. Para tanto, utiliza-se um método iterativo.



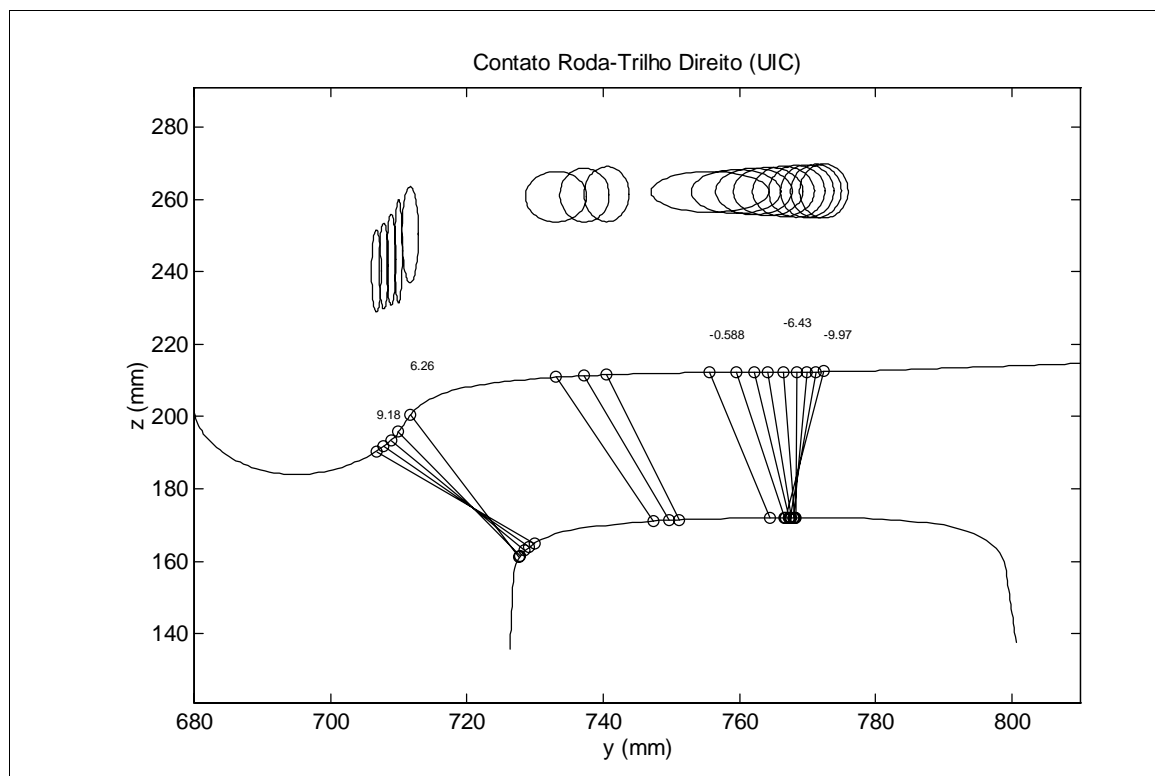
**Figura 3 - Tela de Acompanhamento de Cálculos**

Utilizando-se de manipulação de *splines* e de análise e posicionamento geométrico dos perfis do rodeiro sobre a via, pode-se determinar os pontos de contato. Isto é feito deslocando-se lateralmente os perfis que compõem o rodeiro e rotacionando o rodeiro de forma interativa,

até que se consiga uma distância idêntica entre os perfis da roda e do trilho do lado esquerdo e direito, ou seja, até que ocorra o contato entre os dois lados simultaneamente. O cálculo da elipse de contato utiliza a teoria de Hertz, considerando apenas a existência de um ponto de contato. A Figura 3 apresenta uma visualização gráfica do programa que calcula as propriedades de contato. Além do cálculo das propriedades de contato entre roda e trilho, aplicativos de pré e pós-processamento permitem visualizar as propriedades de contato de forma rápida, com alto grau de interface com usuário. Os resultados gráficos estão apresentados no próximo item.

## 5. RESULTADOS

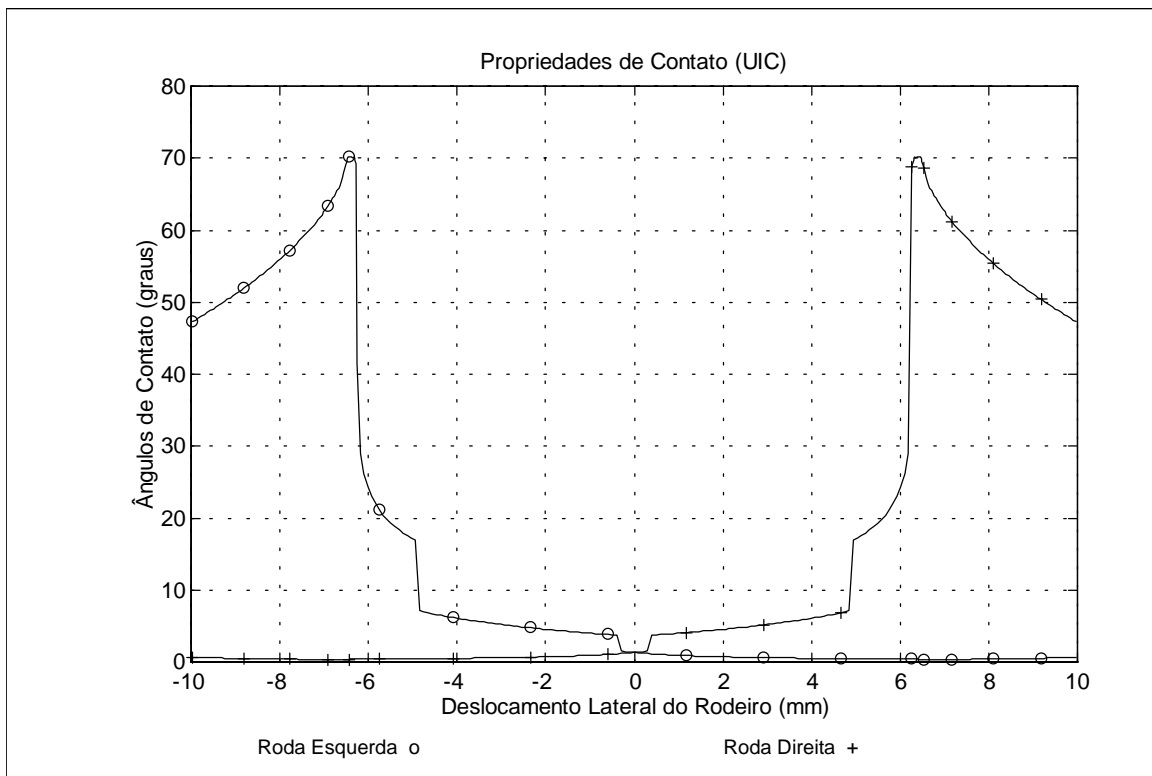
Os resultados dos cálculos podem ser observados nos próximos gráficos, que relatam os resultados do par de perfil europeu (UIC-ORE) de roda S1002 e trilho UIC-60. Observa-se na Figura 4 a forma dos perfis, as linhas de contato para cada valor de deslocamento lateral e a forma e dimensões da elipse de contato.



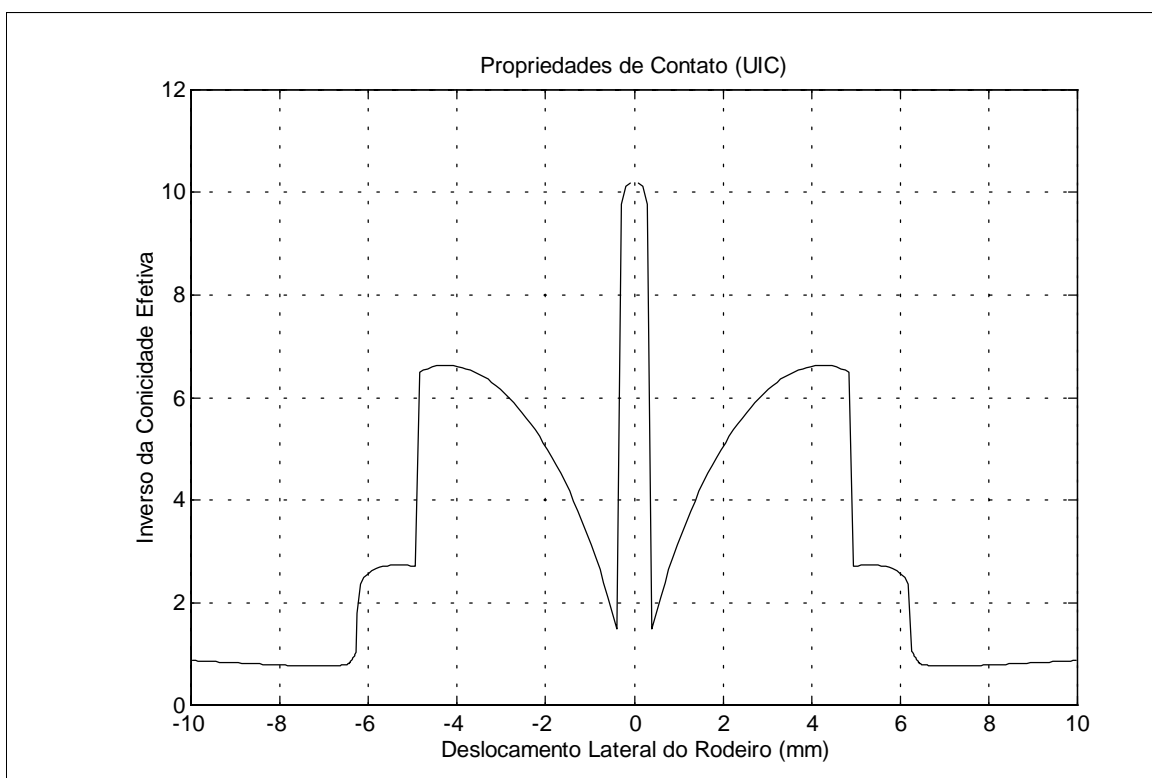
**Figura 4 - Posição de Contato Roda/Trilho (elipse de contato)**

Observa-se nos resultados apresentados na Figura 5 o ângulo máximo de contato de  $70^\circ$ , que permite determinar a segurança contra o descarrilamento deste par (L/V). Na Figura 6 observa-se que na região central, o perfil possui uma conicidade efetiva de  $1/10$ , aumentando em função do deslocamento lateral. Valores de conicidade desta ordem, produzem baixa velocidade crítica para o conjunto. Como conseqüência da conformidade entre os perfis, a tensão de contato é baixa (700 MPa) resultando numa área de contato de cerca de  $180 \text{ mm}^2$ . O raio de inscrição em curva tem valor de 450 metros antes da descontinuidade que corresponde ao ponto de contato do friso da roda com o trilho.

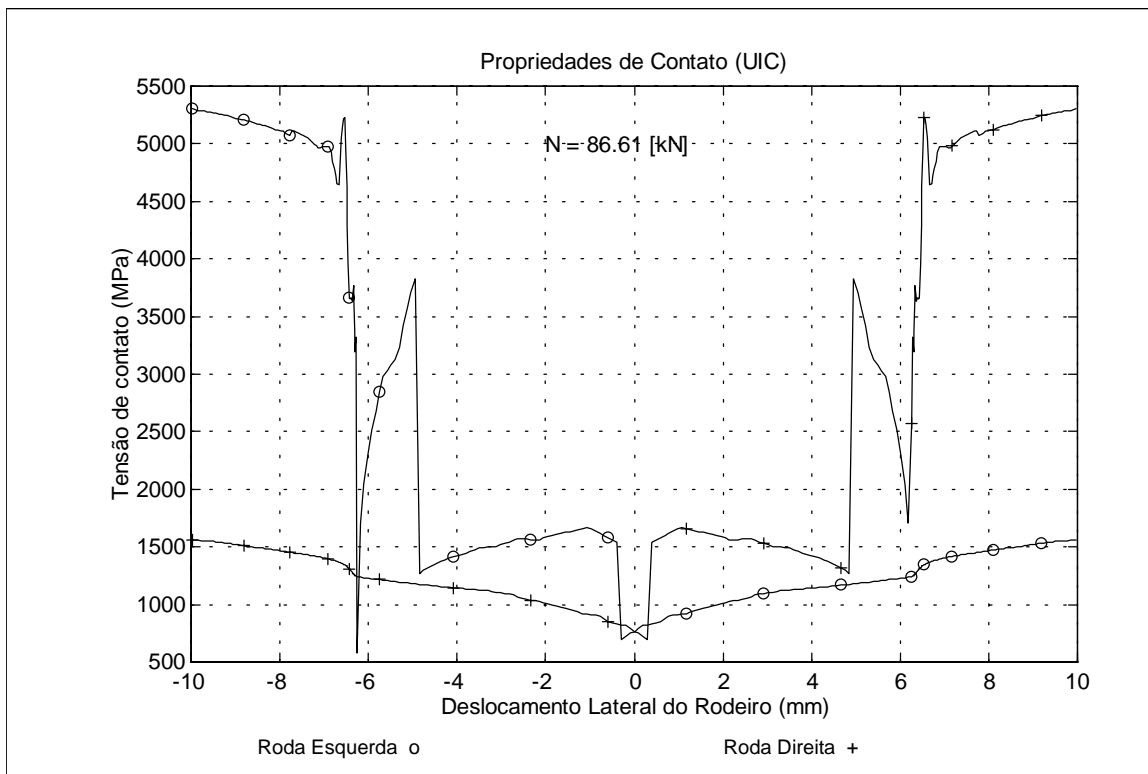




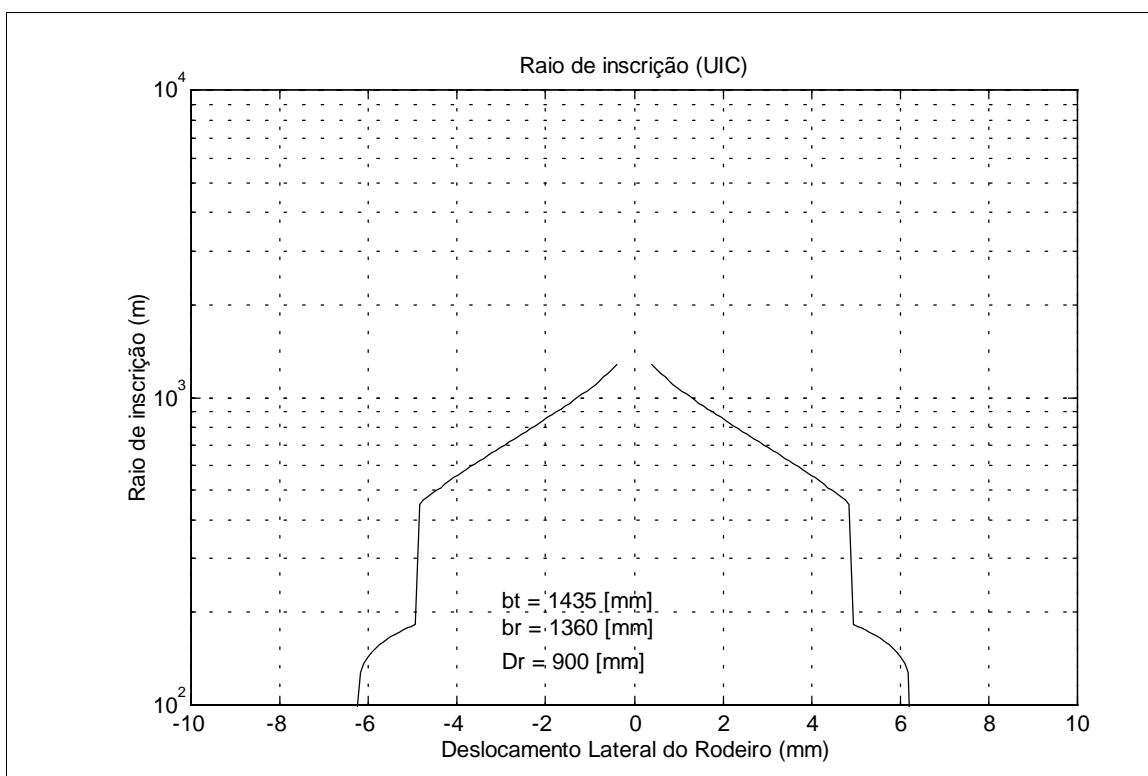
**Figura 5 - Ângulo de Contato Roda/Trilho**



**Figura 6 - Inverso da Conicidade Efetiva**



**Figura 7 - Tensão de Contato Roda/Trilho**



**Figura 8 - Raio de Inscrição em Curva**

## 6. CONCLUSÕES

A partir dos resultados das propriedades de contato, pode-se caracterizar e analisar aspectos do comportamento dinâmico do truque (estabilidade, modo de movimento e inscrição em curvas) relacionados com a segurança contra o descarrilamento. Isto permite projetar e/ou alterar características da suspensão ou mesmo dos perfis em uso, melhorando a condição de tráfego do veículo. Além dos aspectos dinâmicos, as tensões de contato, ângulo de contato, revelam aspectos importantes do par de rolamento relacionados com o desgaste, e portanto, da vida dos componentes.

A metodologia de cálculo aqui apresentada e implementada no programa de cálculo de propriedades de contato (CCRT) desenvolvido no IPT, pode ser considerado, em conjunto com os aplicativos de pré e pós-processamento, um pacote completo de análise único no país. Esta contribuição é útil como ferramenta de avaliação e análise dos aspectos de contato entre superfícies, particularmente o caso da roda e trilho metro-ferroviário.

Recomenda-se para as próximas etapas de desenvolvimento deste tema, a abordagem dos seguintes aspectos:

- Deformação significativa do material.
- Tratamento de múltiplos pontos de contato.
- Contato não elíptico (não Hertziano).

## 7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Barbosa, R. S. (1993). Manual de Utilização do Programa de Caracterização do Contato Roda/Trilho. Relatório IPT nº 31.576, São Paulo, 36 pp.
- Barbosa, R. S. (1994). Inscrição em Curvas de Pequeno Raio. I Congresso Internacional de Material Rodante e Via Permanente, ABNT CB-06, 15 pp. Brasília - D.F.
- Barbosa, R. S. Costa, A. (1996). Dinâmica do Rodeiro Ferroviário. Revista Brasileira de Ciências Mecânicas - ABCM, v. 18, n. 4, p. 318-329.
- Barbosa, R. S. (1997). Vérification Expérimentale des Coefficients de Raideur au Contact. Laboratoire des Technologies Nouvelles (LTN), Institut de Recherche sur le Transport et leur Sécurité (INRETS), Paris, France, 56 pp.
- Barbosa, R. S. (1999). Aplicação de Sistemas Multicorpos na Dinâmica de Veículos Guiados. Tese de Doutorado. Orientador Prof. PhD. Álvaro Costa Neto, Escola de Engenharia de São Carlos (EESC), Universidade de São Paulo (USP), 273 p.
- Gash R.; Knothe K. (1987). Structurdynamik - Band 1: Diskrete Systeme, Editora Springer-Verlag, 445 pp., Berlin.
- Kalker, J. J. (1982). A fast algorithm for the simplified theory of rolling contact. Journal of Vehicle System Dynamics, Swets & Zeitlinger, v. 11, p. 1-13.
- Kalker, J. J. (1967). On the rolling contact of two elastic bodies in the presence of dry friction. Delft, Netherlands. PhD. Thesis, Delft University.
- Seely, F. B. Smith, J. O. (1952). Advanced Mechanics of Materials, University of Illinois, 2<sup>nd</sup> Edition, 450 pp., Editora John Willey & Sons, EUA.