

# ANÁLISE DA ESTABILIDADE DE AGARRAMENTO EM MANIPULADORES ROBÓTICOS

**Max Suell Dutra**

**Marco Hiroshi Naka**

Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE-Programa de Engenharia Mecânica

C. P. 68503, CEP 21945-970, Rio de Janeiro, Brasil - E-mail: {max, mnaka}@serv.com.ufrj.br

## **Resumo**

As tarefas de um manipulador robótico se resume em agarrar objetos e alterar a sua orientação ou posição através de um sistema articulado. No ato do agarramento, algumas considerações devem ser feitas, sendo que uma das principais é a questão da segurança do agarramento. Entende-se como segurança no agarramento, a não ocorrência do escorregamento do objeto e a não destruição do mesmo através de forças excessivas. Na primeira abordagem, relacionada com o objeto, é considerada a questão da estabilidade no agarramento, e as variáveis que a regem. Na segunda abordagem é observada a questão da estabilidade do contato, as forças resultantes e o comportamento do manipulador quando submetido à ação de uma força perturbadora durante o agarramento. Neste trabalho, busca-se apresentar a análise física e matemática do agarramento, destacando a importância da determinação da força resultante nos mecanismos múltiplos e da força interna entre os mecanismos.

**Palavras-chave:** manipuladores, estabilidade, cone de atrito, agarramento e elipsóide de contato

## **1. INTRODUÇÃO**

O ser humano pode de olhos vendados, perceber e diferenciar uma laranja de um ovo e manipulá-los de forma adequada, sem danificá-los. Já nos sistemas robóticos normais, tem-se esse tipo de problema, pois tais sistemas não possuem capacidade de diferenciar os objetos manipulados e nem de aplicar uma força adequada sem provocar danos (Dario & De Rossi, 1985). O sistema de visão com reconhecimento dos objetos ainda não é confiável sem uma grande quantidade de informação. Com a finalidade de reconhecer objetos, são utilizados sensores tácteis nestes sistemas. Para que este sistema de reconhecimento funcione é imprescindível que haja um controle de forças associados a essa rede de sensores, de tal forma que as forças exercidas sejam adequadas e assegurem um agarramento estável. Para que este controle seja adequado é necessário avaliar física e matematicamente o aperto executado por cada garra mecânica a ser projetada. Segundo Jameson et al. (1986) a estabilidade do aperto tem pelo menos dois aspectos relevantes a serem observados: o primeiro é a capacidade de retorno para a posição de equilíbrio estático quando a posição do objeto é modificada. Isto pode ser chamado de estabilidade de aperto e está associada a uma restauração das forças aplicadas (Hanafusa & Asada, 1977) (Cherif & Gupta, 1999). O segundo aspecto importante é a capacidade de manter o contato sobre o objeto, quando o mesmo é submetido a ação de forças perturbadoras, isto pode ser chamado de estabilidade de contato. Esta concepção pode ser associada a resultante das forças

externas (equação 2), a questão das forças internas e ao atrito entre a garra mecânica e o objeto manipulado (Nakamura et al., 1989). E é sob essa concepção que este trabalho será desenvolvido.

Voltando ao primeiro aspecto, relativo a estabilidade do aperto, é observado que quando um objeto, sem restrições à sua movimentação, é agarrado e os dedos não definem uma posição de equilíbrio estático adequado, o dedo se movimentará até atingir a posição de equilíbrio estático, conforme esquematizado na figura 1 e 2.

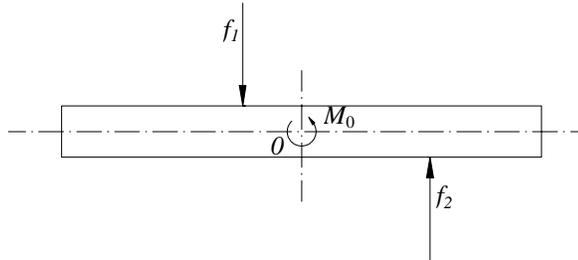


Figura 1. Ausência de Estabilidade Estática do Objeto

A resultante das forças externas  $F_0$  e o momento  $M_0$ , das forças externas aplicadas sobre o objeto pode ser dado por:

$$F_0 = \sum_{i=1}^n f_i + m_0 g \quad (1)$$

$$M_0 = \sum r_i \times f_i \quad (2)$$

onde,  $f_i$  é força externa aplicada no  $i$ -ésimo contato,  $m_0$  é a massa do objeto e  $g$ , a aceleração da gravidade,  $r_i$  é a distância do centróide  $O$  até a força aplicada no  $i$ -ésimo contato.

Para que o objeto encontre uma posição de equilíbrio estático, é necessário que a equação (2) seja nula, o que não ocorre no exemplo da figura 1, se for considerado que todas as forças de contato exercidas sobre o objeto são iguais.

Observa-se também na figura 1 que, quando é analisada a estabilidade do aperto, é necessário que além da condição de livre movimentação do objeto seja também permitido o livre deslizamento dos dedos até atingir o ponto de equilíbrio estático (figura 2).

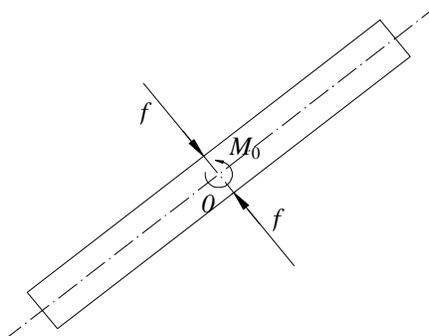


Figura 2. Objeto com Estabilidade Estática

O fator relevante dessa análise está na concepção do projeto da rigidez do dedo, de tal maneira que a rigidez total do sistema do dedo possa permitir a geração de forças de restauração para qualquer tipo de perturbação de posição do objeto.

Neste trabalho serão apresentados também, uma análise do mecanismo de agarramento sob uma visão matemática e a questão da influência do atrito como fator fundamental na estabilidade do agarramento.

## 2. ESTABILIDADE DO CONTATO

Visando simplificar o equacionamento matemático, serão feitas duas suposições:

- O contato dos dedos com o objeto é realizado através de pontos e não de superfícies;
- Os pontos de contato não se movimentam quando há uma mudança de orientação entre o objeto e o manipulador.

A primeira suposição é razoável considerando que as forças são pequenas, e tem como consequência que o objeto e os dedos em questão são rígidos (Salisbury, 1982). A segunda hipótese pode aparentemente não trazer nenhuma simplificação em nosso trabalho, mas serve para eliminar o problema das restrições não-holonômicas entre o objeto e a garra, devido a alteração dos pontos de contato com o movimento do objeto (Murray et al., 1993).

O modelo de contato adotado é o do ponto de contato com atrito que pode ser observado na figura 3, bem como a interpretação geométrica do modelo de atrito de Coulomb. Esse modelo indica a magnitude da força de contato que pode ser aplicada nas direções tangenciais da superfície como uma função da força normal ( $f_n$ ) aplicada. O modelo de atrito de Coulomb é um modelo empírico o qual indica que a força tangencial ( $f_t$ ) admissível é proporcional a força normal aplicada, e a constante de proporcionalidade é função dos materiais em contato.

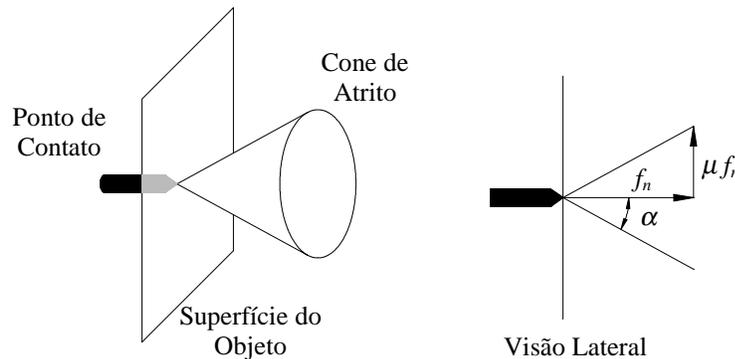


Figura 3. Ponto de contato e interpretação geométrica do modelo de atrito de Coulomb.

A condição de Coulomb para que não haja deslizamento é:

$$|f_t| \leq \mu f_n \quad (3)$$

onde  $\mu > 0$ , é o coeficiente de atrito estático.

O conjunto de forças que pode ser aplicado deve se manter no interior do cone sobre a superfície normal (Dutra & Naka, 1999). Este cone é chamado cone de atrito, e o ângulo do cone com relação a normal é dado por:

$$\alpha = \tan^{-1} \mu \quad (4)$$

Os valores típicos de  $\mu$  são menores do que 1, e conseqüentemente, o ângulo do cone de atrito é geralmente menor que 45°.

O modelo de ponto de contato com atrito é usado quando existe atrito entre as pontas de dedo e o objeto, onde as forças exercidas em qualquer direção devem estar dentro do cone de atrito.

Uma força generalizada atuando sobre um corpo rígido consiste de uma componente linear (força) e uma componente angular (momento) atuando em um ponto. Esse tensor força/momento é conhecido na literatura como *wrench* (Murray et al., 1993):

$$W = \begin{bmatrix} F \\ M \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} F \in R^3 \text{ componente linear} \\ M \in R^3 \text{ componente angular} \end{array} \quad (5)$$

Para o caso de um ponto de contato com atrito, tem-se a seguinte matriz base *wrench*:

$$W = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Logo a resultante das forças externas  $Q$  pode ser definida como:

$$Q = Wf_i \quad (7)$$

Sendo que  $f_i$  deve estar contida no cone de atrito, logo:

$$f_i \in FC_i = \left\{ f \in R^3 : \sqrt{f_1^2 + f_2^2} \leq \mu f_3, f_3 \geq 0 \right\} \quad (8)$$

onde  $f_1$  e  $f_2$  são as componentes da força resultante no plano e  $f_3$  equivale a força normal.

Assim sendo, a determinação da força resultante é feita de tal forma que é considerado um problema estático e não dinâmico com a finalidade de simplificar o problema.

### 3. FORÇA INTERNA

A força interna no agarramento e na manipulação por garras robóticas têm sido discutida com base na equação (7) e especificado pelo elemento  $W$  (*wrench*). Nesta seção é explanado, de uma forma mais clara, o significado físico das forças internas e a sua definição alternativa.

Supondo que são aplicadas as forças  $f_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) no objeto, e considerando que um deslocamento virtual do objeto pode ser representado por:

$$\delta\phi = (\delta r^T \quad \delta\Omega^T)^T \quad (9)$$

onde,  $\delta\Omega$  significa a orientação do deslocamento virtual e  $\delta r$  é a distância do centro de massa ao mecanismo robótico.

A somatória total dos trabalhos virtuais realizados por todos os mecanismos robóticos é:

$$\delta\omega = \sum_{i=1}^n (\delta\Omega \times p_i + \delta r)^T f_i \quad (10)$$

onde,  $p_i$  é a posição do  $i$ -ésimo contato

Simplificando, têm-se:

$$\delta\omega = \delta\phi^T WF_0 \quad (11)$$

A equação seguinte é uma condição necessária e suficiente para que  $\delta\omega$  seja igual a zero para qualquer  $\delta\phi$ :

$$WF_0 = 0 \quad (12)$$

Desta forma, as forças internas são um conjunto de  $f_i$ , de tal forma que a somatória dos trabalhos virtuais executados pelos dedos são zero. A definição clássica (Murray et al., 1993) é de que as forças internas são um grupo de forças representadas com relação a uma base de *wrench* para cada contato. A existência da força interna é uma condição necessária para o agarramento.

Kerr e Roth (1986) propuseram que a força interna ótima está relacionada com os máximos valores de  $f_i$  e os máximos torques. A primeira vista, de fato, forças de agarramento maiores proporcionariam agarramentos mais seguros, assegurando uma boa estabilidade no contato (Cutkosky & Wright, 1986). Entretanto, caso haja um erro no posicionamento dos dedos, por menor que seja, devido a grande intensidade de forças de agarramentos, ter-se-ia grandes distúrbios de força e momento com relação ao centro de massa do objeto. Surge então, a importância de determinar uma força interna que seja mínima, mas suficiente para gerar uma razoável força resultante externa, que por sua vez assegurará um bom agarramento. A minimização das forças internas tem sido realizada por diversos pesquisadores utilizando algoritmos computacionais, através de programações não-lineares (Nakamura et al, 1989).

#### 4. AÇÃO DE UMA FORÇA PERTURBADORA E O ELIPSÓIDE DE CONTATO

O grande problema relacionado com a estabilidade de contato é com o comportamento do mecanismo robótico quando o objeto agarrado é submetido a ação de uma força perturbadora, conforme visto na figura 4. A ação dessa aceleração perturbadora sobre o objeto altera o seu equilíbrio e torna-se necessário a restauração desse equilíbrio com a adição de novas forças.

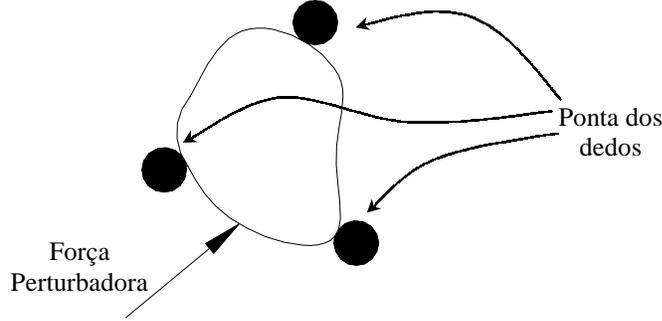


Figura 4. Ação de uma força perturbadora sob um agarramento estável

Desde que o equilíbrio dinâmico é mantido pela aplicação de um novo momento  $M_{ip}$ , este problema é reduzido para um problema estático, onde pode se supor que os dedos permaneçam imóveis no momento que são submetidos a ação da força perturbadora ( $\dot{\theta}_i = 0$ ), e não há influência da ação da gravidade. Assim sendo, a dinâmica do  $i$ -ésimo dedo é descrito como:

$$M_{if} = I_i \ddot{\theta}_i + J_i^T F_0 \quad (13)$$

onde  $I_i \in R^{n_i \times n_i}$  é a matriz de inércia,  $\theta_i \in R^{n_i}$  são as coordenadas generalizadas, e  $J_i = \partial r_i / \partial \theta_i \in R^{3 \times n_i}$  é a matriz Jacobiana do  $i$ -ésimo dedo.

Pode-se assumir também que:

$$M_{if} = J_i^T f_{id} \quad (14)$$

que é gerado pela juntas e no tempo inicial a garra exerce  $F_0 = f_{id}$ , o qual está incluso no cone de atrito. Onde  $f_{id}$  é a força aplicada pelo dedo sob o objeto.

Assumindo que a aceleração do objeto no ponto de contato, causado pela força de perturbação é representado por  $\ddot{r}_i$ , pode se avaliar a ação da aceleração. Supondo também que a garra pode seguir o movimento do ponto de contato, tem-se que  $\dot{\theta}_i = 0$ , logo a seguinte equação é satisfeita:

$$\ddot{r}_i = J_i \ddot{\theta}_i + \dot{J}_i \dot{\theta}_i = J_i \ddot{\theta}_i \quad (15)$$

Considerando a matriz de inércia  $I_i$  e as equações (14) e (15), as seguintes equações são derivadas da equação (13):

$$F_0 = f_{id} + f_{ia} \quad (16)$$

$$f_{ia} = (J_i I_i^{-1} J_i^T)^{-1} \ddot{r}_i \quad (17)$$

onde  $f_{ia}$  é a força gerado pela perturbação,  $rank J_i = 3$  é assumido,  $I_i$  é positivo, e logo,  $J_i I_i^{-1} J_i^T$  torna-se positivo.

A equação (16) mostra a força exercida sobre o objeto quando o ponto de contato é acelerado de  $\ddot{r}_i$ . A partir do momento que a ponta dos dedos começa a escorregar,  $F_0$  está no limite do cone de atrito. A relação entre a estabilidade de contato e  $\ddot{r}_i$  é mostrada esquematicamente na figura 5.

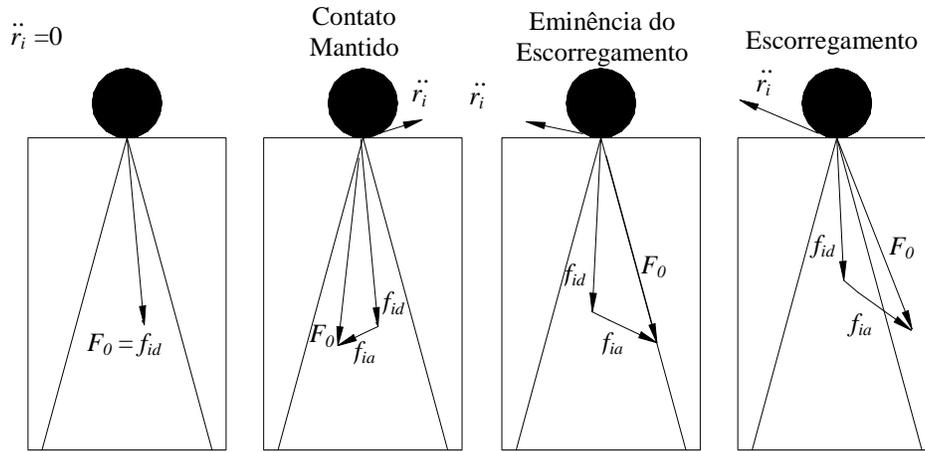


Figura 5. Estabilidade de Contato e Aceleração do Ponto de Contato

Assim, pode-se considerar um conjunto de esferas de pontos de contato com aceleração:

$$\left\{ \ddot{r}_i; \|\ddot{r}_i\| \leq a \right\} \quad (18)$$

onde  $a$  é um constante escalar positiva.

Assim, tem-se o conjunto de  $f_{ia}$  para todos os possíveis  $\ddot{r}_i$ :

$$\left\{ f_{ia}; f_{ia}^T (J_i I_i^{-1} J_i^T)^T (J_i I_i^{-1} J_i^T) f_{ia} \leq a^2 \right\} \quad (19)$$

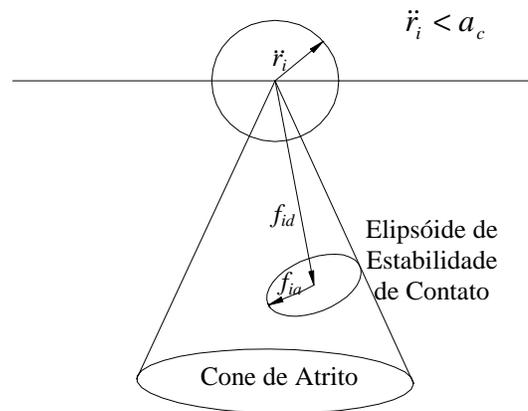


Figura 6. Elipsóide de Contato

Como  $J_i I_i^{-1} J_i^T$  é definido como positivo, das equações (16) e (19), tem-se que o conjunto de pontos finais de  $f_i$  forma um elipsóide com centro em  $f_{id}$  e eixo principal  $2a/M_{ij}$  ( $j=1,2,3$ ) de comprimento, onde  $M_{ij} > 0$  é o resultado de  $J_i I_i^{-1} J_i^T$  (Golub & Van Loan, 1983). Considerando que  $a_c$  é o valor mínimo de  $a$  para produzir um elipsóide de contato (figura 6) com o cone de atrito, tem-se que  $a_c$  implica no máximo raio da esfera de  $\tilde{r}_i$  que não causa o escorregamento.

## 5. CONCLUSÃO

Neste trabalho foi discutida a importância da análise das forças de agarramento para a estabilidade do aperto. Foram também avaliados a questão da estabilidade do objeto que depende da rigidez e do atrito entre o manipulador robótico e o objeto a ser agarrado, e a estabilidade do contato que depende das forças resultantes que por sua vez, são dependentes das forças internas. A avaliação da ação de uma força perturbadora, dentro de um elipsóide de forças de contato, permite que não haja escorregamento do objeto, foi realizada. A questão de agarramento e manipulação de maneira segura requer análises mais profundas, onde a avaliação das interações entre os manipuladores robóticos e os objetos a serem agarrados devem ser o próximo passo dessa pesquisa.

## 6. REFERÊNCIAS

- CHERIF, M., GUPTA, K.K., “*Global Planning for Dexterous Re-orientation of Rigid Objects: Finger Tracking with Rolling and Sliding*”, Technical Report, INRIA – Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique, France, 1999;
- CUTKOSKY, M.R., WRIGHT, P.K., “*Friction, Stability and the Design of Robotic Fingers*”, International Journal Robotics Researches, 1986;
- DARIO, P., DE ROSSI, D., “*Tactile Sensors and the Gripping Challenge*”, IEEE Spectrum, August, 1985;
- DUTRA, M. S., NAKA, M.H., “*Study of Kinematical Redundancy of a Mechanical Hand with Five Fingers*”, XV COBEM, Águas de Lindóia, Brasil, 1999;
- GOLUB, G.H., VAN LOAN, C.F., “*Matrix Computations*”, Baltimore: John Hopkins University Press, 1983;
- HANAFUSA, H., ASADA, H., “*Stable Prehension by a Robot Hand with Elastic Fingers*”, 7<sup>th</sup> Int. Symp. Industrial Robots, 1977;
- JAMERSON, J.W., LEIFER, L.J., “*Quasi-static Analysis: A Method for Predicting Grasp Stability*”, Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, 1986;
- KERR, J., ROTH, B., “*Analysis of Multifingered Hands*”, International Journal of Robotics Researches, 1986;
- MURRAY, R.M., ZEXIANG, L., SASTRY, S. S., “*A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation*”, CRC Press, 1st Edition, London, 1993;
- NAKAMURA, Y., NAGAI, K., YOSHIKAWA, T., “*Dynamics and Stability in Coordination of Multiple Robotic Mechanisms*”, The International Journal of Robotics Research, Vol. 8, no. 2, April 1989;
- SALISBURY, J.K., “*Kinematic and Force Analysis of Articulated Hands*”, Ph.D. Thesis, Stanford University, Dept. of Mechanical Engineering, 1982.