

## **CÁLCULO DO DESVIO MÉDIO ARITMÉTICO $R_a$ EM FUNÇÃO DO AVANÇO**

**Jorge Antônio Chaves de Oliveira**

**Noemia Gomes de Mattos de Mesquita**

**Hugo Marcelo Bezerra de Carvalho**

**Sérgio Murilo Verissimo de Andrade**

Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Tecnologia e Geociências, Departamento de engenharia Mecânica, Grupo de Fabricação, 50740-530, Recife, PE, Brasil. E-mail: ngmm@npd.ufpe.br

### **Resumo**

Neste trabalho foi calculado o avanço para o qual se terá o acabamento superficial desejado, medido através do desvio médio aritmético ( $R_a$ ). Para tal foi feita uma análise geométrica do perfil da superfície e deduzida uma função a qual foi aplicada o método numérico de Newton-Raphson.

Palavras-chaves: acabamento superficial, rugosidade, torneamento e condições de corte.

### **1. INTRODUÇÃO**

Nas operações de usinagem, um dos fatores que determinam se a peça manufaturada tem o acabamento superficial adequado para desempenhar a função a qual ela se destina, é a rugosidade da sua superfície. O termo rugosidade será utilizado para designar as amplitudes da rugosidade, tal como a “Profundidade de Rugosidade” ( $R_t$ ) ou “Desvio Médio Aritmético de Rugosidade” ( $R_a$ ).

Em alguns trabalhos encontrados na literatura os autores relacionam os parâmetros de usinagem (avanço) com a profundidade de rugosidade ( $R_t$ ) (König, 1984; Ferraresi, 1970; Sandvik, 1994; Mitsubishi, 1999). No entanto a dispersão que o parâmetro ( $R_t$ ) apresenta faz com que a confiabilidade deste parâmetro seja baixa.

Neste trabalho a variação da rugosidade, medida através de do parâmetro ( $R_a$ ) (desvio médio aritmético de rugosidade), parâmetro este mais confiável que o ( $R_t$ ), em função do avanço é obtida através de um método numérico, de modo que, para um determinado acabamento superficial desejado na peça pode-se obter qual o avanço máximo com o qual pode-se usinar a mesma e que ainda garantirá o acabamento exigido. Tanto neste trabalho como em outros (Bet, 1999; Cassier, 1986), na relação entre o  $R_a$  e o avanço é levado em consideração a influência da geometria da ferramenta.

### **2. PARÂMETROS DE RUGOSIDADE**

As superfícies técnicas podem ser medidas ou avaliadas através de diferentes equipamentos, tais como, rugosímetros, perfilômetros, perfilógrafos e outros. Bet em seu

trabalho relaciona vinte e dois parâmetros verticais de rugosidade. A definição dos diferentes parâmetros de rugosidade pode ser encontrado nas normas técnicas internacionais e de diferentes países, tais como: DIN 140 - 4777; ISO 468 - 3274; VDI 2001 – 3402; ABNT NB 1964; NF 1961; BS 1134 – 1961; UNI 3963 – 1960; (appud Ferraresi, 1970)

## 2.1 Profundidade de rugosidade $R_t$

Segundo a norma VDI/VDE 2601 (1977)  $R_t$  foi no passado usado com os seguintes significados:  $R_t = R_z$ ;  $R_t = W_t + R_z$ ;  $R_t = R_{max}$ ;  $R_t = P_t \cong W_t + R_{max}$ .

$R_t$  deverá, por esta razão, não mais ser usado. O parâmetro  $R_t$ , o qual foi utilizado neste trabalho, tem o mesmo significado de  $R_y$ , quando definido da seguinte forma:  $R_t$  é a distância vertical entre o ponto mais elevado e o mais profundo do perfil de rugosidade, dentro do trecho de medição ( $L_m$ ).  $L_m$ , que é chamado percurso de medição é o trecho do perfil de rugosidade dentro do qual são medidos os parâmetros de superfície (DIN 4762, 1960).

Já existe uma equação teórica que fornece uma relação entre o avanço e o  $R_t$ , equação 1 (König, 1984).

$$f = \sqrt{8 \times r_\epsilon \times R_t} \quad (1)$$

Mas o  $R_t$ , como dito anteriormente não é um parâmetro muito confiável para medição da rugosidade, pois qualquer sujeira na superfície da peça, vibração na mesa de medição ou variação da tensão da rede elétrica causam grande variação no valor do  $R_t$ . Por esta razão, deve-se usar o  $R_a$  que é menos influenciado por fatores como os acima citados.

## 2.2 Desvio médio aritmético de rugosidade $R_a$

$R_a$  é a média aritmética dos valores absolutos das distâncias “y” da linha média do perfil de rugosidade dentro do trecho de medição, figura 1 e equação 2.  $R_a$  tem o mesmo significado da altura do retângulo cujo comprimento é igual ao comprimento total de medição  $L_m$  e cuja a área é igual entre as áreas limitadas pela linha média ao perfil de rugosidade (DIN 4768, 1974).

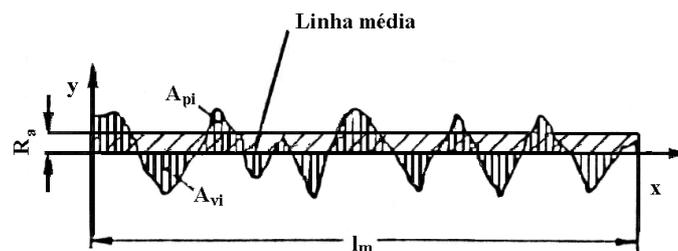


Figura 1. Desvio médio aritmético  $R_a$

$$R_a \times L_m = \sum A_p + \sum A_v \quad (2)$$

Na equação 2,  $A_p$  (área de pico) é a área acima da linha média e  $A_v$  (área de vale) é a área abaixo da linha média. A linha média é a linha com a mesma forma do perfil geométrico, disposta paralelamente a direção geral do perfil. Ela divide o perfil de rugosidade, de modo que, a soma das áreas superiores seja igual a soma das áreas inferiores, figura 1.

## 3 DETERMINAÇÃO DO MÁXIMO AVANÇO, A PARTIR DA GEOMETRIA DA FERRAMENTA, QUE GERA O $R_a$ DESEJADO

O torneamento é um processo que gera uma rugosidade cinemática periódica, o perfil da sua superfície é como o da figura 2. Para a obtenção do  $R_a$ , escolhe-se o  $L_m$  segundo a tabela 1, (NB-93 da ABNT, appud Ferraresi, 1970).

Tabela 1 - Comprimento de medição em função do  $R_a$

Rugosidade, $R_a$ ( $\mu\text{m}$ )	Mínimo comprimento de amostragem, $L_m$ (mm)
De 0 até 0.3	<b>0.25</b>
Entre 0.3 e 3	<b>0.8</b>
Maior que 3	<b>2.5</b>

Nada garante que dentro do comprimento de medição, encontre-se um número inteiro de períodos do perfil da superfície, no entanto neste trabalho foi considerado que o  $L_m$  contém um número inteiro de períodos, ou seja um número inteiro de avanços, figura 2.

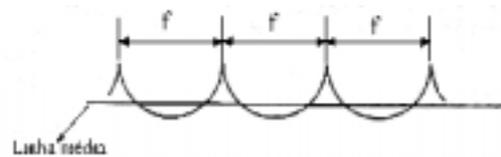


Figura 2- Perfil teórico de uma superfície torneada.

Para efeito de simplificação de cálculos, da figura 2 tem-se que:

$$L_m = n \times f \quad (3)$$

onde  $n$  é o número de períodos.

Pela definição de  $R_a$  e conforme a figura 2 tem-se:

$$R_a \times n \times f = \sum A_p + \sum A_v \quad (4)$$

A figura 3 mostra um período do perfil da figura 2, onde  $r_\epsilon$  é o raio de arredondamento da ponta da ferramenta.

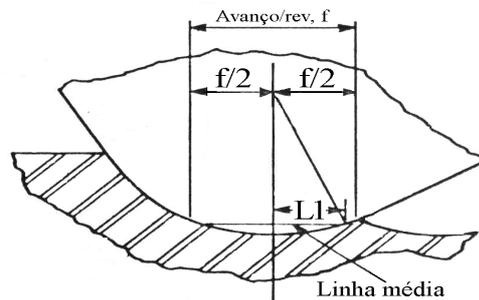


Figura 3. Perfil gerado pela ferramenta de corte.

Na figura 3,  $A_{p1}$  e  $A_{p2}$  são parcelas das áreas de pico  $A_{v1}$  e  $A_{v2}$  são parcelas das áreas de vale.

Observando-se a simetria da figura 3 constata-se que :

- as áreas de pico são iguais

$$A_{p1}=A_{p2}=A_p \quad (5)$$

- as áreas se vale são iguais

$$A_{v1}= A_{v2}= A_v \quad (6)$$

Uma vez que cada período contém duas áreas de pico e duas áreas de vale , podendo-se simplificar a equação 4

$$R_a \times n \times f = 2 \times n \times A_p + 2 \times n \times A_v \quad (7)$$

A figura 4 é uma ampliação de um trecho da figura 3.

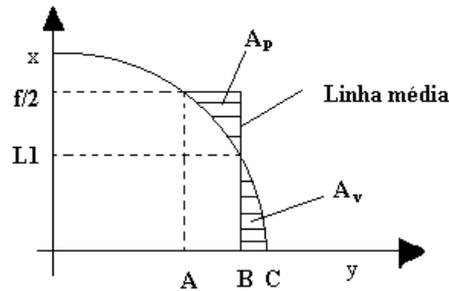


Figura 4. Detalhe da rugosidade cinemática.

Comparando-se as figuras 3 e 4, tem-se que OC corresponde ao raio de arredondamento da ferramenta de corte. A equação da circunferência definida pelo raio  $r_\epsilon$  é:

$$x^2 + y^2 = r_\epsilon^2 \quad (8)$$

$$x = \sqrt{r_\epsilon^2 - y^2} \quad (9)$$

Calculando a área entre a curva  $x = \sqrt{r_\epsilon^2 - y^2}$  e a reta  $x = 0$  temos

$$A = \int_{y_1}^{y_2} \int_{x=0}^{x=\sqrt{r_\epsilon^2 - y^2}} dx dy = \int_{y_1}^{y_2} \sqrt{r_\epsilon^2 - y^2} dy \quad (10)$$

Pela figura 4, para  $y_1 = B$ ,  $x_1$  corresponde a L1. Fazendo-se  $x_1 = L1$ , na equação (8), pode-se calcular o limite inferior ( $y_1$ ) da equação (10)

$$L1^2 + y_1^2 = r_\epsilon^2 \therefore y_1 = \sqrt{r_\epsilon^2 - L1^2} \quad (11)$$

Pela figura 4,  $y_2 = C$  neste,  $x_2$  é 0. O limite superior ( $y_2$ ) da equação (10), é obtido fazendo-se  $x_2 = 0$  na equação (8)

$$0^2 + y_2^2 = r_\epsilon^2 \therefore y_2 = r_\epsilon \quad (12)$$

A área do vale ( $A_v$ ) é dada pela equação (10) calculada entre os limites  $y_1$  e  $y_2$  dados respectivamente pelas (11) e (12). Pela figura 4, a área de vale corresponde a área abaixo da curva entre os pontos BC.

$$A_v = \int_{\sqrt{r_\epsilon^2 - L1^2}}^{r_\epsilon} \sqrt{r_\epsilon^2 - y^2} dy = \frac{1}{4} \times r_\epsilon^2 - \frac{1}{2} \times L1 \times \sqrt{r_\epsilon^2 - L1^2} - \frac{1}{2} \times r_\epsilon^2 \times \arcsen\left(\frac{\sqrt{r_\epsilon^2 - L1^2}}{r_\epsilon}\right) \quad (13)$$

Pela figura 4, para  $y_1 = A$ ,  $x_1$  corresponde a  $f/2$ . Fazendo-se  $x_1 = f/2$ , na equação (8), pode-se calcular o limite inferior ( $y_1$ ) da equação (10)

$$\left(\frac{f}{2}\right)^2 + y_1^2 = r_\epsilon^2 \therefore y_1 = \sqrt{r_\epsilon^2 - \left(\frac{f}{2}\right)^2} \quad (14)$$

Pela figura 4, para  $y_2 = B$ ,  $x_1$  corresponde a  $L1$ . Fazendo-se  $x_2 = L1$ , na equação (8), pode-se calcular o limite superior ( $y_2$ ) da equação (10)

$$L1^2 + y_2^2 = r_\epsilon^2 \therefore y_2 = \sqrt{r_\epsilon^2 - L1^2} \quad (15)$$

Pela figura 4, a área de pico ( $A_p$ ) corresponde a área do retângulo de altura  $f/2$  e base ( $B - A$ ) menos a área abaixo da curva entre os pontos AB. Esta área da curva é dada pela equação (10) calculada entre nos limites  $y_1$  e  $y_2$  dados respectivamente pelas (14) e (15). O ponto A é  $y_1$  e o ponto B é  $y_2$ .

$$A_p = \left[ \frac{f}{2} \times \left( \sqrt{r_\epsilon^2 - L1^2} - \sqrt{r_\epsilon^2 - \left(\frac{f}{2}\right)^2} \right) \right] - \int_{\sqrt{r_\epsilon^2 - \left(\frac{f}{2}\right)^2}}^{\sqrt{r_\epsilon^2 - L1^2}} \sqrt{r_\epsilon^2 - y^2} dy \quad (16)$$

onde a integral é dada pela equação (17), chamada de S.

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} \times L1 \times \sqrt{r_\epsilon^2 - L1^2} + \frac{1}{2} \times r_\epsilon^2 \times \arcsen\left(\frac{\sqrt{r_\epsilon^2 - L1^2}}{r_\epsilon}\right) - \dots \\ &\dots \frac{1}{8} \times f \times \sqrt{4 \times r_\epsilon^2 - f^2} - \frac{1}{2} \times r_\epsilon^2 \times \arcsen\left(\frac{\sqrt{4 \times r_\epsilon^2 - f^2}}{r_\epsilon} \times \frac{1}{2}\right) \end{aligned} \quad (17)$$

Definindo-se uma função M :

$$M = A_v - A_p \quad (18)$$

Conforme a definição de linha média as áreas acima da linha média são iguais as áreas abaixo da linha média, daí tem-se:

$$2 \times A_p = 2 \times A_v \quad (19)$$

$$A_v = A_p \quad (20)$$

E sabendo que  $A_v = A_p$  temos que :

$$M = A_v - A_p = 0 \quad (21)$$

Usando

$$R_a \times f = 2 \times A_p + 2 \times A_v \quad (22)$$

Como pela equação (21)  $A_v = A_p$  tem-se

$$R_a \times f = 4 \times A_v \quad (23)$$

ou seja:

$$f = \frac{4 \times A_v}{R_a} \quad (24)$$

Substituindo-se (23) na equação (16) e esta juntamente com a (13) em (20), M passa a ter como única incógnita L1, assim sendo usando-se o método numérico de Newton-Raphson nesta equação (20) pode-se determiná-lo.

Aplicando-se o método numérico de Newton-Raphson tem-se

$$L1_{i+1} = L1_i - M(L1_i)/M'(L1_i) \quad (25)$$

onde  $M' = \frac{dM}{dL1}$ .

Fazendo algumas iterações obtém-se um valor para L1, que substituído em (13) e esta na equação (23), obtém-se o avanço desejado.

#### 4 RESULTADOS

Os resultados deste trabalho comprovam os resultados obtidos e publicados anteriormente por outros autores. Segundo Cassier (1986) o avanço é dado por:

$$f = \sqrt{31 \times R_a \times r_\epsilon^2} \quad (26)$$

Segundo Prasad (1997) o Avanço é dado por:

$$f = \sqrt{18 \times \sqrt{3} \times R_a \times r_\epsilon^2} \quad (27)$$

Segundo Drozda (1983) o avanço é dado por

$$f = \frac{2 \times (r_\epsilon^2 \times B - H \times G)}{R_a} \quad (28)$$

onde os parâmetros H, G, B(rad) são mostrados na figura 5.

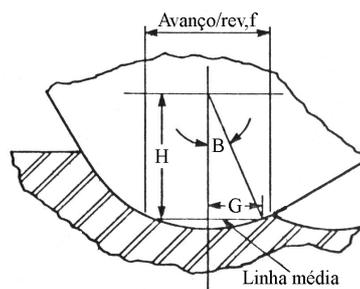


Figura 5. Modelo de rugosidade segundo (Drozda 1983).

Comparando as figuras 5 e 4 temos que :

$$G = L1 \quad (29)$$

$$H = \sqrt{r_\epsilon^2 - L1} \quad (30)$$

$$B = \arccos \frac{H}{r_\epsilon} \quad (31)$$

Na tabela 2 são apresentados os resultados comparativos entre o método desenvolvido e os outros métodos encontrados na literatura.

Tabela 2 - Comparação dos resultados

	Métodos			
	Cassier	Prasad	Drozda	Presente trabalho
Avanço $r_\epsilon = 1,2 \text{ mm}$ $R_a = 6,5 \mu\text{m}$	0,491732	0,493133	0,491047	0,491044
Avanço $r_\epsilon = 0,6 \text{ mm}$ $R_a = 8 \mu\text{m}$	0,121984	0,122331	0,122204	0,122209
Avanço $r_\epsilon = 0,8 \text{ mm}$ $R_a = 3,2 \mu\text{m}$	0,281709	0,2825112	0,28163	0,281634
Avanço $r_\epsilon = 0,4 \text{ mm}$ $R_a = 1,88 \mu\text{m}$	0,152683	0,153118	0,1525556	0,152553

## 5. CONCLUSÃO

Os valores calculados por este método apresentam, comparado com os trabalhos de Cassier, Prasad e Drozda, um desvio percentual que varia de 0.002% a 0.7%. A expressão para  $R_a$  apresentada por Drozda foi quase 100% comprovado pelo método matemático desenvolvido neste trabalho. A vantagem deste método é que o valor do avanço para uma  $R_a$  pré-determinado, pelas exigências funcionais da peça, pode ser obtido exclusivamente em função do raio de arredondamento da ponta da ferramenta de corte. Na expressão apresentada por Dozda os parâmetros B, H e G não estão relacionados diretamente com os parâmetros do processo de usinagem. Neste trabalho foram deduzidas as equações (29), (30) e (31) que possibilitam o cálculo de B, H e G.

Sugere-se, portanto, que em trabalhos futuros seja verificada se experimentalmente os resultados aqui apresentados são comprovados e qual a faixa de avanços para a qual as equações apresentadas e desenvolvidas são válidas. Em relação ao trabalho de Cassier e Prasad é interessante ter-se também as faixas de avanço dentro das quais as expressões por eles apresentadas são válidas.

## **Agradecimentos**

Agradecemos ao CNPq/PIBIC pelo apoio financeiro para a realização deste trabalho.

## **REFERÊNCIAS**

Bet, Luciano, 1999, “Estudo da Medição da Textura de Superfícies com Sondas Mecânicas e Sondas Ópticas Tipo Seguidor”, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, S.C., apêndice 2.

Cassier, Zulay, Departamento de Mécanica, Universidad Simón Bolívar, Caracas, Venezuela.

Catálogo Sandvik, 1993/1994, “Herramientas de tornear”, 560p.

Din 4762 Blatt1, Erfassung der Gestaltabweichungen 2 . bis 5 Ordnung an Oberflächenschnitten, Beuth Verlag, Ago 1960

Din 4768 Blatt1, Ermittlung der Ra, Rz, Rmax, mit elektrischen Tastschnittgeräten , Beuth Verlag, Ago 1974

Drozda, Thomas J., 1983, “Tool and Manufacturing Engineers Book”, Ed. TMEH, USA, volume 1, chapter 1, 24-25p.

Ferraresi, D, 1970, “Fundamentos da Usinagem dos Metais”, Ed Blucher Ltda, S. Paulo, volume 1, 601-602p e 749p.

König, W, 1984, “Fertigungsverfahren”, VDI-Verlog, Dusseldorf, vol1, 179p

DIN 4762 Blatt1, 1960,

Mitsubishi Carbide, 1999, “Herramientas e Incertors, 487p.

Prasad, Avsrk, “Optimal Selection of Process for Turning Operation in CAPP Sistem Taylor and Francis Ltd , International Journal of Product Research 1997, Vol 3 , Iss 6, 1495-1522p.