

## UM ESTUDO SOBRE CONTROLE ROBUSTO DE ESTRUTURAS FLEXÍVEIS ATIVADAS POR ESCOAMENTO DE FLUIDOS

**Celiane Costa Machado**

**Sebastião Cícero Pinheiro Gomes**

**Álvaro Luiz De Bortoli**

Fundação Universidade Federal do Rio Grande, Departamento de Matemática, 96201-900, Rio Grande, RS, Brasil, E-mail:[mmaccm@super.furg.br](mailto:mmaccm@super.furg.br), E-mail:[dmtscpg@super.furg.br](mailto:dmtscpg@super.furg.br)

Universidade Federal do Rio Grande do Sul, PPGMAp, 91509-900, Porto Alegre, RS, Brasil, E-mail:[dbortoli@mat.ufrgs.br](mailto:dbortoli@mat.ufrgs.br).

### **Resumo**

O presente trabalho apresenta uma abordagem sobre o desenvolvimento de controladores para atenuar de forma ativa as vibrações de uma estrutura flexível sujeita a uma perturbação externa, oriunda do escoamento de um fluido em contato com a estrutura. Desenvolveu-se, inicialmente, um controlador robusto com a técnica LQG/LTR (*Linear Quadratic Gaussian / Loop Transfer Recovery*). Simulações foram realizadas, verificando-se características de robustez na rejeição da perturbação externa devida ao fluido e na rejeição de ruídos de medida, considerando a planta nominal igual à real. A mesma robustez não se verificou quando foram realizadas variações paramétricas entre as plantas nominal e real. Foi desenvolvido, ainda, um outro controlador por alocação de pólos do regulador e do filtro. Este último controlador foi projetado de forma que a malha direta obedeça às barreiras de robustez da estabilidade e do desempenho. Os resultados foram bons, tendo-se verificado robustez da estabilidade em presença de significativas variações paramétricas entre as plantas nominal e real.

**Palavras-chave:** Modelagem, Manipulador, Flexível, Controle, Robustez.

### **1. INTRODUÇÃO**

O controle de estruturas flexíveis tem sido um assunto bastante pesquisado nos últimos vinte anos, devendo-se este interesse principalmente às aplicações espaciais (Kim *et al.*, 1997) e (Xie *et al.*, 1997). A maioria das aplicações concentra-se no controle de robôs manipuladores com elos flexíveis (Cannon *et al.*, 1984), (Kojima, 1990) e (Schmitz, 1985). Mais recentemente, trabalhos já indicam para a necessidade de se desenvolver controladores robustos para estruturas flexíveis (Soares, 1997) e (Vincent, 1996). Os trabalhos citados anteriormente utilizam controle ativo, embora também existam estudos sobre a utilização de controle passivo (Furusho *et al.*, 1997). Apesar de todas as pesquisas já realizadas, trata-se de um assunto que está longe de ser

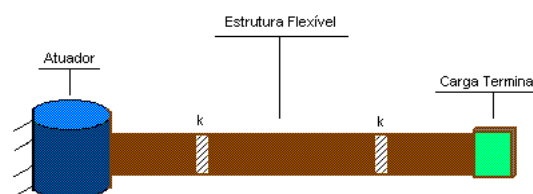
totalmente dominado, existindo ainda diversos desafios científicos que se tornam objetivos a serem vencidos pela comunidade que pesquisa este assunto. Este trabalho pretende abordar um destes desafios: controlar uma estrutura flexível sujeita a perturbações externas. Estas perturbações são consideradas aqui como provenientes do escoamento de um fluido interagindo com a estrutura. Situações práticas semelhantes a esta aqui tratada em teoria podem acontecer, por exemplo, em robótica sub-aquática (Watonabe *et al.*, 1998). Em aplicações práticas também há, geralmente, dificuldades técnicas em instrumentalizar a planta física com muitos sensores, além de evidentemente encarecer o projeto. Considerou-se então no presente trabalho, que apenas a posição angular do rotor ou cubo (atuador na Fig. 1) era observada, fato que impõe dificuldades extras ao projeto de controladores que idealmente deveriam ter o retorno do estado completo para o caso de estruturas flexíveis. Desenvolveu-se controladores baseados na técnica LQG/LTR (Cruz, 1996) e ainda, baseados em alocação de pólos com estimação de estado. Os controladores foram desenvolvidos considerando-se o modelo nominal da planta sem a presença do fluido, que entra nas simulações como uma perturbação externa. Além desta perturbação, realizou-se também simulações considerando-se variações em parâmetros tais como massa específica da estrutura e módulo de elasticidade, variações estas com relação ao modelo nominal que serviu de base para o projeto dos controladores. O objetivo final foi o de testar tanto a robustez ao desempenho quanto à estabilidade.

## 2. MODELAGEM DINÂMICA FLUIDO-ESTRUTURA

A estrutura considerada no presente artigo é constituída de uma lâmina flexível articulada em uma extremidade (atuador) e livre na outra. Esta estrutura ainda está sujeita ao contato com um fluido escoando a uma determinada velocidade.

### 2.1 Modelo Estrutural

Existem alguns formalismos para modelagem de estruturas flexíveis (Boyer *et al.*, 1998). Podem ser citados por exemplo, o formalismo modal analítico, o discreto e o que assume formas polinomiais para as deformações elásticas. Em (Pereira, 1999) existe um estudo comparativo entre diversos formalismos, sendo uma das conclusões o fato do formalismo discreto ser uma abordagem simples e bem representativa. Neste trabalho considerou-se portanto o formalismo discreto, que recebe o nome em idioma inglês de *lumped mass approach*. A flexibilidade contínua é aproximada por uma discreta a partir de duas articulações fictícias, conforme indicado na Fig. 1. Neste caso, os primeiros dois modos flexíveis estarão presentes. Em (Gomes & Chrétien, 1992) existem mais detalhes sobre este tipo de modelagem estrutural.



**Figura 1.** Estrutura flexível e sua aproximação discreta.

Sendo  $L$  o comprimento do braço, a primeira articulação fictícia encontra-se a  $L/4$  do atuador e a segunda a  $L/2$  da primeira, conforme a Fig. 1. A constante  $k$  é obtida a partir da expressão:  $k = nEI/L$ , onde  $n$  é o número de articulações fictícias, enquanto que  $EI$  é o módulo

de elasticidade vezes o momento de inércia da seção reta. O lagrangeano do sistema é determinado e com ele obtém-se as equações da dinâmica a partir do formalismo de Euler-Lagrange. Considerando-se pequenas deformações angulares nas articulações fictícias, obtém-se então o modelo linearizado, o qual escrito na forma de estado é representado pela seguinte equação:

$$\dot{x} = Ax + BTm \quad (1)$$

O vetor de estado é composto pelas três posições angulares referentes ao rotor e ângulos na primeira e segunda articulação fictícia, bem como das respectivas velocidades angulares. Portanto, são seis variáveis de estado.  $Tm$  é o torque aplicado no rotor. A única observação considerada é a posição angular do rotor:

$$y = Cx; \quad C = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \quad (2)$$

## 2.2 Modelo do Fluido

Considerou-se um modelo bastante simplificado para o fluido uma vez que o objetivo não era o de se conseguir extrema precisão para a interação fluido estrutura e sim, o de averiguar se o sistema se manteria estável em presença de uma perturbação externa não prevista no projeto do controlador. Admitindo que a estrutura forma um ângulo de ataque com a direção do fluxo, o fluido provoca uma força que atua perpendicularmente à mesma. Esta força pode ser decomposta em duas componentes,  $F_x$  e  $F_y$ . A primeira,  $F_x$ , age na direção do escoamento (força de arrasto) e a segunda,  $F_y$ , age perpendicularmente a esta direção (força de sustentação). Considerando-se um ângulo de ataque pequeno  $F_x$  é, então, aproximadamente nula. Assim, segundo o modelo considerado, (Hughes & Brighton, 1974) e (Schlichting, 1960), as forças exercidas pelo fluido na estrutura possuem a seguinte forma:

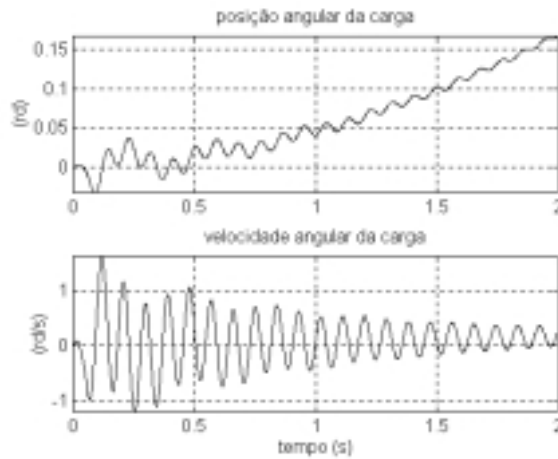
$$\begin{aligned} F_y &= \frac{1}{2} \rho v^2 A_p C_l \\ F_x &= 0.05 F_y \approx 0 \end{aligned} \quad (3)$$

$C_l = 2\pi \sin(\alpha)$ , onde  $\alpha$  é o ângulo de ataque e  $C_l$  o coeficiente de sustentação.  $\rho$  é a massa específica do fluido,  $v$  a velocidade de escoamento e  $A_p$  a área projetada (corda por comprimento). A força  $F_y$  causa torques nas articulações gerando um vetor de perturbações  $p$ , ficando então a dinâmica descrita sob a forma:

$$\dot{x} = Ax + BTm + Dp \quad (4)$$

A Figura 2 mostra uma simulação em malha aberta. O torque motor, durante os primeiros 0,05 s foi de 8 Nm, nos próximos 0,05 s de -8 Nm, sendo zero no restante do tempo. A velocidade do fluido e o ângulo de ataque foram 10 m/s e 5°, respectivamente, valores mantidos para todas as simulações realizadas no trabalho. Observa-se que, devido a presença do fluido, as velocidades não se estabilizam no zero e a estrutura toda se desloca uma vez que a mesma é articulada em uma extremidade e livre na outra.

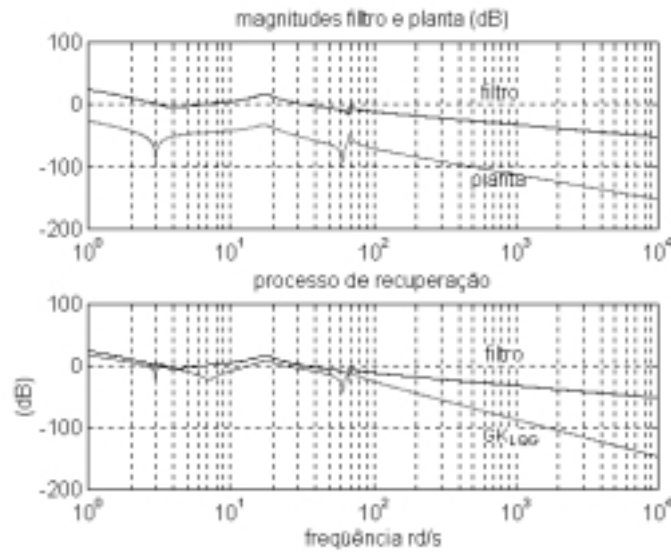
Um outro modelo para o cálculo da perturbação externa devido ao fluido também foi desenvolvido, baseado nas equações do escoamento potencial e os torques obtidos são ligeiramente diferentes daqueles obtidos pelo modelo aqui apresentado, não provocando diferenças significativas no comportamento das vibrações da estrutura.



**Figura 2.** Simulação em malha aberta (velocidade do fluido = 10 m/s).

### 3. PROJETO DE CONTROLE

Inicialmente projetou-se um controlador LQG/LTR, adotando-se como critério uma largura de faixa do controlador aproximadamente duas vezes o primeiro modo de vibração do sistema, conforme mostrado na Fig. 3.



**Figura 3.** Respostas em frequência relativas ao projeto LQG/LTR (processo de recuperação com  $\rho=10^{-6}$ ).

Um segundo controlador foi projetado por meio de alocação de pólos do regulador e do filtro de forma que a malha direta obedeça às especificações, na forma de barreiras de robustez do desempenho e da estabilidade. Esta técnica de alocação de pólos encontra-se descrita em maiores detalhes em (Franklin & Powell, 1995). Resumidamente, o controle é dado pela expressão:

$$Tm = -K_r \hat{x} \quad (5)$$

onde  $\hat{x}$  corresponde ao estado estimado a partir da equação:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + BTm + K_f(y - C\hat{x}). \quad (6)$$

Assumindo-se que  $s_1, s_2, \dots, s_6$  são os pólos do regulador (raízes de  $[A - BK_r]$ ) e  $\alpha_c(s) = (s - s_1)(s - s_2) \dots (s - s_6)$  o respectivo polinômio característico, o vetor de ganhos do regulador pode ser obtido a partir da expressão:

$$K_r = [0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1] M_c^{-1} \alpha_c(A) \quad (7)$$

onde  $M_c = [B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{n-1}B]$  corresponde à matriz de controlabilidade ( $M_c$  deve ser inversível). Processo semelhante pode ser utilizado para a obtenção dos ganhos do estimador. Assumindo-se que  $\alpha_e(s) = (s - \beta_1)(s - \beta_2) \dots (s - \beta_6)$  é polinômio característico de  $[A - K_f C]$ , os ganhos do estimador são obtidos a partir da seguinte expressão:

$$K_f = \alpha_e(A) \vartheta^{-1} [0 \ 0 \ \dots \ 1]^T \quad (8)$$

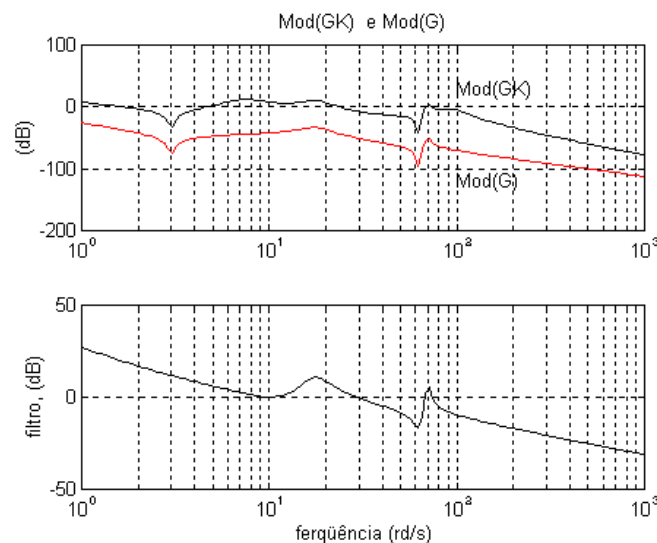
onde  $\vartheta = [C \ CA \ CA^2 \ \dots \ CA^{n-1}]$  corresponde à matriz de observabilidade (também deve ser inversível).

Um projeto foi então desenvolvido por meio da técnica de alocação de pólos, objetivando boa robustez do compensador como um todo. A Fig. 4 mostra a resposta em freqüência, na qual pode-se constatar que o decaimento  $|GK|$  começou em aproximadamente  $25 \text{ rd/s}$ , acentuando-se definitivamente em aproximadamente  $100 \text{ rd/s}$  permitindo que as barreiras de robustez da estabilidade e do desempenho sejam obedecidas.

A Tabela 1 mostra os pólos da planta, do filtro e do regulador. Pode-se observar que houve no projeto uma preocupação específica com a baixa freqüência, fato que propicia que se obtenha respostas como a mostrada na Fig. 4.

**Tabela 1.** Pólos da planta  $[\lambda_i(A)]$ , do regulador  $[\lambda_i(A - BK_r)]$  e do filtro  $[\lambda_i(A - K_f C)]$ .

Sistema	Pólos
Planta	$-1,816 \pm 69,5678i$ ; $-2,3636 \pm 17,4717i$ ; $0,0000$ ; $-0,1426$
Regulador	$-5,1054 \pm 97,0057i$ ; $-3,0167 \pm 23,9909i$ ; $-2,0005 \pm 0,3491i$
Filtro	$-3,7390 \pm 69,5655i$ ; $-9,4267 \pm 17,5048i$ ; $-3,9852 \pm 0,4192i$



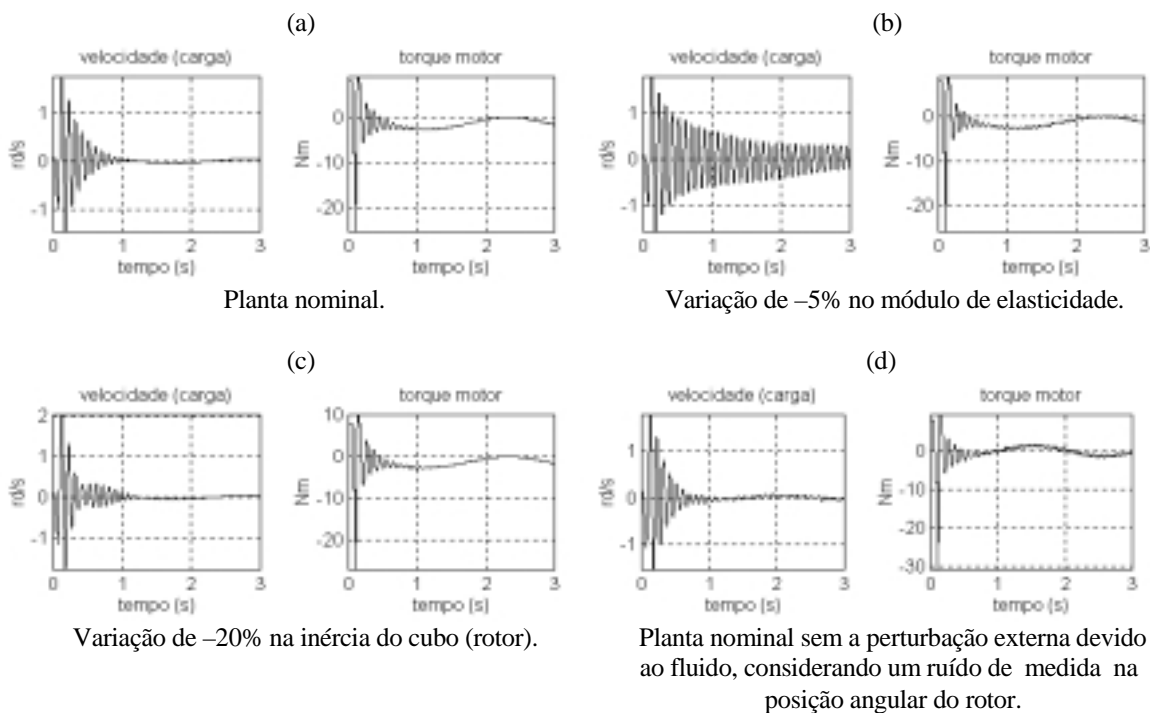
**Figura 4.** Projeto por alocação de pólos com características de robustez.

#### 4. SIMULAÇÕES E ANÁLISE DE RESULTADOS

As simulações mostradas a seguir foram feitas com a mesma ativação em malha aberta seguida da aplicação do controle vista na Fig. 2. A única diferença agora é que a partir desta ativação aplicou-se a lei de controle obtida por meio dos projetos apresentados anteriormente.

As Figs. 5, (a)-(d), referem-se a resultados de simulações obtidos por meio do projeto LQG/LTR, considerando a perturbação externa devida ao fluido, com exceção do resultado mostrado na Fig. 5 (a). A Fig. 5 (a), mostra resultados de uma simulação da planta nominal, indicando que o controlador mostrou-se robusto à perturbação externa causada pelo fluido, já que a estabilidade foi mantida. A simulação da Fig. 5 (b) contém uma variação de  $-5\%$  no parâmetro módulo de elasticidade estrutural e evidencia um significativo acréscimo na amplitude das oscilações, indicadoras de perda de desempenho.

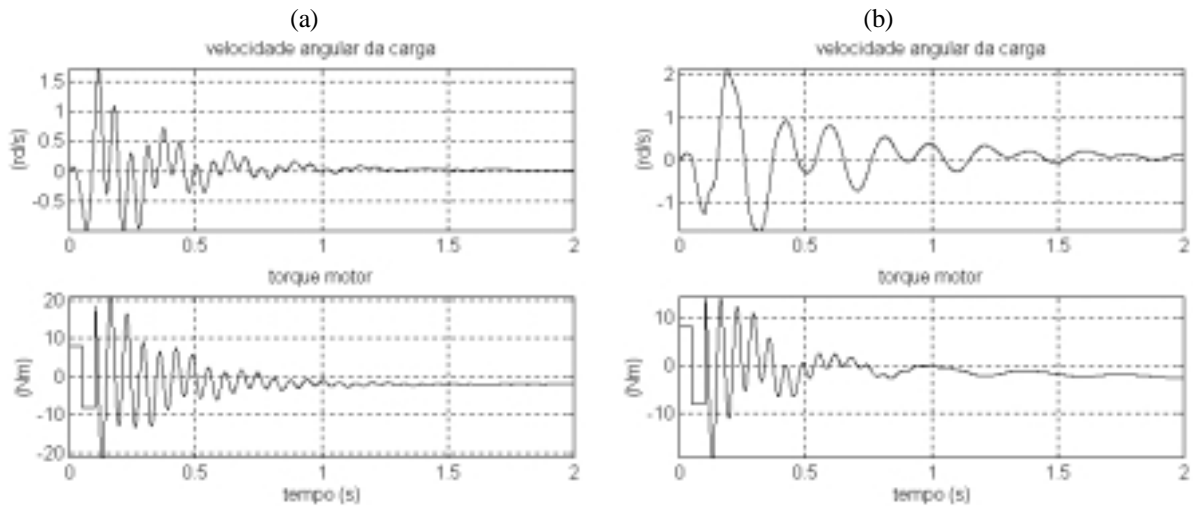
Na Fig. 5 (c), que corresponde a uma variação de  $-20\%$  na inércia do cubo, pode-se observar que a estabilidade e o desempenho foram mantidos. A Fig. 5 (d) é o resultado de uma simulação considerando um ruído de medida na posição angular do rotor, sem levar em conta a perturbação devida ao fluido. Pode-se perceber que o sistema se mantém estável aparecendo oscilações de pequena amplitude na velocidade da carga, oriundas das oscilações no torque de controle em razão da presença do ruído de medida.



**Figura 5.** Simulações com o projeto LQG/LTR.

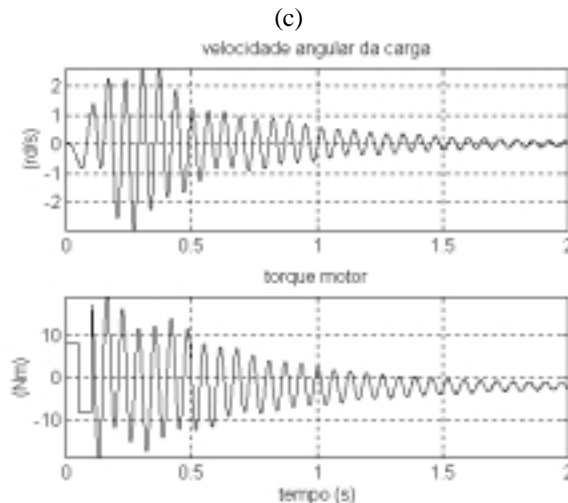
As Figs. 6, (a)-(c), referem-se a resultados de simulações obtidos por meio do projeto por alocação de pólos. A Fig. 6 (a), apresenta resultados considerando-se a planta real igual à nominal. Pode-se perceber que as vibrações da carga são atenuadas em aproximadamente 1 segundo e o torque de controle se estabiliza em um nível constante abaixo de zero para compensar os torques oriundos do contato do fluido com a estrutura.

As Figs. 6 (b) e 6 (c) são resultados de simulações com variações de  $-80\%$  no módulo de elasticidade e  $-40\%$  na massa específica da estrutura, respectivamente. Pode-se notar que em ambos os casos o sistema se mantém estável e os torques tendem a se estabilizar a um nível constante.



Planta nominal.

Varição de -80% no módulo de elasticidade.



Varição de -40% na massa específica da estrutura.

**Figura 6.** Simulações com o projeto por alocação de pólos.

## 5. CONCLUSÕES

Investigou-se no presente trabalho, diferentes estratégias de controle para atenuar vibrações em uma estrutura flexível ativada continuamente pelo escoamento de um fluido. Impôs-se ao problema a restrição importante de que apenas a posição angular do rotor era observada. Pode-se extrair as seguintes observações como principais conclusões:

- o projeto LQG/LTR apresentou bons resultados quanto à robustez na rejeição da perturbação externa e na rejeição de ruídos de medida considerando a planta nominal igual à real, porém não se conseguiu bons resultados quando foram consideradas variações em alguns dos parâmetros, conclusão evidentemente válida apenas para esta aplicação;
- utilizando-se alocação de pólos para o regulador e para o filtro e ainda, respeitando-se barreiras de robustez ao desempenho e à estabilidade, é possível a obtenção de bons resultados em presença de significativas variações paramétricas.

Indicações de trabalhos futuros seriam a investigação de outras técnicas de controle robusto aplicadas ao mesmo problema e ainda, a investigação sobre o efeito de não linearidades dos atuadores como possíveis diminuidoras de desempenho. Além disso, uma análise mais detalhada

da perturbação causada pelo fluido pode ser obtida via solução das equações de Navier-Stokes.

## REFERÊNCIAS

- Boyer, F., Glandais, N. and Khalil, W., 1998, “Consistent first and second Order Dynamic Model of Flexible Manipulators”, IEEE Robotics and Automation Conference, May, Leuven, Belgium.
- Cannon, R. H. Jr. and Schmitz, E., 1984, “Initial Experiments on the End-Point Control of a Flexible One-Link Robot”, The International of Robotics Research, Stanford, California.
- Chrétien, J. P. et Alazard, D., 1991, “Modélisation des chaînes polyarticulées flexibles: comparaison de trois techniques de mise en équation”. Rapport D.R.E.T./D.E.R.A. n.-2/7735, CERT, Toulouse.
- Cruz, J. J., 1996, “Controle Linear Robusto Multivariável”, EDUSP.
- Franklin, G. F., Powell, J. D., 1995, “Feedback Control of Dynamic Systems”, Addison-Wesley Publishing Company.
- Furusho, J., Zhang, G. and Sakaguchi, M., 1997, “Vibration Suppression Control of Robot Arms Using a Homogeneous-Type Electrorheological Fluid”, IEEE Robotics and Automation Conference, April, Albuquerque, New México.
- Gomes, S. C. P. and Chrétien, J. P., 1992, “Dynamic modeling and friction compensated control of a 1 d.o.f. rigid or flexible manipulator”. In proceedings of Microdynamic et Pointage de Grande Précision, CNES, 1er Symposium International, November, Nice, France.
- Hughes, W. F., Brighton, J., 1974, “Dinâmica de Fluidos”, McGraw-Hill do Brasil, Coleção Shaum.
- Kim, J-S, Suzuki, K., Yamano, M. and Uchiyama, M., 1997, “Vibration Suppression Control of Constrained Spatial Flexible Manipulators”, IEEE Robotics and Automation Conference, April, Albuquerque, New México.
- Kojima, H., 1990, “Dynamic Finite Element Analysis of the Position Control System of a Two-Link Horizontal Flexible Robot”, Journal of Robotics & Mechatronics, Tenjin-cho, Japan.
- Pereira, A. E. L., 1999, “Um Estudo Sobre Modelagem Matemática de Estruturas Flexíveis”, Dissertação de Mestrado, UFRGS, Porto Alegre, Brasil.
- Schlichting, H., 1960, “Boundary Layer Theory”, McGraw-Hill, New York.
- Schmitz, E., 1985, “Experiments on the End-Point Control of a very Flexible One-link Manipulator”, Ph.D. Thesis, Stanford, California, Unite States.
- Soares, A. M. S., 1997, “Modelagem e identificação experimental de estruturas flexíveis”. Tese de Doutorado, ITA, São José dos Campos, Brasil.
- Vincent, S., 1996, “Complémentarité d’actionneurs pour la commande active des structures flexibles. Study of actuators harmony for active control of flexible structures”.Thèse de Doctorat ENSAE, Spécialité Automatique, CERT, Toulouse.
- Xie, H-P, Kalaycioglu, S. and Patel R. V., 1997, “Control Shuttle Remote Manipulator Systems”, IEEE Robotics and Automation Conference, April, Albuquerque, New México.
- Watanabe, K., Suzuki, H., Tao, Q. and Yoshida, K., 1998, “Basic Research on Underwater Docking of Flexible Structures”, IEEE Robotics and Automation Conference, May, Leuven, Belgium.