

SOBRE A MODELAGEM E O CONTROLE DE ROBÔS MANIPULADORES

Sebastião Cícero Pinheiro Gomes

Fundação Universidade Federal do Rio Grande

Departamento de Matemática

e-mail: dmtscpg@super.furg.br; <http://www.dmat.furg.br/numa>

Resumo

A dinâmica de robôs manipuladores com vários graus de liberdade é não-linear e bastante complexa. Além dos acoplamentos entre as diversas partes (elos) do manipulador, existem efeitos dinâmicos internos aos atuadores, tais como elasticidade e atritos não-lineares, os quais contribuem sensivelmente para o acréscimo da complexidade do modelo, dificultando também a eficiência das leis de controle. A fim de avaliar estes problemas, três diferentes técnicas de controle são testadas, emitindo-se ao final, sobre cada uma delas, conclusões sobre desempenho, estabilidade e complexidade computacional.

Palavras chave: Modelagem, Atritos, Atuadores, Controle, Robustez.

1. INTRODUÇÃO

Existe uma grande quantidade de trabalhos científicos sobre teoria de controle em geral, com aplicações diversas, entre as quais a robôs manipuladores (Ferretti *et. al.*, 1998; Park *et. al.*, 1998). Em sua maioria, os modelos dinâmicos em geral são simplificados, principalmente com relação à dinâmica dos atuadores. Isto resulta num fato relativamente comum: quando se parte para alguma implementação prática, os resultados de simulação das leis de controle diferem por vezes sensivelmente dos encontrados na experimentação, sendo necessários ajustes nos parâmetros de controle, os quais são conseguidos em exaustivos testes experimentais (Armstrong, 1988). Com o objetivo de contornar este problema, desenvolveu-se um simulador baseado em modelos dinâmicos bastante realistas e comprovados experimentalmente. Trata-se do Simulador com Interface para Manipuladores (SIM, versão 1.0, <http://www.dmat.furg.br/numa>). Objetiva-se com isso diminuir diferenças entre simulações e experimentos, fato que contribui também para o desenvolvimento de leis de controle com condições reais de implementação. Aproveitando a existência do simulador, três técnicas de controle foram então implementadas e testadas, ressaltando-se ao final as principais conclusões resultantes destas simulações.

2. MODELAGEM DINÂMICA

O conhecimento de modelos dinâmicos realistas é fundamental para testar, em simulação, a eficiência de leis de controle para robôs manipuladores. O modelo dinâmico global do manipulador, considerado no presente trabalho, é constituído de uma parte relativa à dinâmica dos atuadores, e outra relativa à estrutura, conforme será explicitado a seguir.

2.1 Modelo dos atuadores

Um atuador robótico do tipo moto-reductor, pode ser considerado como um elemento transmissor de movimento com uma certa elasticidade interna, conforme a figura abaixo.

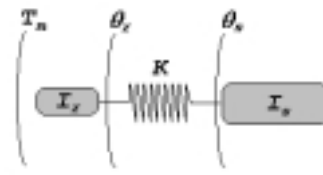


Figura 1. Atuador com um modo flexível.

I_r é a inércia do rotor, K a constante elástica interna e I_s a inércia da carga acoplada à saída do reductor. T_m , θ_r e θ_s são o torque motor e as posições angulares do rotor e carga respectivamente. Uma equação diferencial representando a dinâmica deste atuador pode ser facilmente obtida, ficando a mesma sob a forma (considera-se o atuador isoladamente, de forma que não há torques atuando sobre a saída do reductor):

$$I_r \ddot{\theta}_r + \frac{K}{n^2} (\theta_r - n\theta_s) = T_m - T_{at} \quad (1)$$

$$I_s \ddot{\theta}_s - K \left(\frac{\theta_r}{n} - \theta_s \right) = 0$$

T_{at} corresponde ao torque de atrito não-linear, considerado aqui como atuante totalmente no lado rotor e escrito sob a forma:

$$T_{at} = f_v^* \dot{\theta}_r \quad (2)$$

f_v^* é o coeficiente de atrito viscoso variável (Gomes *et al.*, 1992; Gomes, 1995), o qual é função das variáveis de estado e também do torque motor. Este modelo representa bem o fenômeno conhecido em literatura inglesa pelos nomes *stick* e *slip*, muito presente em mecanismos de transmissão de movimento. A figura 2 mostra uma simulação sobreposta a um resultado experimental. Foi aplicado um torque motor senoidal de pequena amplitude, pouco superior aos torques de atrito estático, positivo e negativo, representados por retas horizontais na figura. Pode-se visualizar claramente o modo *stick*: a velocidade rotor vai a zero e só abandona esta situação (modo *slip*) quando o torque motor torna-se superior ao atrito estático.

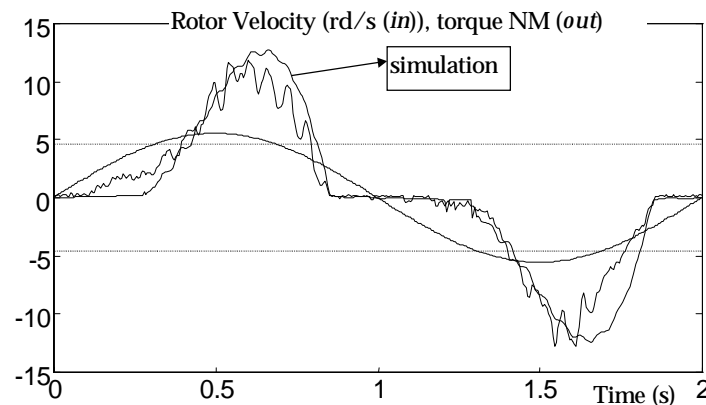


Figura 2. Simulação e resultado experimental com o *harmonic-drive* e torque motor senoidal.

2.2 Modelo estrutural

Idealizou-se um manipulador a três graus de liberdade para a realização dos testes, conforme esquema mostrado na figura seguinte .

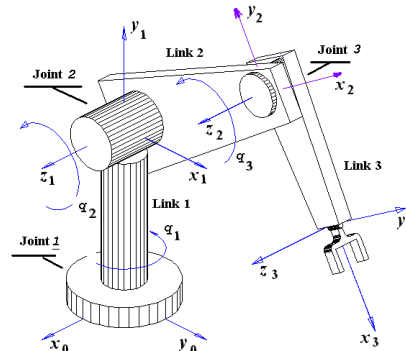


Figura 3. Manipulador com três graus de liberdade idealizado para a realização de simulações.

O processo de modelagem de uma estrutura rígida poli-articulada, como é o caso do manipulador da figura 3, já é bem conhecido e não oferece nenhum problema (Grover *et al.*, 1988, Craig, *et al.*, 1986). Utiliza-se em geral o formalismo de Euler-Lagrange (Meirovith, 1970), que necessita das energias cinética e potencial do sistema. Além das massas das articulações e carga terminal, considerou-se também as massas dos elos, levando-se em conta inclusive a energia cinética rotacional de cada massa do sistema. A equação diferencial matricial representando o modelo global (atuadores e estrutura) possui então a seguinte forma :

$$[I(\vec{X})]\ddot{\vec{X}} + \vec{f}(\vec{X}, \dot{\vec{X}}) + [f_v(\vec{X}, \dot{\vec{X}}, \vec{T}_m)]\dot{\vec{X}} + \vec{g}(\vec{X}) + [K]\vec{X} = \vec{T}_m \quad (3)$$

onde $\vec{X} = (\theta_{r1} \quad q_1 \quad \theta_{r2} \quad q_2 \quad \theta_{r3} \quad q_3)^T$, θ_{r1} , θ_{r2} e θ_{r3} sendo as posições angulares dos rotores dos moto-redutores 1, 2 e 3 respectivamente, assim como q_1 , q_2 e q_3 as posições angulares dos respectivos elos (posições angulares nas saídas dos redutores de velocidade). O vetor com os torques motores possui a forma: $\vec{T}_m = (T_{m1} \quad 0 \quad T_{m2} \quad 0 \quad T_{m3} \quad 0)^T$, onde T_{m1} , T_{m2} e T_{m3} são os torques aplicados nos rotores 1, 2 e 3. Os outros termos que aparecem na equação (3) possuem a seguinte definição:

- $[I(\vec{X})]$ é a matriz de inércia do sistema;
- $\vec{f}(\vec{X}, \dot{\vec{X}})$ o vetor com os torques de natureza Coriolis - centrífugos;
- $[f_v(\vec{X}, \dot{\vec{X}}, \vec{T}_m)]$ a matriz diagonal com os coeficientes de atrito viscoso variáveis (Gomes, 1995);
- $\vec{g}(\vec{X})$ o vetor com os torques de natureza gravitacional;
- $[K]$ a matriz com as constantes elásticas dos moto - redutores;

A equação (3) deixa claro que ao modelo estrutural acrescentaram-se as equações dos modelos das três articulações, incluindo-se assim os modos de vibração dos rotores, com toda a implicação de atritos não-lineares considerados nos modelos.

3. TRAJETÓRIAS DE REFERÊNCIA

Adotou-se, neste trabalho, as trajetórias de referência exponenciais, propostas em (Gomes *et al.*, 1998). A posição, velocidade e aceleração angulares desejadas são funções do tempo (t), das posições angulares inicial e final (q_i e q_f) de cada elo do manipulador, e do tempo final (t_f), sob a forma:

$$q^d(t) = (q_f - q_i) \left[1 - e^{-\left(\frac{bt^N}{(t_f + \varepsilon - t)^M}\right)} \right] + q_i \quad (4)$$

Considerando-se $N = M = b = 1$ e $\varepsilon = 0$, tem-se a velocidade e a aceleração sob as formas:

$$\dot{q}^d(t) = (q_f - q_i) e^{-\left(\frac{t}{t_f - t}\right)} \left(\frac{t_f}{(t_f - t)^2} \right) \quad (5)$$

$$\ddot{q}^d(t) = \frac{(q_f - q_i) \left(-\frac{1}{(t_f - t)} - \frac{t}{(t_f - t)^2} \right) e^{-\left(\frac{t}{t_f - t}\right)} t_f}{(t_f - t)^2} + \frac{2(q_f - q_i) e^{-\left(\frac{t}{t_f - t}\right)} t_f}{(t_f - t)^3} \quad (6)$$

Estas equações são válidas para $0 \leq t < t_f$ (o tempo inicial é suposto nulo). Para $t \geq t_f$, assume-se que $q^d = q_f$ e $\dot{q}^d = \ddot{q}^d = 0$.

4. LEIS DE CONTROLE

A seguir são apresentadas três técnicas de controle (Spong *et al.*, 1999): uma conhecida como dinâmica inversa, sendo não-linear e multivariável; duas outras baseadas na estratégia de controle independente das juntas.

4.1 Controle independente das juntas (*feedforward disturbance cancellation*)

Negligenciando as flexibilidades internas aos atuadores, a equação (3) pode ser desmembrada em duas, uma para a dinâmica estrutural e outra para a dinâmica dos atuadores:

$$\begin{aligned} D(\vec{q})\ddot{\vec{q}} + \vec{H}(\vec{q}, \dot{\vec{q}}) &= \vec{\tau} \\ I_r \ddot{\theta}_r + C_r \dot{\theta}_r &= \vec{T}_m - \vec{\tau} \end{aligned} \quad (7)$$

onde $H(\vec{q}, \dot{\vec{q}})$ corresponde aos torques coriolis-centrífugos e gravitacionais. C_r é uma matriz diagonal com coeficientes constantes de atrito viscoso (o atrito é considerado linear para o projeto dos ganhos do controlador). Escrevendo o sistema (7) sob a forma de $2n$ equações ($k = 1, 2, \dots, n$), onde n é o número de graus de liberdade, tem-se:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n d_{jk}(\vec{q}) \ddot{q}_j + h_k(\vec{q}, \dot{\vec{q}}) &= \tau_k \\ I_{rk} \ddot{\theta}_{rk} + c_{rk} \dot{\theta}_{rk} &= T_{mk} - \frac{1}{n_k} \tau_k \end{aligned} \quad (8)$$

Como a elasticidade interna foi negligenciada, $q_k = \theta_{rk}/n_k$, onde n_k corresponde ao índice de redução da k -ésima articulação. As equações (8) então permitem que se escreva a seguinte equação:

$$\left[I_{rk} + \frac{1}{n_k^2} d_{kk}(q) \right] \ddot{\theta}_{rk} + c_{rk} \dot{\theta}_{rk} = T_{mk} - \frac{1}{n_k} \underbrace{\left[\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n d_{jk}(\vec{q}) \ddot{q}_j + h_k(\vec{q}, \dot{\vec{q}}) \right]}_{p_k} \quad (9)$$

Tomando uma aproximação média para o termo

$$\left[I_{rk} + \frac{1}{n_k^2} d_{kk}(\vec{q}) \right] = I_k = \text{constante}, \quad (10)$$

a equação (9) torna-se:

$$I_k \ddot{\theta}_{rk} + c_{rk} \dot{\theta}_{rk} = T_{mk} - p_k \quad (11)$$

O torque de controle da k -ésima articulação possui então a seguinte forma:

$$T_{mk} = K_{pk} (\theta_k^d - \theta_{rk}) + K_{dk} (\dot{\theta}_k^d - \dot{\theta}_{rk}) + K_{ik} \int_0^t (\theta_k^d - \theta_{rk}) dt + \hat{p}_k \quad (12)$$

onde

$$\hat{p}_k = \frac{1}{n_k} \left[\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n d_{jk}(\vec{q}) \ddot{q}_j^d + h_k(\vec{q}, \dot{\vec{q}}) \right] \quad (13)$$

Supondo que $\hat{p}_k \approx p_k$, a substituição das equações (12) e (13) na equação (11) torna esta última linear, facilitando assim o projeto dos ganhos K_{pk} , K_{dk} e K_{ik} .

No caso do controle a altos ganhos implementado neste trabalho, considerou-se que o \hat{p}_k contém apenas os termos relativos aos torques gravitacionais:

$$T_{mk} = K_{pk} (\theta_k^d - \theta_{rk}) + K_{dk} (\dot{\theta}_k^d - \dot{\theta}_{rk}) + K_{ik} \int_0^t (\theta_k^d - \theta_{rk}) dt + \underbrace{\frac{1}{n_k} g_k(\vec{q})}_{\hat{p}_k} \quad (14)$$

Neste caso, os ganhos realmente necessitam ser maiores a fim de compensar tanto a aproximação da equação (10), quanto as diferenças mais significativas entre \hat{p}_k (equação (14)) e p_k (equação (9)).

4.2 Controle multivariável (dinâmica inversa)

Negligenciando os atritos não-lineares e as elasticidades internas dos atuadores, a equação (3) pode ser escrita sob a forma (Spong *et al.*, 1989):

$$D[\vec{q}] \ddot{\vec{q}} + \vec{H}(\vec{q}, \dot{\vec{q}}) = \vec{T}_m \quad (15)$$

onde o $H(\vec{q}, \dot{\vec{q}})$ contém os termos Coriolis-centrífugos e gravitacionais. Nesta técnica de controle, o vetor com os torques motores possui a forma:

$$\vec{T}_m = \vec{H}(\vec{q}, \dot{\vec{q}}) + \vec{T}_c \quad (16)$$

onde

$$T_c = [D(\vec{q})] \ddot{\vec{q}}^d + [K_p] (\vec{q}^d - \vec{q}) + [K_d] (\dot{\vec{q}}^d - \dot{\vec{q}}) + K_i \int_0^t (\vec{q}^d - \vec{q}) dt \quad (17)$$

Substituindo as equações (16) e (17) na (15), obtém-se uma equação matricial linear de segunda ordem para o erro $\vec{e} = \vec{q}^d - \vec{q}$, podendo-se então facilmente projetar as matrizes de ganhos $[K_p]$, $[K_d]$ e $[K_i]$ de forma que o erro tenda para zero com a velocidade e o amortecimento desejados.

5. SIMULAÇÕES

A primeira simulação mostra resultados (figura 4) com o controle por dinâmica inversa. Mostram-se as posições de referência (curvas tracejadas) e as posições de saída, nas situações com (gráficos do lado esquerdo) e sem (gráficos do lado direito) componente integral na lei de controle. Percebe-se portanto que, sem a utilização da componente integral, existem importantes erros de estado estacionário (o resultado para as outras técnicas de controle é semelhante), devido principalmente aos atritos não lineares nos atuadores.

Na figura 5 vê-se a velocidade rotor, desejada e de saída, bem como o torque motor, em duas situações: 5 ms e 30 ms como passo de discretização. Comportamento com tendência à instabilidade acontece a partir de 30 ms de passo. Ressalta-se, portanto, a importância de uma escolha criteriosa para o passo de discretização da lei de controle, principalmente em função de modos de alta frequência devidos à elasticidade interna aos atuadores.

As figuras 6, 7 e 8 têm o objetivo de avaliar o desempenho das técnicas de controle em presença de uma diminuição substancial do tempo final de trajetória (t_f), que de 1 segundo passa para 0.5 segundos. Nesta situação, as velocidades aumentam, fazendo crescer os torques inerciais e Coriolis-centrífugos. Foram adotados os seguintes códigos nas figuras para identificar as leis de controle: cont. 1 (dinâmica inversa); cont. 2 (*feedforward cancellation*); cont. 3 (altos ganhos e compensação gravitacional). Em todas vêem-se a posição angular da base (referência (curva tracejada) e de saída) e a velocidade rotor da base (referência (curva tracejada) e de saída). Como os ganhos foram ajustados para um bom desempenho com 1 segundo de tempo final de trajetória, há uma perda de desempenho, principalmente no cont. 2, sendo que o melhor resultado foi obtido com o cont. 3.

É muito comum, principalmente em aplicações industriais, manipuladores com garras na extremidade e que suspendem objetos, transportando-os para outras posições. Portanto, a carga terminal acaba variando a sua massa, sendo necessário que o controlador seja robusto em estabilidade e desempenho para com esta variação. As figuras 9, 10 e 11 mostram resultados de simulações abordando este aspecto. O tempo final t_f continuou 0.5 s, enquanto que a massa da carga terminal foi multiplicada por dez. Pode-se perceber uma perda geral de desempenho, uma vez que os ganhos foram projetados para um valor específico da massa da carga terminal, e um tempo final de trajetória de 1 s. O pior resultado foi obtido com o controle *feedforward cancellation* (cont. 2). Nos casos em que o tempo final de trajetória é o de projeto (1 s), a ampliação da massa provoca apenas pequenas perdas em termos de desempenho, conforme pode ser verificado na figura 12.

6. CONCLUSÕES

Resumidamente, podem ser extraídas as seguintes conclusões do presente trabalho:

- É fundamental que o modelo dinâmico do manipulador leve em conta os atritos não-lineares existentes nas articulações, sendo este um fator determinante, que afeta sensivelmente o grau de realismo e o caráter preditivo das simulações. O modelo para os torques de atrito utilizado no presente trabalho foi bastante testado experimentalmente, mostrando-se sempre muito realista;
- A tabela seguinte resume as conclusões sobre comparações entre as três técnicas de controle avaliadas. Levou-se em conta os seguintes critérios: robustez ao desempenho (precisão das respostas, mesmo em presença de diminuição do tempo final de trajetória e de variações paramétricas); estabilidade a variações paramétricas e a dinâmicas negligenciadas nos modelos nominais de base para as leis de controle (deve ser lembrado que as simulações foram realizadas com o modelo global da equação (3)); complexidade para efeito de implementação computacional em tempo real.;

Tabela 1. Resumo das conclusões sobre a comparação entre as técnicas de controle.

	Cont. 1	Cont. 2	Cont. 3
Desempenho	bom	regular	bom
Estabilidade	bom	bom	bom
Complexidade	alta	média	baixa

- O que garante a boa robustez a estabilidade é o retorno colocalizado das velocidades dos rotores, nas componentes derivativas presentes em todas as técnicas de controle;

REFERÊNCIAS

- Armstrong, B. S. R., 1988. Dynamics for robot control: friction modeling and ensuring excitation during parameter identification. PhD thesis, Stanford University.
- Craig, J. J., 1986, Introduction to robotics, mechanics and control. Addison Wesley.
- Ferretti, G.; Magnani, G.; Rocco, P., 1998. Compensation of motor torque disturbances in industrial robots. In IEEE Robotics and Automation Conference, pg. 2995-3001.
- Gomes, S. C. P. and Chrétien, J.P., 1992, Dynamic modeling and friction compensated control of a robot manipulator joint. In IEEE Robotics and Automation Conference, pg. 1450-55.
- Gomes, S. C. P. e Bier, C. C., 1998. Estudo sobre trajetórias de referência para o controle de robôs manipuladores. Congresso Brasileiro de Automática, CD-ROM, Uberlândia, MG.
- Gomes, S. C. P., 1995, Modelagem de atritos internos às articulações de robôs manipuladores. In XIII COBEM, CD-ROM, Belo Horizonte.
- Groover, M. P.; Weiss, M.; Nagel, R. N. and Odrey, N. G., 1989, Robótica, tecnologia e programação. McGraw-Hill.
- Meirovith, M., 1970, Methods of analytical dynamics. McGraw-Hill.
- Park, J.; Chung, W. and Youm, Y., 1998. Analytic nonlinear H^∞ optimal control for robotic manipulators. In IEEE Robotics and Automation Conference, pg. 2709-15.
- Spong, M. W. and Vidyasagar, M., 1989, Robot dynamic and control. John Wiley and Sons.

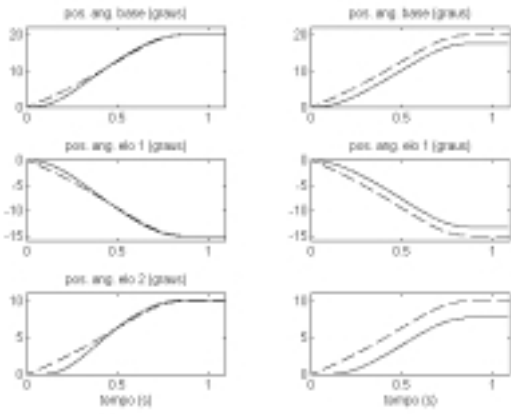


Figura 4. Simulações com e sem a utilização de componente de controle integral.

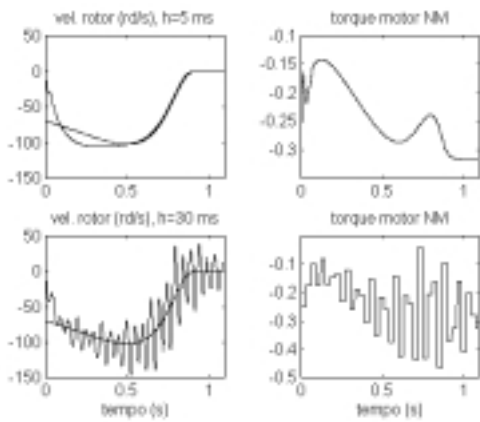


Figura 5. Simulações com a dinâmica inversa (resultados para o elo 2), com diferentes passos de discretização.

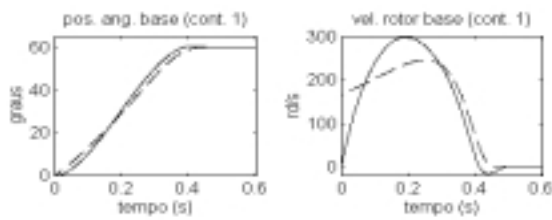


Figura 6. Controle por dinâmica inversa, e tempo final de trajetória $t_f = 0.5$ s.

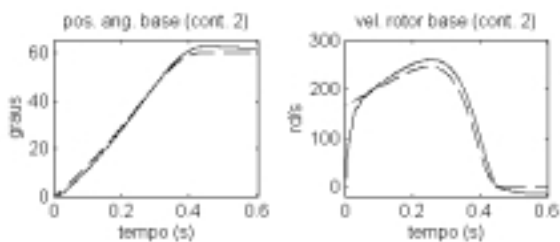


Figura 7. Controle *feedforward cancellation*, e tempo final de trajetória $t_f = 0.5$ s.

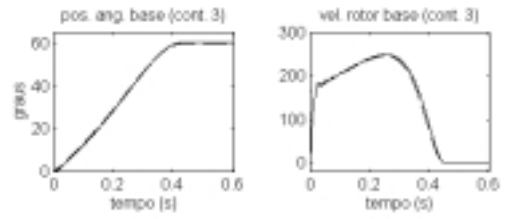


Figura 8. Altos ganhos e compensação gravitacional, com $t_f = 0.5$ s.

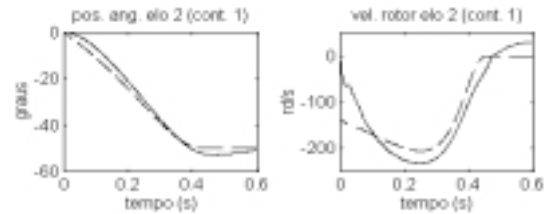


Figura 9. Dinâmica inversa, com $t_f = 0.5$ s e a massa da carga terminal dez vezes maior do que a nominal ($M_c = 10M_{CN}$).

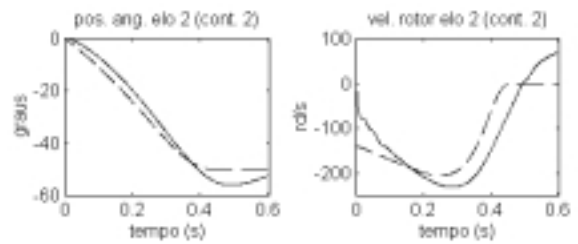


Figura 10. *Feedforward cancellation*, $t_f = 0.5$ s e $M_c = 10M_{CN}$.

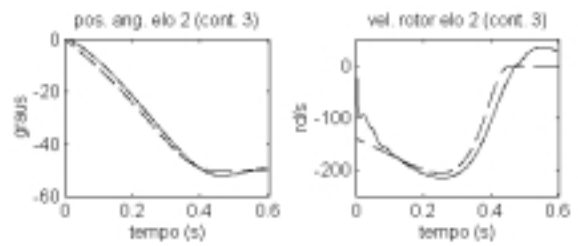


Figura 11. Altos ganhos e compensação gravitacional, $t_f = 0.5$ s e $M_c = 10M_{CN}$.

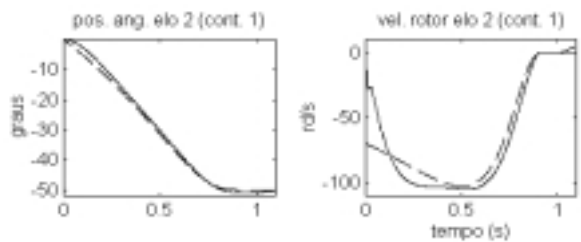


Figura 12. Dinâmica inversa, com $t_f = 1$ s, e $M_c = 10M_{CN}$.