

CONTROLADOR ROBUSTO H_∞ ASSOCIADO A TORQUE COMPUTADO PARA UM MANIPULADOR ROBÓTICO

Emerson de Góes
Alberto Adade Filho

Instituto Tecnológico de Aeronáutica, Divisão de Engenharia Mecânica-Aeronáutica, 12228-900, S. José dos Campos, SP, Brasil. E-mail: adade@mec.ita.cta.br

Resumo

Este trabalho aborda o projeto de um controlador robusto H_∞ , associado a um controle via método do torque computado, para um manipulador robótico de alto desempenho, visando suprimir efeitos de incertezas paramétricas - especialmente variações de massa na extremidade do manipulador - e dinâmicas não modeladas da planta. Ilustra-se que o método do torque computado só apresenta resultado aceitável quando não há incertezas consideráveis no modelo da planta. Um exemplo de aplicação em um robô de três graus de liberdade é realizado para ilustrar esta abordagem de controle robusto.

Palavras-chave: Controle Robusto; Otimização H_∞ ; Controle de Robôs.

1. INTRODUÇÃO

Uma técnica bastante investigada para o controle de movimento de manipuladores robóticos de alto desempenho é o controlador particionado ou tipo torque computado (Craig, 1986) cuja lei de controle tem duas componentes: uma baseada no modelo dinâmico da planta e outra responsável pelo ajuste baseado no erro entre o movimento desejado e o real.

O modelo dinâmico de um manipulador robótico está sujeito a incertezas, o que sugere basicamente duas abordagens para controle (Abdallah et al., 1991): uma a que usa o controle adaptativo e a outra, o controle robusto.

Este trabalho descreve o projeto de um controlador robusto para um manipulador robótico, utilizando a teoria de otimização H_∞ , associado a um controlador tipo torque computado.

2. CONFIGURAÇÃO E PROJETO DO CONTROLADOR ROBUSTO

2.1 Necessidade do Controle Robusto

O principal objetivo desta seção é demonstrar a necessidade de um controlador robusto para compensar os efeitos de dinâmicas não modeladas e variações no modelo do robô, quando este é controlado através do método do torque computado e é submetido a variações de trajetórias e variações na massa do objeto manipulado.

No método do torque computado (vide Fig. 1), a planta básica (robô) só é linearizada pelo controlador se o modelo de projeto, utilizado pelo controlador, for totalmente preciso. O modelo dinâmico de manipuladores robóticos, seriais, rígidos, pode ser representado na forma matricial,

$$\tau = M(\theta) \cdot \ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta}) \cdot \dot{\theta} + G(\theta) \quad (1)$$

onde θ e τ são, respectivamente, o vetor de posição das juntas e o vetor de torques de controle, e M , C e G são a matriz de inércia, a matriz que contém os termos relacionados aos torques/forças de Coriolis e centrípeta e o vetor com os termos de torques/forças gravitacionais, respectivamente. Ainda na Fig. 1, θ_d é o vetor de posições desejadas e K_p e K_v são matrizes de ganhos de realimentação para a dinâmica do erro, no sistema compensado pelo modelo do manipulador (caixa denominada *inércia unitária* na Fig. 1).

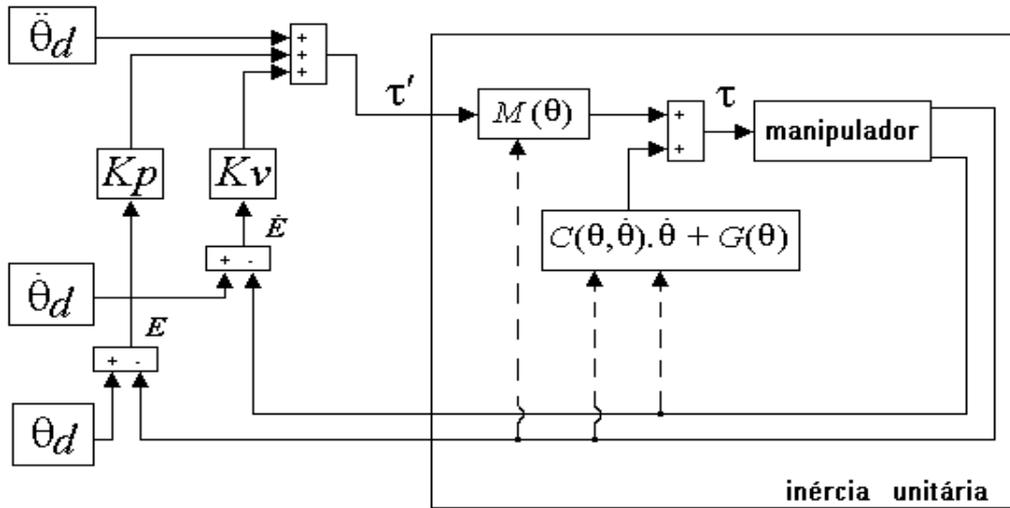


Figura 1. Método do torque computado aplicado a um manipulador robótico

Na modelagem realizada para uso no controlador tipo torque computado, tem-se

$$\tau^* = \hat{M}(\theta) \cdot \tau' + \hat{C}(\theta, \dot{\theta}) \cdot \dot{\theta} + \hat{G}(\theta) \quad (2)$$

pois o modelo utilizado, em geral apresentará diferenças relativas à Eq. (1). Isto implica no aparecimento de um erro de modelo nas equações dinâmicas de rastreamento de erro. Utilizando-se a Eq. (2) para controlar a Eq. (1), isto é, fazendo-se $\tau = \tau^*$, tem-se

$$\hat{M} \cdot \tau' + \hat{C} \cdot \dot{\theta} + \hat{G} = M \cdot \ddot{\theta} + C \cdot \dot{\theta} + G \quad (3)$$

e considerando a componente de ajuste baseado no erro,

$$\hat{M} \cdot (\ddot{\theta}_d + K_v \cdot \dot{E} + K_p \cdot E) + \hat{C} \cdot \dot{\theta} + \hat{G} = M \cdot \ddot{\theta} + C \cdot \dot{\theta} + G \quad (4)$$

$$\hat{M} \cdot (\ddot{E} + K_v \cdot \dot{E} + K_p \cdot E) = (M - \hat{M}) \cdot \ddot{\theta} + (C - \hat{C}) \cdot \dot{\theta} + (G - \hat{G}) \quad (5)$$

$$\ddot{E} + K_v \cdot \dot{E} + K_p \cdot E = \hat{M}^{-1} \cdot [(M - \hat{M}) \cdot \ddot{\theta} + (C - \hat{C}) \cdot \dot{\theta} + (G - \hat{G})] \quad (6)$$

Tem-se, assim, um novo conjunto de equações para a dinâmica do erro,

$$\ddot{E} + K_v \cdot \dot{E} + K_p \cdot E = \eta \quad (7)$$

onde η denota o lado direito da Eq. (6).

A Eq. (7) mostra que a dinâmica do erro de rastreamento é forçada por uma perturbação η , gerada pelas diferenças entre os parâmetros do modelo estimado e os parâmetros reais. A perturbação, decorrente das incertezas de modelo (por exemplo, variação de massa na ponta do manipulador quando este realiza operações tipo *pick-and-place*), pode degradar sensivelmente o desempenho do sistema e até desestabilizá-lo. Estudos de simulação realizados em (Góes, 2000), demonstraram que o controle via método do torque computado não garante desempenho satisfatório para manipuladores robóticos com sistema de acionamento direto sujeitos a perturbações no modelo (vide Fig. 2). Isto justifica o uso de uma técnica de controle mais apurada, no caso, controle robusto.

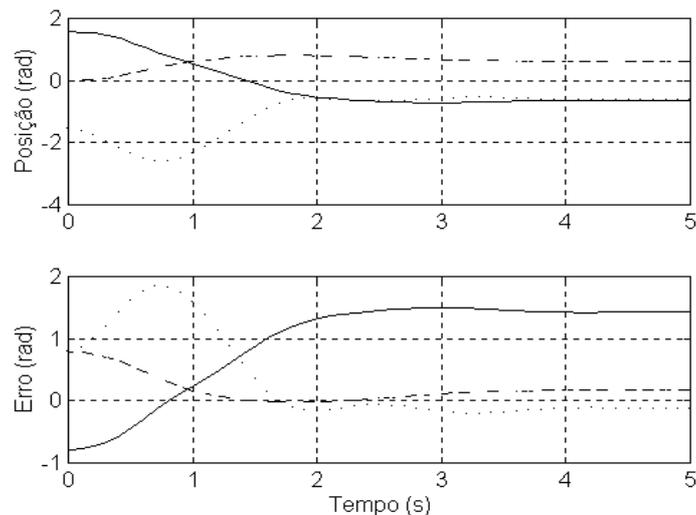


Figura 2. Resultados para a simulação de um sistema robótico (Robô ITA-IEMP) utilizando o método do torque computado com adição de massa de 100% ao último elo. Curva tracejada representa a junta 1 (base), curva cheia a junta 2 (braço) e pontilhada a junta 3 (antebraço)

No estudo da Fig. 2, o controle tipo torque computado foi projetado para não apresentar sobresinal além de proporcionar rapidez na estabilização para uma entrada tipo degrau, com posições inicial e final para cada junta dadas na Tabela 2. Nota-se na Fig. 2 que o desempenho dinâmico foi degradado pela variação da massa no último elo.

A Fig. 3 ilustra como η varia para uma trajetória cúbica no espaço de juntas determinada pela Tabela 1, para o modelo dinâmico do robô ITA-IEMP (descrito no Apêndice A) numa configuração de acionamento direto, submetido a uma variação de massa em sua extremidade.

Tabela 1. Posições e velocidades iniciais e finais para cada junta do robô ITA-IEMP

Tempo do trajeto = 2 s					
Nº da junta	Posição inicial (rad)	Posição final (rad)	Velocidade inicial (rad/s)	Velocidade final (rad/s)	Variação de massa de 0 Kg a 2,5 Kg
1	$-8\pi/9$	$8\pi/9$	0.0	0.0	
2	$\pi/6$	$\pi/6$	0.0	0.0	
3	$-\pi/4$	$-\pi/4$	0.0	0.0	

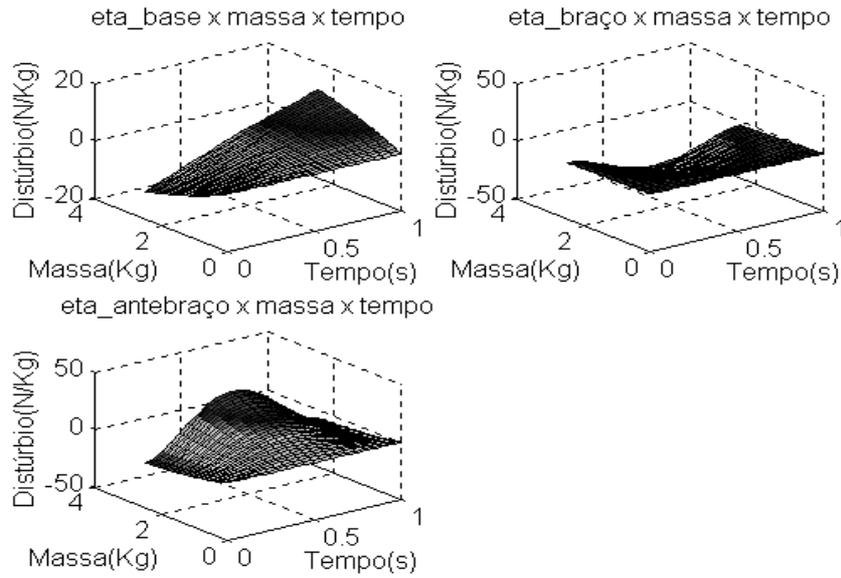


Figura 3. Variação de η para trajetória cúbica, com posições inicial e final dadas na Tabela 1

2.2 Projeto H_∞

2.2.1 Otimização H_∞

No controle H_∞ o objetivo de controle é minimizar a norma H_∞ da função de transferência de w (vetor de sinais exógenos) para z (vetor de saída associado aos requisitos de desempenho para o sistema), conforme ilustrado na Fig. 4.

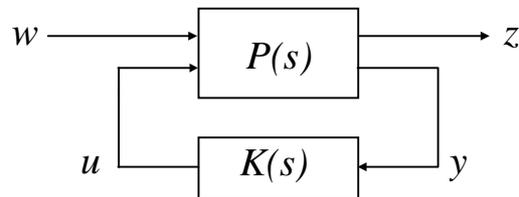


Figura 4. Configuração de controle sem modelagem de incertezas

Na Fig. 4, $P(s)$ representa a planta aumentada e $K(s)$ o controlador robusto. Seja $P(s)$ particionada da forma:

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \leftrightarrow \left[\begin{array}{c|cc} A & B_1 & B_2 \\ \hline C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{array} \right] \quad (8)$$

$$\begin{aligned} z &= P_{11}w + P_{12}u \\ y &= P_{21}w + P_{22}u \end{aligned} \quad (9)$$

A função de transferência de w para z fica:

$$T_{zw} = F_l(P, K) = P_{11} + P_{12} \cdot K \cdot (I - P_{22} \cdot K)^{-1} \cdot P_{21} \quad (10)$$

O controle ótimo H_∞ pode ser descrito matematicamente como a minimização de

$$\|F_l(P, K)\|_\infty = \max_{\omega} \overline{\sigma}(F_l(P, K)(j\omega)) \quad (11)$$

no espaço de todos os controladores $K(s)$ realizáveis que estabilizam o sistema.

2.2.2 Modelo Nominal da Planta

A representação nominal no espaço de estados (A,B,C,D) de um sistema robótico controlado via método do torque computado (robô+TC), com $x = [E' \quad \dot{E}']'$ e $u = \tau$:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -K_p & -K_v \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}; D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

K_p e K_v são as matrizes de ganhos proporcional e derivativo (vide Fig. 1).

2.2.3 Obtenção da Planta Aumentada

Note-se que o problema em questão, no espaço de erros, é um problema de regulação, um problema de sensibilidade mista: a função sensibilidade, $S = (I + GK)^{-1}$ é formatada juntamente com uma ou mais funções de malha fechada, tais como a função KS ou a função sensibilidade complementar $T = I - S$. No caso em que o ruído na medida é insignificante, procura-se formatar S e KS , pois S é a função de transferência entre a perturbação externa e a saída e KS entre a perturbação e os sinais de controle.

A planta P aumentada para o sistema, baseada em (Skogestad & Postlethwaite, 1996), está ilustrada na Fig. 5, onde G é a planta nominal (robô + TC), definida pela Eq. (12). Os vetores w , u , z_1 , z_2 e y têm dimensão 3. Neste projeto foram realimentados apenas os erros de

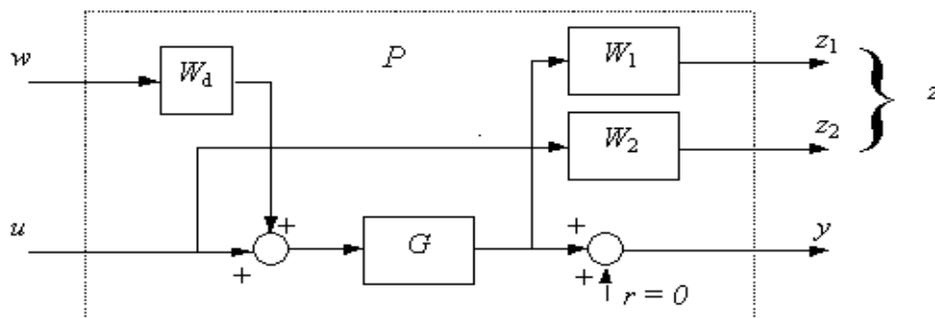


Figura 5. Planta aumentada para o sistema Robô + TC com incertezas

posição das juntas do manipulador, por dois motivos: dimensão do controlador, e problema de posto (*rank*) com a matriz da planta aumentada, para aplicação do algoritmo de Glover-Doyle dado em (Balas *et al.*, 1994).

O bloco W_d tem como função normalizar o nível de perturbação; isto limita os valores singulares do controlador que será projetado. A matriz de transferência W_1 trabalha como um filtro passa-baixas, limitando os valores singulares da função sensibilidade S , e W_2 tem como

função limitar os sinais de controle, atuando como um filtro passa-altas com frequência de corte aproximadamente igual a desejada para a largura de banda de malha fechada. As matrizes de transferência W_1 e W_2 utilizadas têm as seguintes estruturas:

$$W_1 = \begin{bmatrix} \frac{s/M_1 + w_{B1}^*}{s + w_{B1}^* A_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{s/M_2 + w_{B2}^*}{s + w_{B2}^* A_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{s/M_3 + w_{B3}^*}{s + w_{B3}^* A_3} \end{bmatrix}, \quad W_2 = I_{3 \times 3} \quad (13)$$

onde M_i , A_i , e w_{Bi}^* são, respectivamente, o máximo pico de magnitude de S , máximo erro de rastreamento de estado estacionário e mínima frequência de largura de banda (Skogestad & Postlethwaite, 1996). Como ponto de partida de projeto adotou-se, para todas as funções em (11), $M_1 = M_2 = M_3 = 2$, $A_1 = A_2 = A_3 = 0,0001$, $w_{B1}^* = 1,56$ rad/s, $w_{B2}^* = 3,23$ rad/s e $w_{B3}^* = 3,01$ rad/s. Foram escolhidas funções de primeira ordem como tentativa inicial, pois a dimensão do controlador depende do número de pólos destas funções.

2.2.4 Projeto do Controlador Robusto

Para reduzir a influência da perturbação η (oriunda das incertezas de modelo e definida na seção 2.1) no sistema, considerando a variação de massa no último elo como a principal fonte de incerteza, optou-se por utilizar a técnica de projeto de controle robusto que considera a teoria de otimização H_∞ (Maciejowski, 1989; Skogestad & Postlethwaite, 1996). Ao sistema controlado via método do torque computado é adicionada uma nova malha que contém o controlador robusto, cuja entrada é o vetor de erros de posição e cuja saída é um vetor v , como mostra a Fig. 6. O problema agora, é encontrar um controlador robusto que minimize a transferência de energia entre η e E (vide Eq. 7).

Uma solução de projeto de controlador robusto H_∞ para o sistema em questão foi obtida utilizando-se a função SYSIC, que auxilia na confecção da planta aumentada, e a função HINFSYN, que implementa o algoritmo de Glover-Doyle (Glover & Doyle, 1988), ambas funções do MATLAB μ -Analysis and Synthesis toolbox (Balas *et al.*, 1994). Resultados de simulações utilizando o projeto efetuado estão mostrados na seção 2.2.5.

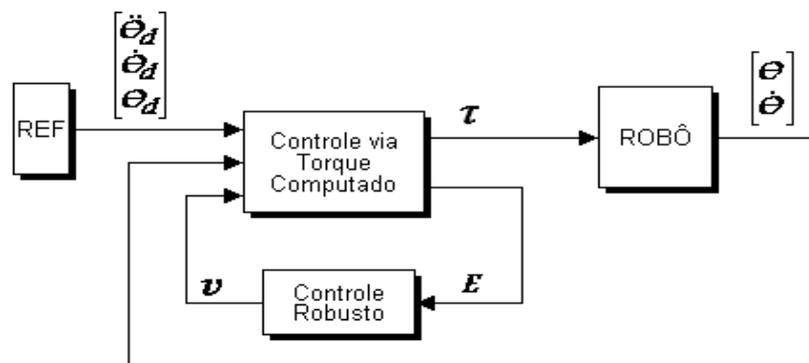


Figura 6. Adição do Controlador Robusto ao Sistema Robô + Torque Computado

Após algumas iterações as funções de ponderação foram escolhidas, de modo que os ganhos e ordem do controlador fossem os menores possíveis para o melhor atendimento dos

requisitos de desempenho: resposta sem sobresinal e tempo de estabilização menor que 1s. Para a obtenção da matriz W_l , Eq.13, utilizou-se os seguintes valores para as larguras de banda: $w_{B1}^* = 1.56 \text{ rad/s}$, $w_{B2}^* = 10 \text{ rad/s}$ e $w_{B3}^* = 100 \text{ rad/s}$. A matriz W_d adotada foi $W_d = \text{diag}(11,22,34)$. As outras ponderações não sofreram modificações. O controlador robusto obtido tem a descrição no espaço de estados mostrada no Apêndice B.

2.2.5 Resultados Obtidos

Os resultados apresentados nesta subseção foram obtidos através da utilização do simulador de manipuladores robóticos descrito em (Adade Filho & Góes, 1998). Foi aplicado um degrau de posição a cada junta do robô ITA-IEMP, segundo a Tabela 2. O sistema da Fig.6 foi simulado com o controlador robusto obtido na subseção 2.2.4 gerando as figuras 7 e 8. A Fig. 7 mostra as posições angulares e os erros de posição de cada junta quando não há adição de massa à sua extremidade. A Fig. 8 mostra as mesmas grandezas descritas na Fig. 7, com o robô submetido a um aumento de massa na extremidade equivalente a 100% da massa nominal do último elo. Em ambas as figuras, a curva tracejada representa a junta 1 (base), a curva cheia a junta 2 (braço) e a curva pontilhada a junta 3 (último elo).

Tabela 2. Posições iniciais e finais para as juntas e extremidade do robô ITA-IEMP

Espaço das Juntas			Espaço Cartesiano		
Nº da junta	Posição inicial (rad)	Posição final (rad)	Elemento do vetor	Posição inicial (m)	Posição final (m)
1	0.0	$\pi/4$	X	0.3320	0.3888
2	$\pi/2$	$\pi/4$	Y	0.0000	0.3888
3	$-\pi/2$	$-\pi/4$	Z	0.3080	0.2178

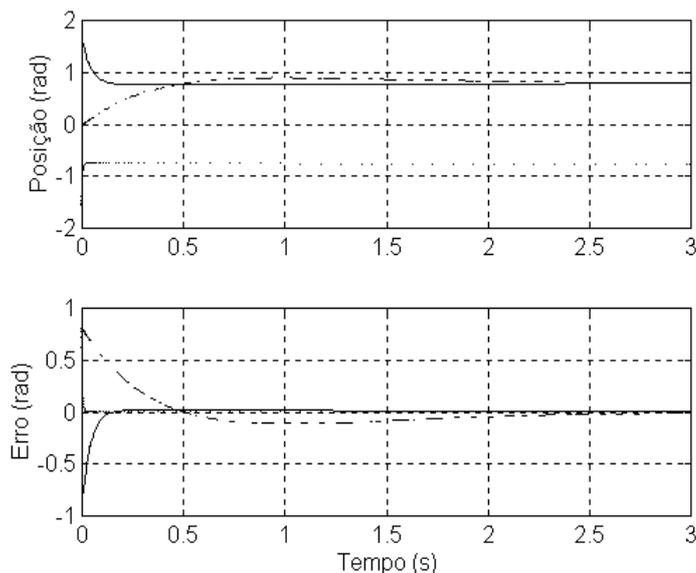


Figura 7. Posições e erros de posição para as juntas do robô ITA-IEMP considerando 0% de variação de massa no último elo e variação da trajetória dada pela Tabela 2

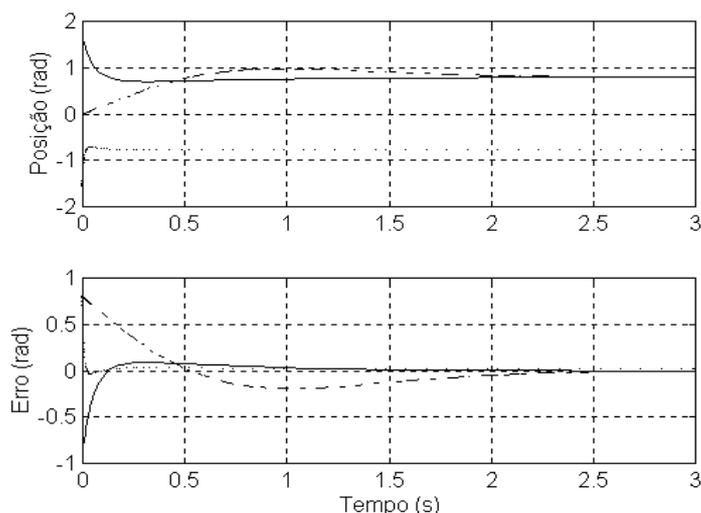


Figura 8. Posições e erros de posição para as juntas do robô ITA-IEMP com 100% de variação de massa no último elo e variação da trajetória dada pela Tabela 2

3. CONCLUSÃO

Este trabalho aborda o projeto de um controlador robusto H_∞ , que atua juntamente com um controlador via método do torque computado, utilizado para posicionar a extremidade de um manipulador robótico de elos rígidos seriais numa configuração de acionamento direto, quando submetido a variações de massa no órgão terminal.

Simulações utilizando técnicas de controle convencionais tipo PID e torque computado foram realizadas em (Góes, 2000), nas quais se constatou uma degeneração bastante grande do desempenho do sistema quando submetido a variações da massa na extremidade, especialmente para o controle via método do torque computado (vide Fig. 2). Como ilustra a Fig. 8 deste trabalho, para uma variação de massa de 100% na extremidade do manipulador, a associação com o controlador H_∞ torna a degeneração de desempenho bem menor.

4. REFERÊNCIAS

- Abdallah, C., Dawson, D., Dorato, P. and Jamshidi, M. (1991). Survey of Robust Control for Rigid Robots, *IEEE Control System Magazine*, february, pp. 24-30.
- Adade Filho, A. and Góes, E. (1998). Simulation of the dynamics and control of robotic manipulators using SIMULINK, *Proc. IASTED Int. Conf. on Modelling and Simulation*, Pittsburgh, Pennsylvania, pp. 236-240.
- Balas, G. J., Doyle, J. C., Glover, K., Packard, A. and Smith, R. (1994). *μ -Analysis and Synthesis Toolbox User's Guide*, The MathWorks, Natick, Mass.
- Craig, J. J. (1986). *Introduction to Robotics*, Addison-Wesley, Mass.
- Glover, K. and Doyle, J. C. (1988). State-space formulae for all stabilizing controllers that satisfy an H_∞ -norm bound and relations to risk sensitivity, *Systems & Control Letters*, North, Holland, Vol. 11, pp. 167-172.
- Góes, E. (2000). *Controle Robusto de um Manipulador Robótico*. Tese de Mestrado, Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA).
- Maciejowski, J. M. (1989). *Multivariable Feedback Design*, Addison-Wesley, U.K.
- Skogestad, S. and Postlethwaite, I. (1996). *Multivariable Feedback Control - Analysis and Design*, John Wiley & Sons, Chichester, U.K.

APÊNDICE A

DESCRIÇÃO BÁSICA DO ROBÔ ITA-IEMP.

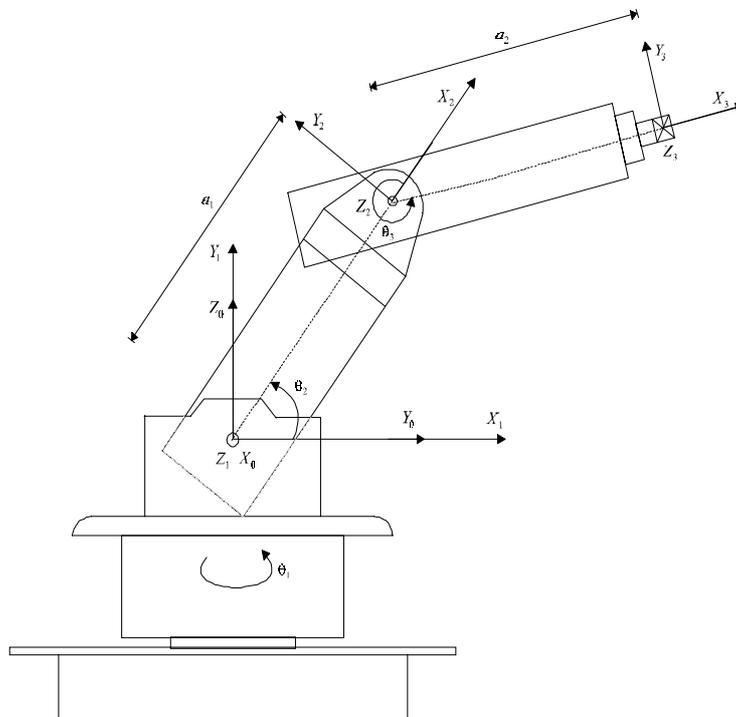


Figura 9 – Desenho Esquemático do robô ITA-IEMP

Tabela 3 - Parâmetros de Denavit-Hartenberg

Elo	α (graus)	a (m)	d	θ (var.)
1	90^0	0	0	θ_1
2	0^0	0.309	0	θ_2
3	0^0	0.332	0	θ_3

Tabela 4 - Propriedades de Massa

Parâmetros	Elo 1	Elo 2	Elo 3
CG (m)	(0, 0, -.074)	(-.28, 0, -.10)	(-.15, 0, 0)
I_{xx} (Kg*m ²)	0	0.2042	0
I_{yy} (Kg*m ²)	0.2629	0.9116	0.2385
I_{zz} (Kg*m ²)	0	0.7177	0.2363
I_{xy} (Kg*m ²)	0	0	0
I_{xz} (Kg*m ²)	0	-0.2431	0
I_{yz} (Kg*m ²)	0	0	0
Massa (Kg)	13.23	8.429	2.482

