

# UMA METODOLOGIA PARA GERAÇÃO DE TRAJETÓRIAS DE MANIPULADORES NO ESPAÇO CARTESIANO

**Altamir Dias**  
**Henrique Simas**  
**Julio Feller Golin**  
**Raul Guenther**

Universidade Federal de Santa Catarina, Departamento de Engenharia Mecânica, Laboratório de Robótica, Caixa Postal 476, 88040-900, Florianópolis, SC, Brasil. E-mail: simas,golin@lcmi.ufsc.br; altamir@emc.ufsc.br

## **Resumo**

O presente trabalho apresenta um estudo realizado para geração de trajetórias sobre uma superfície determinada no espaço cartesiano. Curvas B-Splines são utilizadas para geração do caminho sobre a superfície e algoritmos matemáticos são usados para definir uma velocidade constante do efetuador final. O trabalho descreve a teoria envolvida para o cálculo teórico da trajetória e uma experimentação prática realizada com um manipulador industrial.

**Palavras chaves** : Robótica, controle de velocidade, algoritmos de controle

## **1.INTRODUÇÃO**

Para realização de tarefas de manipuladores no espaço cartesiano é necessário a definição das coordenadas de posição e velocidade das juntas para os controladores. Estas referências podem ser dadas no espaço de juntas ou espaço cartesiano.

O controle no espaço de juntas não garante a aquisição de parâmetros da curva, tais como derivadas e raio de curvatura, entre outros. Para tarefas mais complexas há a necessidade de se formular a trajetória no espaço cartesiano – e através de algoritmos de cinemática inversa será possível obter os referidos parâmetros.

Trabalhos já apresentados abordam este problema aplicados a geração de trajetórias para máquinas ferramentas (Sarma & Dutta, 1997). Outras aplicações são na geração de conjuntos de caminhos paralelos em superfícies livres (Suresh & Yang, 1994, Dias, 1999a, 1999b).

O presente trabalho tem por objetivo apresentar uma metodologia para a geração de coordenadas de juntas de um manipulador, considerando especificações desejadas em um caminho parametrizado sobre uma superfície definida no espaço cartesiano.

Neste trabalho são analisados dois casos: no primeiro um caminho é definido sobre uma superfície plana onde o manipulador executa uma seqüência de circunferências. Na segunda análise, um caminho helicoidal é definido sobre uma superfície cilíndrica.

Para experimentação prática será utilizado um manipulador industrial SCARA. Para isto será realizado um levantamento das limitações físicas e tecnológicas do manipulador e do algoritmo de geração das trajetórias.

No corpo do trabalho são apresentadas as características das B-Splines, sua formulação e propriedades importantes para o cálculo de caminhos de tarefas, a técnica de discretização de um caminho contínuo e a aplicação destas teorias na determinação de perfis de referência para controle do manipulador sobre a trajetória desejada.

## 2. CURVAS B-SPLINE

### 2.1 Definição

As curvas B-spline são segmentadas e definidas no espaço Cartesiano a partir de um conjunto de pontos no espaço, chamados de vértices de controle  $\mathbf{V}_i$ . Estes vértices formam um polígono convexo – chamado polígono característico – que limita a curva. B-splines podem ser representadas e obtidas de diferentes formulações, como a fórmula recursiva de Cox e de Boor, ou por diferenças finitas, ou ainda por condições de continuidade. Neste trabalho trata-se somente de B-splines cúbicas parametrizadas num intervalo unitário  $u \in [0,1]$ , utilizando a representação matricial segundo (Qiulin 1987). Nesta representação, um segmento de curva B-spline cúbica  $\mathbf{r}_i(\mathbf{u})$  é dada como uma combinação linear de quatro vértices de controle  $\mathbf{V}$  e das funções de ajuste  $N_{4,j}(u)$ ,  $j = 0, 1, 2, 3$ . As funções de ajuste determinam o “peso” de cada vértice ao longo da curva e são sempre as mesmas para qualquer tipo de segmento de curva B-spline. Então, um segmento de curva B-spline pode ser definido por:

$$\mathbf{r}_i(\mathbf{u}) = [N_{4,0}(u) \ N_{4,1}(u) \ N_{4,2}(u) \ N_{4,3}(u)] \begin{bmatrix} \mathbf{V}_i \\ \mathbf{V}_{i+1} \\ \mathbf{V}_{i+2} \\ \mathbf{V}_{i+3} \end{bmatrix} = \mathbf{U} \mathbf{M}_b \mathbf{V} . \quad (1)$$

onde  $\mathbf{U} = [1 \ u \ u^2 \ u^3]$  e:

$$\begin{aligned} N_{4,0}(u) &= \frac{1}{3!}(1 - 3u + 3u^2 - u^3) \\ N_{4,1}(u) &= \frac{1}{3!}(4 - 6u^2 + 3u^3) \\ N_{4,2}(u) &= \frac{1}{3!}(1 + 3u + 3u^2 - 3u^3) \\ N_{4,3}(u) &= \frac{1}{3!}(u^3) \end{aligned} \quad \mathbf{M}_b = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -1 & 3 & -3 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Estendendo a formulação de caminhos tridimensionais por curvas B-splines, pode-se formular superfícies parametrizadas ( $\mathbf{r}(\mathbf{u}, \mathbf{w})$ ) a partir de uma nuvem de pontos no espaço cartesiano.

Desta forma, uma superfície B-spline é definida de acordo com a equação

$$\mathbf{r}_i(\mathbf{u}, \mathbf{w}) = \mathbf{U} \mathbf{M}_b \mathbf{V} \mathbf{M}_b^T \mathbf{W}^T \quad (3)$$

ou

$$\mathbf{r}(\mathbf{u}, \mathbf{w}) = \sum_{K=0}^3 \sum_{L=0}^3 N_{4,k}(u) N_{4,L}(w) \mathbf{V}_{K,L} \quad (4)$$

### 2.2 Propriedades

As curvas e superfícies B-splines, independente de sua ordem, apresentam importantes propriedades geométricas. A primeira delas é o controle local. Como cada segmento de curva B-spline cúbica é determinada por quatro vértices consecutivos  $\mathbf{V}_i, \dots, \mathbf{V}_{i+3}$ ; a mudança de um vértice não exige o “recálculo” de toda a curva, mas dos quatro segmentos que dele dependem.

Esta propriedade foi a mais importante para a escolha do algoritmo B-spline para a formulação da trajetória. Isto porque as curvas de Bezier, bem como as curvas Splines, apesar de também ser possível fornecerem parâmetros para o cálculo de propriedades das curvas, como as derivadas (tangentes, normais e binormais) da curva, não se adequaram ao problema tratado neste trabalho.

A formulação matemática a partir de curva B-splines resultou numa curva suave para o caminho da tarefa, sem a presença de oscilações indesejadas e sem excessivo esforço computacional no cálculo de seus parâmetros.

### 3. METODOLOGIA PARA GERAÇÃO DE TRAJETÓRIA NO ESPAÇO CARTESIANO APLICADO AO MANIPULADOR INDUSTRIAL

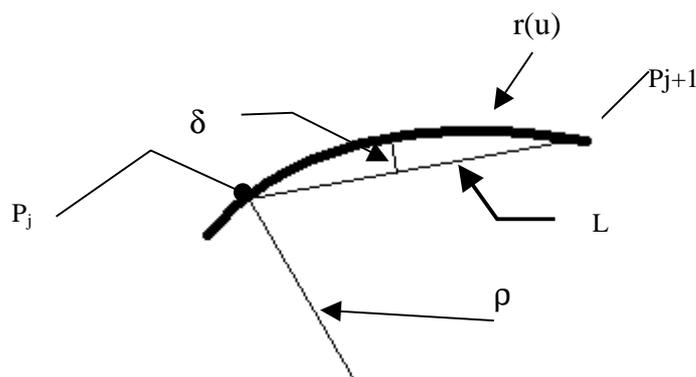
#### 3.1 Manipulador SCARA INTER

Para executar as experimentações de laboratório, foi empregado um manipulador industrial de configuração SCARA. Este manipulador possui arquitetura aberta, o que permite acesso ao seu ambiente de programação.

Através de um pós processamento, os arquivos de dados em formato padronizado ASCII podem ser enviados ao controlador do manipulador para tratamento das informações contidas.

Os pontos a serem interpolados para definição da trajetória são definidos livremente no espaço cartesiano ou sobre uma superfície parametrizada. Uma vez definidos, utilizou-se a formulação por B-splines para gerar a curva representativa do caminho e interpolar outros pontos entre estes pontos dados, definindo assim, uma curva de trajetória desejada no espaço cartesiano.

A partir da curva de trajetória, é realizada a discretização deste caminho, pois o controlador do manipulador é digital. Esta discretização consiste em caminhar sobre a curva através de cordas de comprimento  $L$ , respeitando-se uma tolerância  $\delta$  previamente definida. A tolerância  $\delta$  é o desvio da curva que o efetuador dará, ao dar um passo linear seguindo a trajetória, na execução da tarefa. Procura-se maximizar os comprimentos de corda ao longo da curva, para que o tempo de execução da tarefa seja minimizado



**Figura 1.** Discretização de um caminho contínuo

A Fig 1 ilustra as propriedades necessárias para o cálculo dos passos sobre a curva através da equação (5), onde  $\rho$  é o raio de curvatura local da curva no espaço cartesiano,  $\delta$  a precisão para a execução da tarefa requerida e  $P$  é o conjunto de  $j$  pontos discretos sobre a curva.

Em (Qiulin, 1987) é apresentado um equacionamento para cálculo do passo L sobre uma curva parametrizada. Assim o passo L é mostrado na equação 5, como:

$$L^2=4\delta(2\rho-\delta) \quad (5)$$

Utilizando-se o software Matlab, implementaram-se rotinas para geração dos perfis de referência para as juntas do manipulador. Estas rotinas consistiram em montar matrizes de pontos para coordenadas das juntas. Estes pontos são determinados a partir de algoritmos de cinemática inversa do manipulador SCARA.

### 3.2 Limitações do manipulador SCARA

Na implementação e execução das rotinas Matlab, foram levantadas as limitações físicas e tecnológicas do manipulador SCARA, que são apresentadas a seguir:

- Limitações da orientação do efetuador final em  $\pm 2,5$  rad, o que impede o manipulador de executar uma 1 volta completa em torno do seu eixo de orientação;
- Limitações de posição e velocidade ( Golin *et al*, 1998);
- Limitações do controlador que possui um período de amostragem fixo (1ms).

Para executar as tarefas desejadas foram propostas as seguintes soluções:

- Fixar uma orientação em relação ao sistema de coordenada da base;
- Fixar uma posição do eixo de rotação do efetuador final;
- Implementar procedimentos matemáticos dentro das rotinas Matlab para evitando saturações de velocidade, saída da área de trabalho do manipulador e singularidades no Jacobiano.

## 4. EXPERIMENTAÇÃO PRÁTICA NO CONTROLE DE VELOCIDADE DO EFETUADOR FINAL SOBRE UMA TRAJETÓRIA NO ESPAÇO CARTESIANO

### 4.1 Descrição do problema

Utilizando-se as rotinas Matlab e considerando as limitações do manipulador, foram definidas duas superfícies para geração de diferentes trajetórias.

A primeira experimentação foi realizada sobre uma superfície paralela ao plano XY da base do manipulador. Nesta superfície foram definidos pontos de uma circunferência, cujo raio é de 7 cm e definida uma tarefa de fazer o manipulador percorrer uma trajetória sobre esta circunferência, realizando três voltas numa velocidade de 5 cm/s.

Na segunda experimentação foram amostrados pontos sobre uma superfície cilíndrica parametrizada no espaço cartesiano Este cilindro foi parametrizado em função do ângulo  $\theta$ . Este conjunto de pontos definiu uma helicoidal com passo de 6 cm e raio de 7 cm. A velocidade definida para o efetuador percorrer a trajetória no espaço cartesiano foi de 5 cm/s.

### 4.2 Solução na execução da tarefa

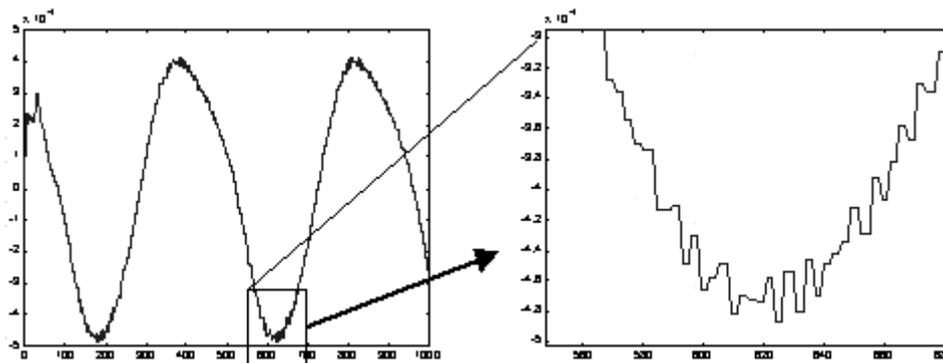
Devido ao período de amostragem do controlador ser uma variável inteira, ou seja, de um 1 ms, é necessário um arredondamento dos tempos de cada passo. Este

arredondamento é devido à relação comprimentos de arco entre os pontos discretizados P e velocidade local de avanço desejada na trajetória não resultar num valor inteiro de tempo em milissegundos. Assim um passo pode ter um tempo de duração de 30,5 ms por exemplo. Para definir os valores de tempos foram utilizadas três metodologias.

A primeira solução foi arredondar os períodos de tempo e dividir cada segmento de trajetória entre os pontos P, em T-1 segmentos, onde T é a parte inteira do tempo em ms para que o manipulador percorra o passo em questão.

Esta solução resultou num perfil de referência das velocidades das juntas excessivamente oscilatório, gerando vibrações indesejadas na execução da tarefa.

Uma segunda implementação foi proposta para evitar as oscilações na velocidade das juntas. A solução foi aproximar o arco que une dois pontos consecutivos de P por uma reta e em seguida dividi-la em T – 1 segmentos como na solução anterior. Nesta proposta percebeu-se que o arredondamento do período de tempo T, de evolução entre os pontos P, tem influência no desempenho da execução da tarefa, pois também gerou excessivas variações na velocidade.



**Figura 2.** Resultado do perfil de velocidade para a junta 1 entre os tempos 550 e 680 ms

Para resolver o problema de vibrações e arredondamentos de tempo foi implementada uma terceira proposta. Esta solução consiste em reajustar o comprimento de arco entre dois pontos P através de um algoritmo de biseção. Este algoritmo busca, entre dois arcos consecutivos, um arco que aproxime a relação entre o período do passo, sem arredondamentos e a velocidade de avanço sobre o arco.

Na Fig 2, tem-se no detalhe o perfil de referência velocidade da junta 1 no período de tempo entre 550 e 680 ms.

Nesta solução o perfil de velocidade foi mais suave, apesar de pequenas oscilações ainda presentes. Na experimentação prática o manipulador se comportou de forma satisfatória, sem apresentar vibrações ou oscilações na evolução do efetuador final sobre a trajetória.

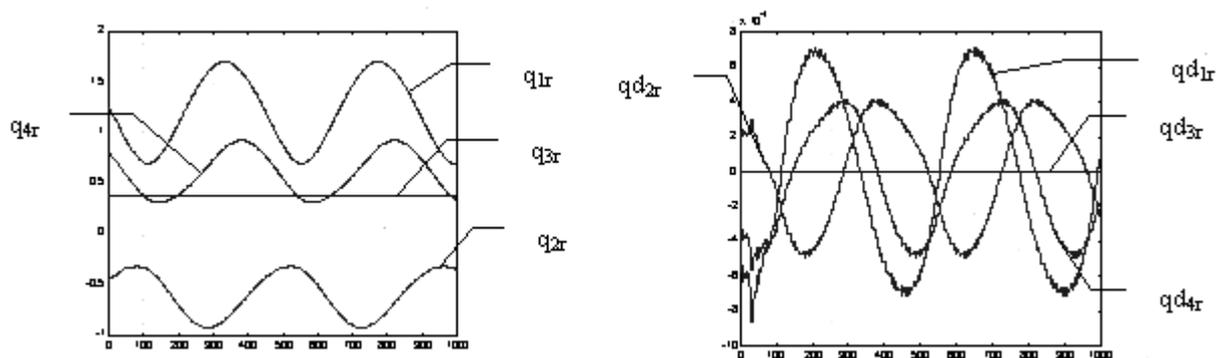
## 5. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

As soluções discutidas acima foram implementada em rotinas Matlab para as duas tarefas propostas – circunferência sobre superfície plana e uma curva helicoidal sobre uma superfície cilíndrica. Nesta seção são apresentadas as experimentações utilizando a terceira proposta.

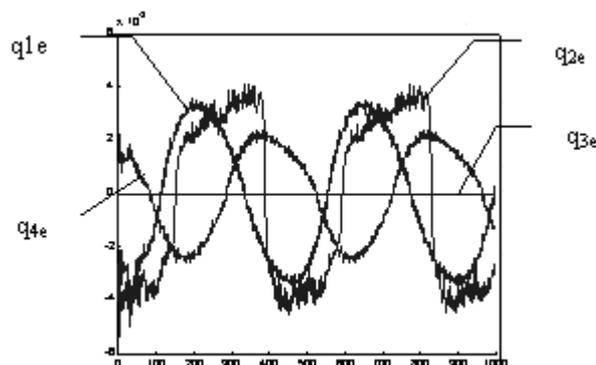
### 5.1 Circunferência sobre o plano XY

Nas realizações desta tarefa utilizou-se controlador PD com ajustes 400 para o ganho proporcional e 1 para o ganho derivativo.

A Fig 3 apresenta o perfil de referências para o controle da posição e velocidades das juntas, calculados pela rotina Matlab. Na Fig 4 é apresentado o erro de posição entre o valor real de posição no manipulador e a referência.



**Figura 3.** Referência de posição e velocidades das juntas para o controle do manipulador SCARA

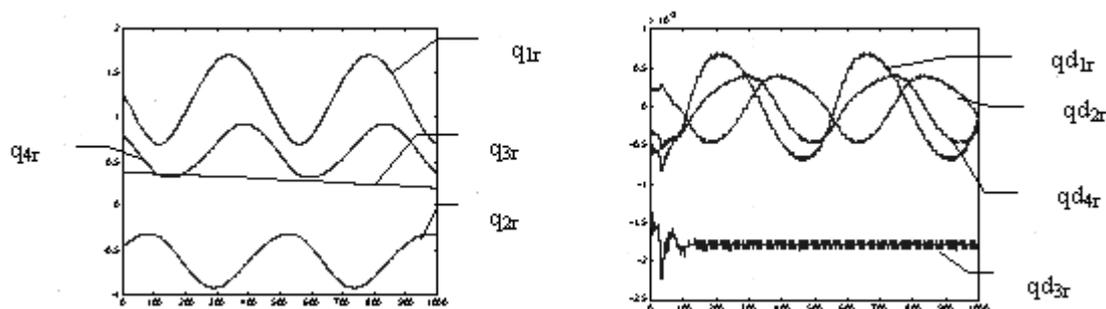


**Figura 4.** Erro de posição das juntas para a primeira tarefa

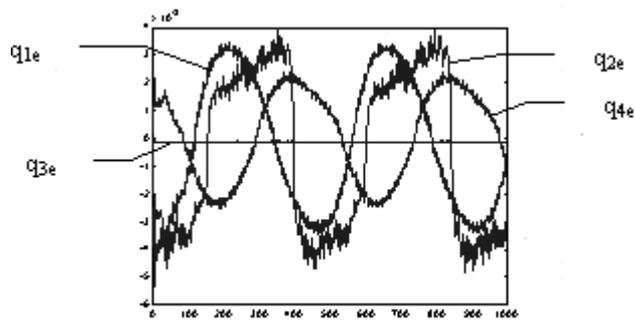
### 5.1 Execução de tarefa seguindo um caminho helicoidal sobre um cilindro

Para a tarefa da trajetória helicoidal foi ajustado o controlador com os mesmos parâmetros da tarefa anterior.

A Fig 5 apresenta o perfil de referências para o controle da posição e velocidades das juntas. Na Fig 6, o erro de posição das juntas.



**Figura 5.** Referência de posição das juntas para o controle do manipulador SCARA



**Figura 6.** Erro de posição das juntas para a segunda tarefa

## 6. CONCLUSÃO

Este trabalho possibilitou a aplicação de uma metodologia à programação de tarefas no espaço cartesiano de um manipulador industrial. As trajetórias foram obtidas a partir de curvas B-spline modeladas sobre superfícies parametrizadas segundo suas propriedades geométricas, constituindo o caminho para o efetuador final. Considerou-se aqui o problema de trajetórias com velocidade constante no espaço cartesiano.

Para a experimentação prática destes resultados foram implementados métodos para discretização da trajetória cartesiana e às equivalentes trajetórias de juntas. Procedimentos para cálculos de velocidades de junta foram testados conforme as limitações do manipulador.

Os procedimentos implementados e testados no manipulador resultaram em curvas de referência de posição e velocidade suaves – transformadas para espaço das juntas. Para isso diferentes modelos de discretização foram estudados para se atender as características do controlador.

Como perspectivas para este trabalho pretende-se utilizá-lo no contexto do projeto Roboturb (UFSC-COPEL-PADCT), que está desenvolvendo um manipulador para recuperação de superfícies erodidas de turbinas hidráulicas para o processo de geração de trajetórias. Também pretende-se utilizar num estudo mais avançado, na modelagem de superfícies livres B-splines parametrizadas, nas quais podem realizadas tarefas mais complexas – por exemplo soldagem e pintura.

## 7. REFERÊNCIAS

- Angeles, Jorge ; 1997, “Fundamentals of Robotic Mechanical Systems”, Springer-Verlag.
- Chen, Y.D. ; Ni, J. and Wu, S. M. ; 1993, “Real-Time CNC Tool Path Generation for Machining IGES Surfaces”; Journal of Engineering for Industry, vol 115, pp-480-486.
- Dias, Altamir, Toledo, Leonardo B de, Deiseroth, Michael. , 1999, “ A CAD/Robotics System to "Off-Line" Programming of Industrial Robots.” , XV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Aguas de Lindóia, SP.
- Dias, Altamir, Toledo, Leonardo B de, Deiseroth, Michael, 1999, “An off-line programming system for industrial robots”, In: FLEXIBLE AUTOMATION AND INTELLIGENT MANUFACTURING, Tilburg, the Netherlands. Proceedings of

the Ninth International Fair Conference. New York: begell house inc. v.1. p.835-846.

- Dragomatz, D. ; Mann, S. ; 1997 "A Classified Bibliography of Literature on NC Milling Path Generation" Computer-Aided Design, vol 29 No 3 pp. 239-247.
- Golin, J., Weihmann, L., Guenther, R. , 1998; "Manual do Usuário do Robô Inter"; documento do Laboratório de Robótica da UFSC.
- Qiulin, D. e Davies, B.J. , 1987; "Surface Engineering Geometry for Computer-Aided Design and Manufacturing", Ellis Horwood Limited.
- Sarma, R. and Dutta, D.; 1997, "The Geometry and Generation of NC Tool Paths"; Journal of Mechanical Design; vol 119, pp. 253-258.
- Suresh , D. C. H. ; 1994, "M Constant Scallop-height Machining of Free-form Surfaces"; Journal of Engineering for Industry, vol 115, pp- 253-259.