

## AVALIAÇÃO DA CONFIABILIDADE EM SISTEMAS PELO MÉTODO DA MATRIZ DE CONEXÃO.

**Miguel A. Reyes Mojena**

Universidad de Oriente, Departamento de Mecánica y Diseño  
Ave. de Las Américas s/n, Santiago de Cuba, Cuba.

**Katia L. Cavalca**

Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Departamento de Projeto Mecânico, CP 6051 - 13083 - 970 - Campinas, SP, Brasil

**Resumo.** Para estimar o valor da confiabilidade em sistemas de configuração complexa são utilizados diferentes métodos ou técnicas, os quais, de forma geral, estão baseados em reduzir a estrutura ou sistema a um elemento simples equivalente, com confiabilidade igual à da estrutura completa. Um destes métodos é o método da matriz de conexão, recomendado para determinar a confiabilidade de sistemas ou estruturas complexas de configuração não convencional, embora possa ser utilizado na estimativa do valor da confiabilidade de estruturas complexas convencionais e nas estruturas simples básicas fundamentais (série ou paralelo), uma vez conhecido o valor da confiabilidade dos componentes que a formam, sendo estes valores determinados a partir de dados obtidos de testes de vida, processados através de diversas leis de distribuição estatísticas de probabilidades.

**Palavras-chave:** Confiabilidade, Estruturas, Redução de Sistemas

### 1. INTRODUÇÃO

Existem casos de conexões de componentes, que modelam determinados sistemas ou estruturas (mecânicas ou não), onde não podem ser utilizadas as expressões para estruturas padrões (série, paralelo, stand-by, etc.), na determinação da confiabilidade (Frankel (1988), Horowitz e Sahni (1983)). A estimativa da confiabilidade, nestes casos, requer a aplicação de técnicas mais gerais e poderosas, como:

- a) - Método do Grupo Mínimo de Corte;
- b) - Método do Grupo Mínimo de Ligação;
- c) - Método da Árvore de Eventos;
- d) - Método da Árvore de Falhas;
- e) - Método da Decomposição;
- f) - Método da Inspeção;
- g) - Método da Matriz Conexão.

Estes métodos, de forma geral, empregam a teoria da probabilidade de eventos, para o caso de eventos independentes e não mutuamente exclusivos, relacionados com o sucesso ou o fracasso da estrutura analisada (Kim (1972) e Ramakumar (1993)). Sendo nestes casos, utilizada a probabilidade de ocorrência de  $n$  eventos para obter a expressão para estimar o valor de confiabilidade numa determinada estrutura, a qual é denotada como a união dos mesmos, ou seja :

$$\begin{aligned}
 P(T_1 \cup T_2 \dots \cup \dots T_n) &= P(T_1 + T_2 + \dots + T_n) \\
 &= [P(T_1) + P(T_2) + \dots + P(T_n)] \\
 &\quad - [P(T_1 T_2) + P(T_1 T_3) + \dots + P_{i \neq j}(T_i T_j)] \\
 &\quad + [P(T_1 T_2 T_3) + P(T_1 T_2 T_4) + \dots + P_{i \neq j \neq k}(T_i T_j T_k)] \\
 &\quad \vdots \\
 &\quad (-1)^{n-1} [P(T_1 T_2 \dots T_n)]
 \end{aligned} \tag{1}$$

onde :  $n$  - número de eventos;

$P(T_n)$  - Probabilidade de ocorrência do  $n$ -ésimo evento.

Conforme Billinton e Allan (1987), estes métodos apresentam objetivos similares, motivo pelo qual não é possível definir um método mais indicado para solucionar um problema determinado. Desta forma, considerando como questões fundamentais para a seleção de um determinado método: a simplicidade de modelar e avaliar estruturas complexas de configuração convencional e não convencional, e a facilidade de programação do método, foi escolhido o *método da matriz conexão*.

## 2. MÉTODO DA MATRIZ CONEXÃO

A técnica da matriz conexão consiste em criar uma matriz **M** para o sistema ou estrutura complexa analisada, onde as linhas e colunas da matriz são nós ou pontos de conexão dos componentes da estrutura, e os elementos da matriz, os próprios componentes, posicionados entre os nós. Para obter a transmissão ou trajetória desde o nó, ou ponto de conexão, de entrada da estrutura ao da saída, sendo que o fluxo de eventos existe numa única direção, podem ser utilizado dois métodos: o *método da eliminação de nós* ou o *método da multiplicação da matriz*. Segundo Billinton e Allan (1987), o método da eliminação de nós apresenta vantagem sobre o método da multiplicação da matriz, devido ao fato que o primeiro permite analisar a trajetória ou transmissão entre dois nós de interesse, sendo que o segundo analisa todos os nós de forma simultânea. Empregando a técnica da matriz conexão para estimar a confiabilidade de uma estrutura complexa, de configuração convencional, como a esquematizada na Fig. 1, pode-se obter o resultado seguinte :

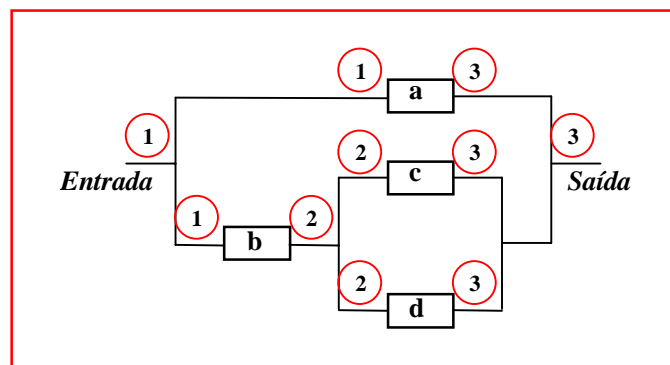


Figura 1 : Estrutura complexa analisada pelo método da matriz conexão.

A matriz de conexão, correspondente à estrutura analisada, pode ser definida como :

		<b>para o nó</b>		
		①	②	③
<b>M = do nó</b>	①	<b>1</b>	<b>b</b>	<b>a</b>
	②	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>( c + d )</b>
	③	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>

Figura 2 : Matriz de conexão inicial da estrutura analisada.

Esta matriz de conexão é obtida analisando-se a trajetória a partir de todos os nós de entrada, até os nós de saída característicos de cada componente.

Para reduzir os nós da matriz mostrada na Fig. 2, empregando o método da eliminação de nós, é utilizada a Eq. (2), excetuando nesta operação a eliminação dos nós de entrada e saída da estrutura analisada :

$$N^o_{ij} = N_{ij} + (N_{ik} N_{kj}) \quad (2)$$

onde :  $(i, j \neq k)$

$i, j$  - linha e coluna respectivamente da matriz de conexão;

$k$  - nó que será eliminado da matriz;

$N_{ij}$  - elemento da matriz atual;

$N^o_{ij}$  - novo elemento da matriz reduzida.

Neste caso, o nó a ser eliminado é o nó 2, de onde os novos elementos da matriz reduzida são obtidos da seguinte forma :

$$N^o_{11} = N_{11} + N_{12}N_{21} = 1 + b \times 0 = 1 \quad (3)$$

$$N^o_{13} = N_{13} + N_{12}N_{23} = a + b(c + d) = a + bc + db \quad (4)$$

$$N^o_{31} = N_{31} + N_{32}N_{21} = 0 + 0 \times 0 = 0 \quad (5)$$

$$N^o_{33} = N_{33} + N_{32}N_{23} = 1 + 0 \times (c + d) = 1 \quad (6)$$

Desta forma, a matriz inicial será reduzida, resultando numa matriz que está relacionada somente ao nó de entrada 1, e o de saída 3 da estrutura, conforme Fig. 3:

		①	③
①	<b>1</b>	<b>a + bc + bd</b>	
③	<b>0</b>	<b>1</b>	

Figura 3 : Matriz resultante do método da matriz de conexão.

O elemento<sub>1,2</sub> da matriz reduzida está relacionado diretamente com os caminhos de sucesso que apresenta a estrutura. Associando estes caminhos a eventos ( $T_1 = a$ ,  $T_2 = bc$  e  $T_3 = bd$ ), e aplicando as propriedades de probabilidade de união de  $n$  eventos independentes através da Eq. (1), pode-se estimar a confiabilidade da estrutura ( $R_s$ ), através da seguinte análise :

$$R_s = P(T_1 \cup T_2 \cup T_3) \quad (7)$$

ou seja,

$$R_s = P(T_1 + T_2 + T_3) - P(T_1T_2) - P(T_1T_3) - P(T_2T_3) + P(T_1T_2T_3) \quad (8)$$

Colocando os eventos em função dos componentes da estrutura, e aplicando as propriedades, temos que :

$$R_s = P(a) + P(bc) + P(bd) - P(abc) - P(abd) - P(bcd) + P(abcd) \quad (9)$$

Desta forma,

$$R_s = R_a + R_bR_c + R_bR_d - R_aR_bR_c - R_aR_bR_d - R_bR_cR_d + R_aR_bR_cR_d \quad (10)$$

Considerando que todos os componentes da estrutura apresentam iguais valores de confiabilidade, temos que:

$$R_a = R_b = R_c = R_d = p \quad (11)$$

A expressão para estimar a confiabilidade torna-se, então :

$$\begin{aligned} R_s &= p + p^2 + p^2 - p^3 - p^3 - p^3 + p^4 \\ &= p + 2p^2 - 3p^3 + p^4 \end{aligned} \quad (12)$$

## 2.1 Aplicação do programa computacional para estimar a confiabilidade em estruturas através do método da matriz conexão

A metodologia empregada para analisar e determinar o valor de confiabilidade da estrutura da Fig. 1, foi implementada num programa computacional elaborado na linguagem *Visual Basic*, a qual pode ser esquematizada de acordo com a Fig. 4. A primeira parte está relacionada aos dados necessários para criar a matriz **M** da estrutura analisada, sendo que esta matriz deve apresentar as seguintes características :

- a) - É uma matriz quadrada;
- b) - Triangular superior;
- c) - O número de linhas e colunas da matriz é igual ao número total de nós característicos dos caminhos de sucesso;
- d) - Os elementos da diagonal são iguais a 1;
- e) - Os elementos da matriz triangular superior são:
  - O componente que existe entre dois nós característicos;

- A soma dos componentes que existem entre dois nós característicos;
- Nulos quando não existe componente entre dois nós característicos.

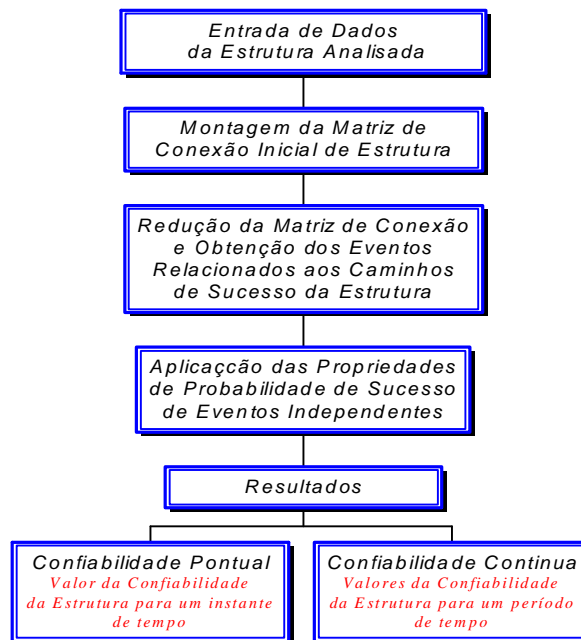


Figura 4 : Configuração da metodologia da matriz conexão.

Para ser montada a matriz de conexão **M** através da metodologia desenvolvida no programa, devem ser fornecidos os seguintes dados :

- a) - Quantidade de nós característicos dos caminhos de sucesso que a estrutura apresenta;
- b) - Identificador para cada componente da estrutura através de rótulos (**a,b,c...**, etc.).

Considerando todas estas questões, a seguir serão desenvolvidos exemplos de cálculo para estimar a confiabilidade em estruturas que modelam problemas práticos, que podem ser resolvidos empregando este método.

## 2.2 Exemplo de cálculo do valor da confiabilidade de uma estrutura simples empregando o método da matriz conexão

Neste exemplo, será simulado o cálculo da confiabilidade de um sistema que modela a transmissão de um veículo, onde os componentes da estrutura são os seguintes :

1. Motor (**a**);
2. Embreagem (**b**);
3. Caixa de Câmbio (**c**);
4. Diferencial (**d**);
5. Eixos (**e e f**);
6. Pneus (**g e h**).

Todos estes são esquematizados na Figura 5.

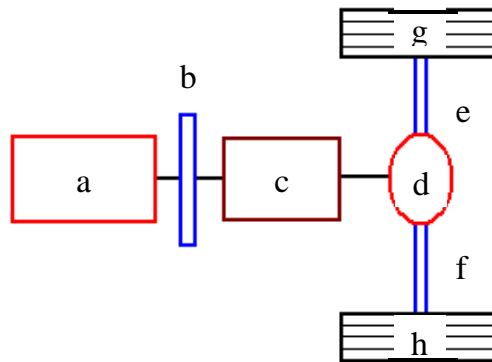


Figura 5 : Transmissão hipotética de um veículo.

Considerando que todos os elementos que compõe esta transmissão devem operar com sucesso para que o veículo funcione, pode-se afirmar que estão conectados em série, de modo que o sistema poderá ser modelado da seguinte forma :

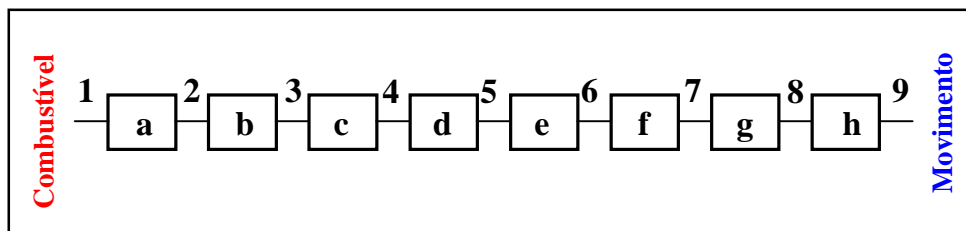


Figura 6 : Conexão em série dos componentes da transmissão e seus pontos de conexão ou nós de entrada e saída .

Para criar a matriz de conexão da Fig. 6, pode ser empregada uma tabela que relacione os nós característicos dos diferentes caminhos de sucessos aos componentes que apresentam a estruturas, como a mostrada a seguir:

Tabela 1: Nó característico de cada componente da estrutura analisada.

Componentes	Nó característico de Entrada	Nó característico de Saída
a	1	2
b	2	3
c	3	4
d	4	5
e	5	6
f	6	7
g	7	8
h	8	9

Neste caso será necessário primeiramente introduzir no programa o número total de nós que apresenta a estrutura, o qual segundo a Tabela 1 é de nove nós (9). Esta operação é feita através da janela apresentada na Fig. 7



Figura 7 : Janela de entrada do número total de nós presentes na estrutura.

Conhecido o número total de nós característicos, o processo de montagem da matriz de conexão é feito empregando-se os dados listados na Tabela 1. A matriz de conexão da estrutura analisada resulta da seguinte forma :

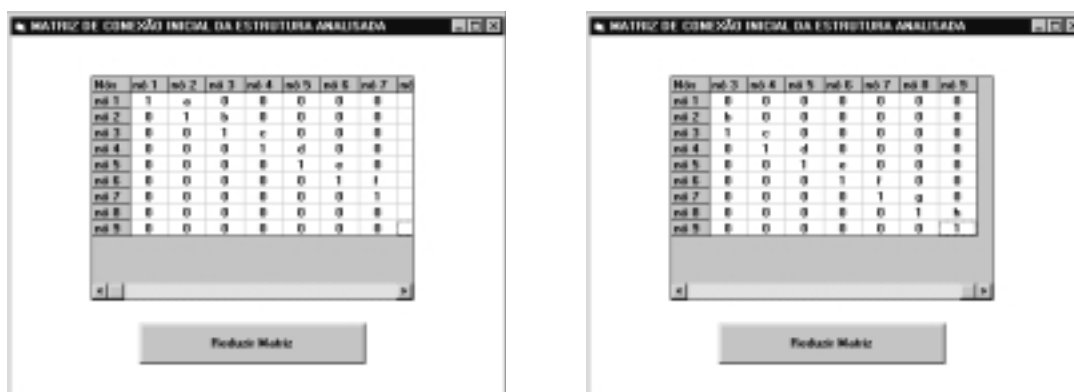


Figura 8 : Matriz de conexão inicial da estrutura analisada.

Selecionada a opção “Reduzir Matriz” na janela da Fig. 8, serão empregados subprogramas para fazer a redução da matriz de conexão, os quais utilizam a teoria citada anteriormente. Desta forma, a matriz é reduzida a uma matriz de ordem (2x2) relacionada apenas ao nó de entrada (1) e ao nó de saída (9). O elemento<sub>1,2</sub> da matriz reduzida será mostrado numa janela como a apresentada na seguinte figura:



Figura 9 : Elemento da matriz resultante relacionado ao nó de entrada e saída da estrutura.

Por meio da opção “Separação de Eventos” mostrada na janela da Fig. 9, são analisados os diferentes eventos relacionados aos caminhos de sucesso, e desta forma, aplicam-se as propriedades de probabilidades de eventos, considerando que os eventos são independentes entre si e não mutuamente exclusivos, e assim, estimar-se o valor de confiabilidade da estrutura analisada. Neste caso, o número de eventos relacionado ao sucesso da estrutura é 1, ou seja, ( $T_I = \mathbf{abcdefgh}$ ). Considerando que a confiabilidade é analisada para a estrutura da Fig. 8 de forma contínua, num período de tempo com intervalos de 1000, 15000 e 30000 quilômetros, e os valores de confiabilidade de cada componente para cada intervalo são de 0.999, 0.996 e 0.9, respectivamente, os resultados dos valores de confiabilidade da estrutura para cada intervalo, estimados através da metodologia implementada no programa, serão mostrados numa janela como a apresentada na Fig. 10.

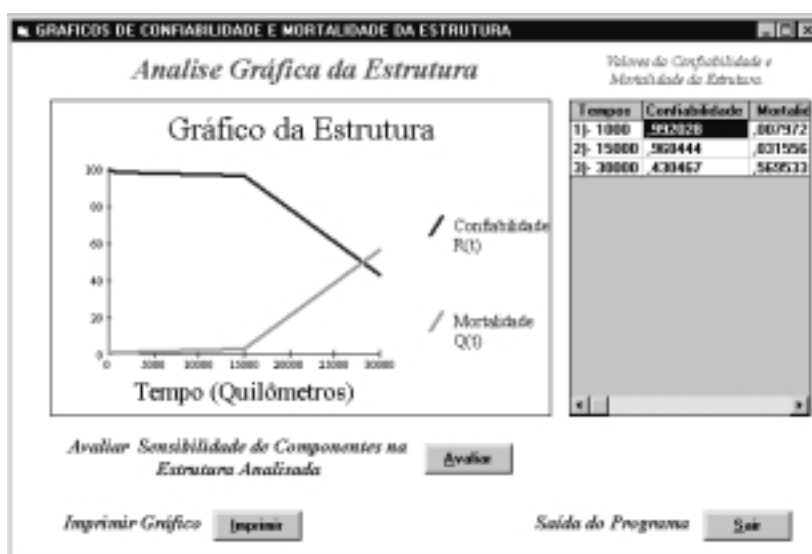


Figura 10 : Janela com os valores da confiabilidade da estrutura para os diferentes intervalos de tempo analisados.

### 2.3 Exemplo de cálculo do valor da confiabilidade de uma estrutura complexa empregando o método da matriz conexão

Para a análise das estruturas complexas pelo método da matriz conexão, seja a estrutura convencional ou não, a metodologia aplicada é similar à utilizada no exemplo de cálculo anterior.

Um exemplo da estimativa da confiabilidade é mostrado a seguir, para o caso de uma tubulação industrial hipotética (Telles (1994)), ilustrada na Fig. 11(a), modelada segundo a estrutura complexa não convencional da Fig. 11(b).

Neste caso, os sistemas que formam a estrutura apresentada na Fig. 11(a) (1, 2, 3, 4 e 5), são considerados como os componentes mostrados na Fig. 11(b) (a, b, c, d e e). Sendo analisados os diferentes caminhos de sucessos presentes na estrutura e os nós característicos de entrada e saída de cada componente associado a cada caminho de sucesso, pode ser criada a tabela 2 de informação.



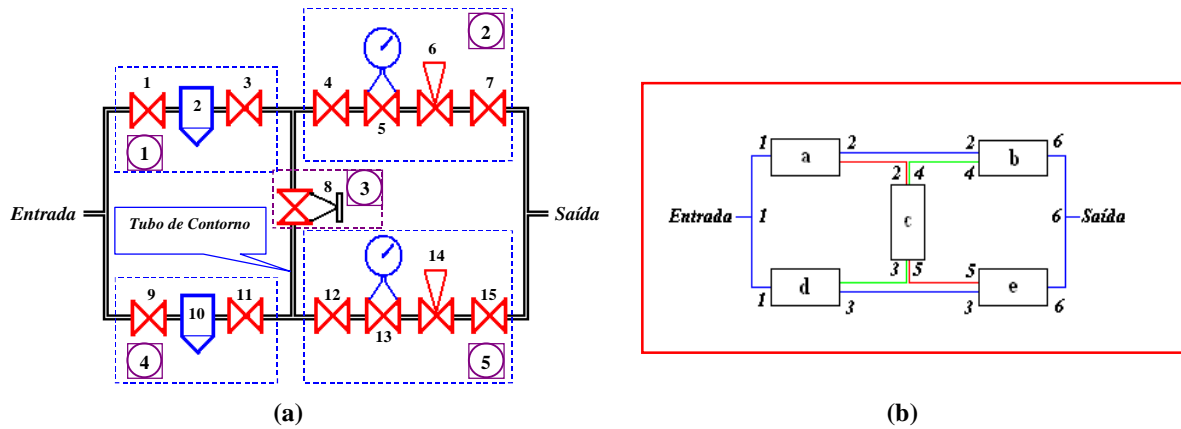


Figura 11 : Modelagem de uma tubulação industrial hipotética utilizando uma estrutura complexa não convencional tipo ponte simples.

Tabela 2 : Nós Característicos dos Componentes segundo o Caminho de Sucesso.

Componentes	Nó característico de Entrada	Nó característico de Saída
a	1	2
b	2	6
c	2	5
d	3	4
e	1	3
	3	6

Processando os dados da Tabela 2 de forma similar aos dados listados na Tabela 1, e considerando que a confiabilidade da estrutura será analisada para um instante de tempo  $t$ , onde os componentes mostrados na Fig. 11(b) apresentam os mesmos valores de confiabilidade parcial de 0.9, o resultado obtido do valor de confiabilidade para a estrutura analisada é mostrado numa janela apresentada na seguinte figura :



Figura 12 : Janela com o valor da confiabilidade da estrutura analisada num instante de tempo  $t$

### 3. CONCLUSÕES

O trabalho desenvolvido apresenta uma metodologia para estimar o valor da confiabilidade de forma pontual e contínua em estruturas de configuração simples, para o caso das estruturas básicas padronizadas conectadas em série ou paralelo, e estruturas de configuração complexa convencionais e não convencionais, por meio de um programa computacional elaborado na linguagem *Visual Basic*

O método implementado no programa computacional foi o método da matriz conexão, no qual foram utilizadas as propriedades básicas da teoria da probabilidade de eventos, sendo estes relacionados ao sucesso da estrutura analisada e considerados como eventos independentes e não mutuamente exclusivos. Desta forma, é possível estimar o valor da confiabilidade da estrutura e, assim, reduzi-la a um componente equivalente simples com valor de confiabilidade igual ao da estrutura analisada.

Este trabalho constitui, portanto, uma ferramenta que pode ser empregada para estimar a confiabilidade em linhas de produção, ou sistemas, modelados como estruturas, onde as estações de trabalho (componentes, máquinas, etc.) estão conectadas em diversas formas, criando estruturas como as apresentadas neste trabalho.

### REFERÊNCIAS

- Billinton, R., Allan, R., 1987, Reliability Evaluation of Engineering Systems, Great Britain: The Bath Press, Avon, 349 pp.
- Frankel, E., 1988, Systems Reliability and Risk Analysis, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 429 pp.
- Horowitz, E., Sahni, S., Fundamentals of Data Structures. United States of America: Computer Science Press, Inc, 1983, pp. 218-276.
- Kim, Y.H. et al. A Method for Computing Complex System Reliability, IEEE Transactions on Reliability, v. R-21, n.4, p. 215-219, Nov. 1972.
- Massun, I.C., 1993, Visual Basic 3.0 : Simples e Objetivo. São Paulo: Érica Ltda, 237 pp.
- Ramakumar, R. Engineering Reliability. New York: Prentice-Hall International, Inc, 1993, 482 p.
- Telles, P. C., 1994, Tubulações Industriais : Materiais, Projeto e Montagem, Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos S.A., pp. 39-142.

### SYSTEM RELIABILITY EVALUATION BY THE CONNECTION MATRIX METHOD

**Abstract.** *To estimate the reliability value in complex configuration systems different methods or techniques are generally used, based on the structure reduction to a simple equivalent element, with equal reliability to that of the complete structure. One of these methods is the Connection Matrix Method, recommended to determine the reliability of systems or complex structures and non conventional configuration, through it can be used to estimate the value of the reliability in conventional complex structures and in the fundamental simple structures (series or parallel), if known the reliability value of the components that form it, determined from the trial data of life tests and processed through statistical probabilities distribution.*

**Key-words:** *Reliability, Structures, System Reduction.*