

MÉTODO ITERATIVO DE AJUSTE DE MODELOS

Oliveira, Renata Silva de

Magluta, Carlos

Roitman, Ney

COPPE-UFRJ – Programa de Engenharia Civil

Universidade Federal do Rio de Janeiro – Cx. Postal 68.506

Rio de Janeiro – RJ - Brasil

***Resumo.** A necessidade de se obter modelos numéricos que representem de forma mais adequada o comportamento de estruturas tem motivado várias pesquisas nas duas últimas décadas sobre métodos de ajuste de modelos. O objetivo deste trabalho é apresentar uma técnica de ajuste de modelos através de um método iterativo.*

O método enfocado baseia-se na minimização dos erros entre Funções de Resposta em Frequência (FRF) obtidas numericamente e experimentalmente. Esta minimização é feita através da técnica de otimização denominada “Goal Programming” acoplado a um programa de elementos finitos. As variáveis do problema são dados pre-escolhidos do modelo numérico e as taxas de amortecimento dos modos de vibração analisados, os quais são controlados por meio de limites estabelecidos pelo usuário. Desta forma, o ajuste do modelo numérico leva em consideração a geometria da estrutura e pode ser controlado através das restrições impostas às variáveis, de maneira que o resultado final esteja dentro de limites aceitáveis para estas variáveis.

Um princípio básico desta técnica é a interação entre o sistema e o usuário. Assim sendo, o processo de otimização não resulta numa única solução, pois leva em conta a experiência do usuário na solução de problemas semelhantes.

***Palavras-chave:** Ajuste de Modelos, Identificação Estrutural, Otimização*

1. INTRODUÇÃO

A partir da década de 80, intensas pesquisas vêm sendo desenvolvidas com o objetivo de melhorar os métodos de ajuste de modelos numéricos e de identificação de danos estruturais.

Na literatura técnica normalmente o ajuste de modelos e a identificação de danos são tratados como se fossem assuntos distintos. Entretanto, ao se utilizar métodos de ajuste de modelos numéricos que usam as características físicas e geométricas da estrutura como variáveis, estes dois objetivos de análise podem ser reunidos. Isto porque o ajuste de um modelo numérico aos resultados experimentais de uma estrutura danificada terá êxito caso estes danos sejam representados.

O objetivo deste trabalho é apresentar um método iterativo para ajuste de modelos

numéricos.

Este método baseia-se na minimização dos erros entre as FRF obtidas numérica e experimentalmente através da técnica de otimização denominada “Goal Programming”, usando como variáveis as características físicas e geométricas dos elementos que compõem a estrutura. Estas variáveis são controladas dentro de limites aceitáveis através de restrições impostas pelo usuário. Desta forma, pode-se impedir que se obtenha um modelo numérico ajustado aos resultados experimentais que, no entanto, não tenha relação com a estrutura real.

2. MÉTODO DE AJUSTE DE MODELOS UTILIZANDO A TÉCNICA DE OTIMIZAÇÃO “GOAL PROGRAMMING”

A metodologia proposta baseia-se na minimização dos erros entre Funções de Resposta em Frequência (FRF) obtidas numérica e experimentalmente. Esta minimização é feita através do “Goal Programming” acoplado a um programa de elementos finitos. As variáveis do problema são os dados do modelo numérico e as taxas de amortecimento dos modos de vibração analisados, os quais são controlados, através de condições de restrição e limites estabelecidos pelo usuário.

Desta forma, o ajuste do modelo numérico leva em consideração a geometria da estrutura e outros dados do mesmo, de maneira que o modelo possa ser controlado através das restrições impostas às variáveis,

Neste ajuste do modelo pode-se então não só identificar possíveis discrepâncias e/ou danos, mas também verificar as hipóteses adotadas na modelagem, tais como condições de apoio, juntas, e etc...

Com a obtenção dos parâmetros modais e FRF do modelo numérico, são iniciados os procedimentos para correlação e ajuste dos resultados. São eles:

- Utilização das técnicas de correlação: comparação direta entre frequências naturais, comparação direta entre os modos de vibração, Modal Assurance Criterion (MAC), Coordinate Modal Assurance Criterion (COMAC) e comparação direta entre FRF. Onde MAC e COMAC são parâmetros usados para correlacionar as formas modais da estrutura íntegra e danificada. Estes parâmetros podem indicar a existência de uma anomalia ou dano pela disparidade na correlação entre os dois modos de vibração;
- Utilização do algoritmo desenvolvido para a tentativa de ajuste do modelo. Este procedimento pode ser dividido em duas etapas: a primeira é a escolha das variáveis, restrições e objetivos do problema, e a segunda a escolha dos pontos de partida, passo e tolerância das variáveis escolhidas;
- A partir do resultado obtido pelo programa, o modelo numérico é alterado e são recalculados os parâmetros modais e em seguida as FRF;
- Novamente são usadas as técnicas de correlação e com isso pode-se verificar se o programa apresentou um bom resultado, ou seja, se conseguiu ajustar o modelo numérico aos resultados experimentais.

A Fig. 1, apresenta um esquema do método proposto. Podem observar duas fases distintas no fluxograma. Na primeira fase tem-se a busca pelo erro mínimo através do algoritmo “Goal Programming”, o qual define os valores para as variáveis. Na segunda fase são calculadas FRF utilizando-se o MEF e as variáveis na fase anterior.

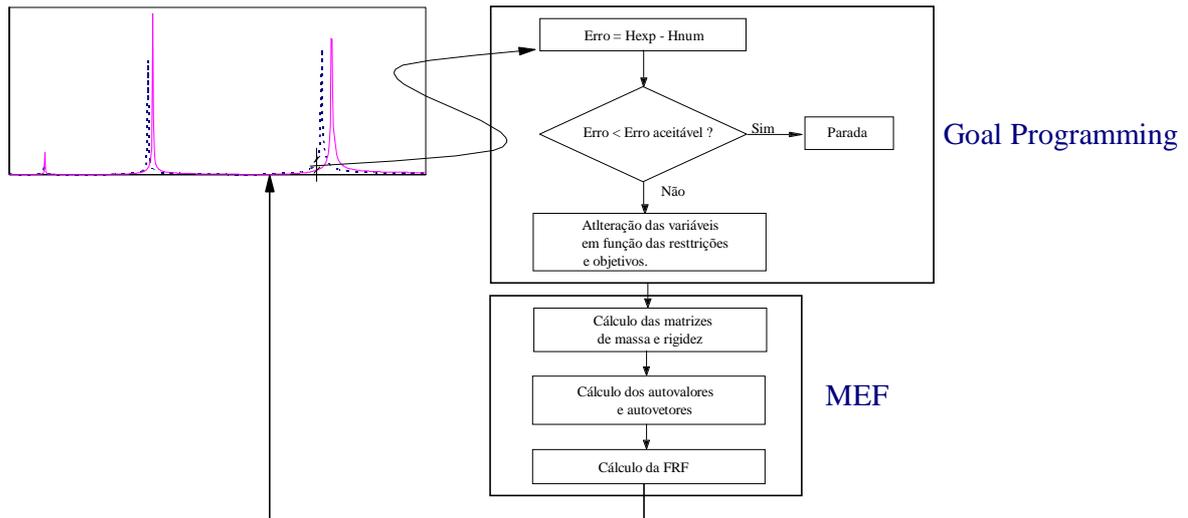


Figura 1 – Método proposto.

Nas formulações convencionais de programação linear, a função objetivo tem que ser escrita de forma explícita. No entanto, na técnica de otimização “Goal Programming” isto não é necessário. Uma facilidade adicional deste método é dada pelo fato de que as restrições e objetivos são considerados de maneira semelhante, porém possuem prioridades distintas, o que permite ao usuário uma maior flexibilidade na busca de metas a serem alcançadas.

As variáveis do problema são as características físicas e geométricas dos elementos que compõem a estrutura. Para melhor entendimento foram divididas da seguinte forma:

- Variáveis Globais
 - Correção geral da matriz de rigidez através de um fator de multiplicação: Esta variável prevê a necessidade de um ajuste geral e uniforme na matriz de rigidez;
 - Correção geral da matriz de massa através de um fator de multiplicação: Esta variável é idêntica à anterior para um ajuste da matriz de massa;
 - Massas concentradas: Esta variável prevê a necessidade de alteração de massas concentradas no modelo a ser ajustado;
 - Taxas de amortecimento: O amortecimento apesar de ser um dado estritamente experimental, é normalmente determinado com uma certa imprecisão. A introdução desta variável no problema permite que estas imprecisões sejam reduzidas.
- Variáveis por Elemento: Estas variáveis prevêm a alteração de qualquer característica física ou geométrica de um ou mais elementos do modelo numérico a ser ajustado. No sistema desenvolvido foram implementados dois tipos de elementos: pórtico espacial e elemento de mola. Desta forma, tem-se como variáveis:
 - Módulo de Elasticidade;
 - Coeficiente de Poisson;
 - Área da seção transversal;
 - Inércia em x, y e z;
 - Massa específica;
 - Rigidez do elemento de mola, etc...

As restrições consideradas são:

- Limites inferiores e superiores para as características dos elementos: não são difíceis de definir pois as características dos materiais normalmente são bem conhecidas.
- Limites inferiores e superiores das taxas de amortecimento: podem ser utilizados valores de taxas de amortecimento obtidos experimentalmente por métodos simplificados, associando a eles uma incerteza. Em casos em que não se dispõe de valores experimentais para as taxas de amortecimento e não se tem idéia da magnitude de seus valores, pode-se tomar um valor próximo a zero como limite inferior e um valor próximo a um como limite superior.
- Limites inferiores e superiores para as frequências naturais: estes limites podem ser definidos facilmente através da análise visual das FRF envolvidas. Outra possibilidade é a obtenção através de uma modelagem numérica.

Os objetivos são:

- O ajuste das frequências naturais. Uma questão que foi desprezada neste trabalho, e que poderá ter maior importância para estruturas com grande número de barras, é que as primeiras frequências naturais numéricas são comparadas diretamente com as primeiras frequências naturais experimentais sem a preocupação de que no resultado numérico possam aparecer modos locais e portanto, seja necessária a implementação de uma técnica para a identificação desses modos locais. Isto pode ser feito utilizando-se por exemplo o MAC.
- Minimizar os erros quadráticos entre as FRF numéricas e as FRF obtidas experimentalmente. Este erro pode ser definido através da seguinte equação:

$$E_{pq} = \sum_{f=f_i}^{f_f} (e_{pq}(i\omega_f) \cdot e_{pq}^*(i\omega_f)) \quad (1)$$

onde: p = grau de liberdade onde é medida a resposta
q = grau de liberdade onde é imposta a excitação

$$e_{pq}(i\omega) = H_{pq}^{EXP}(i\omega) - H_{pq}^{NUM}(i\omega)$$

$$e_{pq}^*(i\omega) = H_{pq}^{*EXP}(i\omega) - H_{pq}^{*NUM}(i\omega)$$

$$H_{pq}^{EXP} = \text{valor experimental da FRF}$$

$$H_{pq}^{NUM} = \text{valor numérico da FRF}$$

- Minimizar o erro total, que é o somatório dos erros entre as FRF mencionadas acima.

$$E^{TOTAL} = \sum_{p=1}^{N_o} \sum_{q=1}^{N_i} E_{pq} \quad (2)$$

Um princípio básico desta técnica é a interação entre o sistema e o usuário. Assim sendo, o processo de otimização não conduz a uma única solução, pois leva em conta a experiência do usuário na solução de problemas semelhantes. Alguns aspectos que dependem desta experiência são: a ordem das prioridades, a definição do ponto de partida do processo, o incremento inicial de cada variável, etc.

3. APLICAÇÃO: TESTE EM VIGA BI-APOIADA

Para realização do teste experimental, utilizou-se uma viga de aço bi-apoiada, cujas características estão apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1 - Propriedades da viga bi-apoiada.

<i>Material</i>	<i>Aço</i>
Módulo de elasticidade – E	$2.1 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$
Coefficiente de Poisson - ν	0.3
Densidade - ρ	$7.85 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$
Área da seção transversal - A	$6.05 \times 10^{-4} \text{ m}^2$
Momento de inércia da seção na direção x – I_x	$5.01 \times 10^{-3} \text{ m}^4$
Momento de inércia da seção na direção y – I_y	$2.93 \times 10^{-7} \text{ m}^4$
Momento de inércia da seção na direção z – I_z	$3.18 \times 10^{-9} \text{ m}^4$
Comprimento – L	1.47 m
Rigidez da mola na direção y - T_y - nós 1 e 25	$1.0 \times 10^{15} \text{ N/m}$

Nos ensaios realizados, cujos resultados foram utilizadas para o ajuste do modelo numérico da viga através do programa desenvolvido, esta viga foi instrumentada com cinco acelerômetros piezelétricos, para medição da resposta da estrutura, e um martelo com uma célula de carga piezelétrica, instalada na sua extremidade, para medição da força de excitação. Os pontos de leitura da resposta e a posição de excitação são ilustrados na Fig. 2.

As FRF foram estimadas utilizando-se a técnica H_1 , através de um sistema desenvolvido no Laboratório de Estruturas denominado SISDEX_FRF, esta técnica pode ser vistas com mais detalhes na tese de Andrade.

Numericamente a estrutura foi modelada através de elementos de pórtico plano conforme mostrado na Fig. 2. O número de elementos existentes no modelo foi estabelecido de forma tal que o acréscimo de elementos não alterasse mais as frequências naturais da estrutura, ou seja, quando houve uma estabilização das frequências naturais.

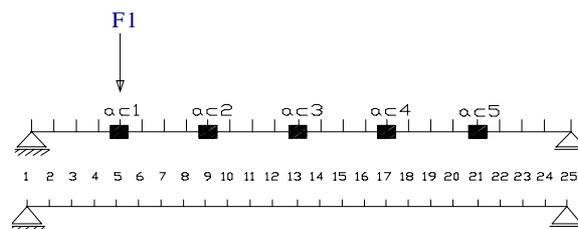


Figura 2 - Modelo numérico

A comparação entre as frequências naturais experimentais e as encontradas para o modelo numérico é mostrada na Tabela 2 e no gráfico apresentado na Fig. 3.

Tabela 2 - Comparação entre frequências naturais (Hz).

	<i>Numérico</i>	<i>Experimental</i>
f1	8.61	8.46
f2	34.45	33.50
f3	77.52	74.98

Pode ser detectado, através da diferença entre as frequências naturais experimentais e numéricas, que o modelo numérico não representa fielmente a estrutura que foi ensaiada. Isto porque o modelo experimental apresenta frequências naturais inferiores às do modelo numérico. Tal fato poderia nos levar à conclusão que o modelo numérico possui menos massa ou uma rigidez maior do que o experimental.

Foram realizadas comparações entre todas as FRF experimentais e numéricas. Na Fig. 3, é mostrada uma FRF típica correspondente a resposta do acelerômetro ac1 e excitação no mesmo ponto (ver Fig. 2). Deve-se destacar que as taxas de amortecimento utilizadas foram obtidas experimentalmente através da técnica Ortogonal Polynomial, vista em Andrade.

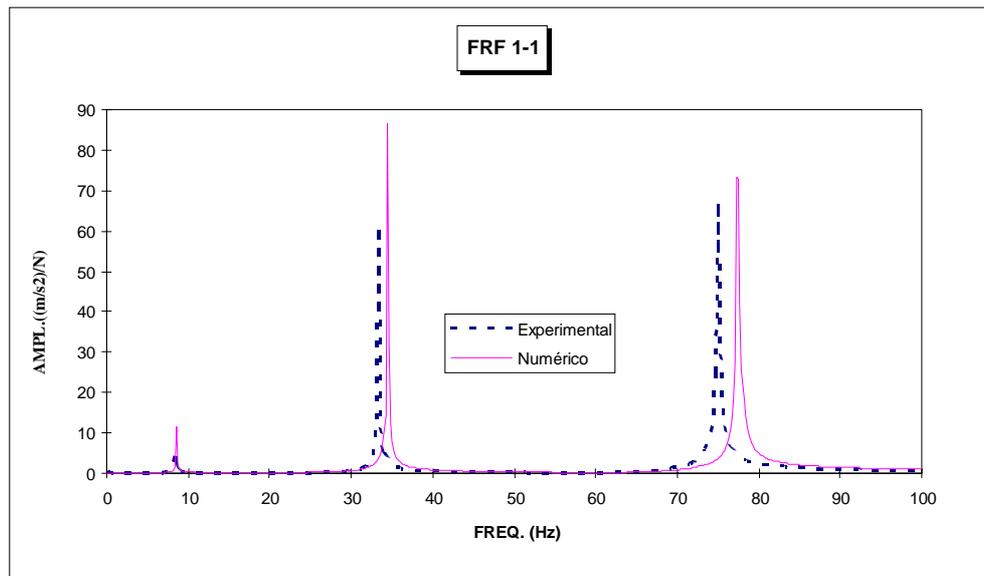


Figura 3 - FRF para o acelerômetro 1, com excitação no mesmo ponto.

Pode-se observar, pela comparação entre as FRF, que além das diferenças existentes entre as frequências naturais, as taxas de amortecimento e/ou as amplitudes dos modos de vibração dos dois modelos também são diferentes, principalmente a associada ao primeiro e segundo modos de vibração. Isto pode ser notado através da diferença entre os picos dos dois modelos. Seguindo o procedimento descrito no item 2, foram utilizadas as técnicas de correlação numérico-experimental MAC e COMAC, além das comparações diretas entre modos de vibração.

As técnicas de correlação MAC e COMAC não indicaram nenhuma discrepância entre o modelo experimental e o modelo numérico, já que os valores encontrados na diagonal principal do MAC e os do COMAC são muito próximos de 1.0.

As comparações diretas entre modos de vibração apresentaram discrepâncias muito pequenas entre o modelo experimental e o modelo numérico, razão pela qual não são aqui apresentadas. Desta forma, as diferenças entre os picos das FRF experimentais e numéricas devem estar associadas às estimativas das taxas de amortecimento realizados através do método utilizado.

Prosseguindo com a análise, a escolha das variáveis de decisão foi feita em função da inspeção visual da estrutura. Esta estrutura é constituída por uma barra laminada de aço de 0,8 x 7,6 cm sendo, suas características geométricas e físicas bem conhecidas. Por outro lado, as condições de apoio representam o maior problema para a modelagem devido a sua forma, conforme pode ser visto na Foto 1.

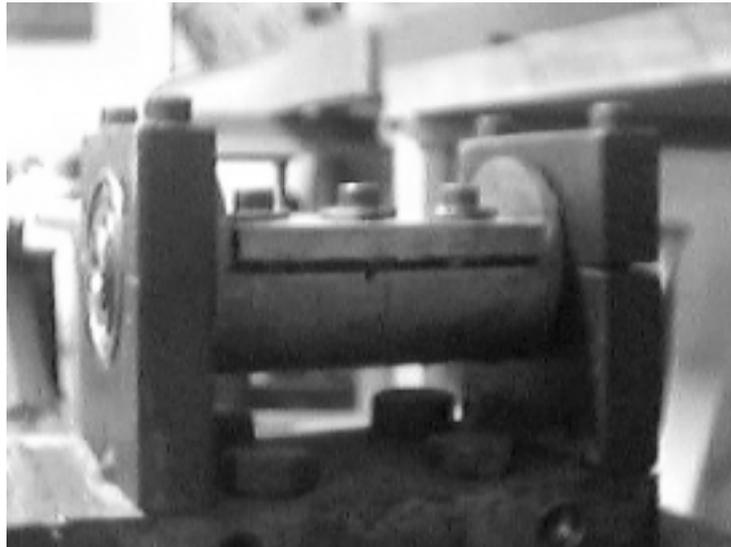


Foto 1 – Condição de apoio da viga

Baseado nesta inspeção da estrutura, as variáveis escolhidas além das taxas de amortecimentos (ξ_{1-3}), foram as massas rotacionais dos dois apoios (M_z), as massas dos cinco acelerômetros (m_{1-5}), a rigidez rotacional dos apoios (R_z), adicionalmente também foi adotada como variável, e o módulo de elasticidade da barra representado por uma constante multiplicativa da matriz de rigidez (R_k).

Na Tabela 3 são apresentadas as variáveis de partida, o passo inicial utilizado para o incremento de cada variável, o número de iterações feitas pelo “Goal Programming”, e os resultados encontrados.

Tabela 3 - Convergência do programa.

	Partida	Passo	Iteração	Resultado
Rk	0.10×10^1	0.50×10^{-1}	67	0.099×10^1
Mz (kg.m)	3.00×10^{-3}	1.00×10^{-3}		2.871×10^{-3}
m1 (kg)	2.00×10^{-2}	0.50×10^{-2}		2.363×10^{-2}
m2 (kg)	2.00×10^{-2}	0.50×10^{-2}		2.371×10^{-2}
m3 (kg)	2.00×10^{-2}	0.50×10^{-2}		2.355×10^{-2}
m4 (kg)	2.00×10^{-2}	0.50×10^{-2}		2.355×10^{-2}
m5 (kg)	2.00×10^{-2}	0.50×10^{-2}		2.355×10^{-2}
Rz (N/rad)	1.00×10^1	0.50×10^1		1.562×10^{-1}
Rz (N/rad)	1.00×10^1	0.50×10^1		0.500×10^1
ξ_1	3.00×10^{-3}	1.00×10^{-3}		4.303×10^{-3}
ξ_2	1.00×10^{-3}	1.00×10^{-3}		1.507×10^{-3}
ξ_3	2.00×10^{-3}	1.00×10^{-3}		1.805×10^{-3}

Analisando-se esta tabela pode-se verificar inicialmente que a variável R_k , que representa a alteração no módulo de elasticidade da lâmina de aço, quase não sofreu variação. Isto vem corroborar com a idéia que a principal discrepância entre os modelos numérico e experimental está associada principalmente às modelagens dos apoios. Este resultado também mostra que o

uso excessivo de variáveis não representou um problema para o ajuste do modelo. Isto porque o valor de R_k após várias iterações assumiu novamente o valor de partida demonstrando que não havia problemas com a rigidez da lâmina de aço.

As massas rotacionais situadas nas extremidades do modelo, tiveram seu valor inicial estimado em função da geometria do apoio existente e foram consideradas iguais. Através do procedimento proposto, estes valores iniciais sofreram pequenas variações que foram relevantes para o ajuste das frequências naturais.

Nas análises preliminares, as massas dos acelerômetros não foram consideradas pois estas possuem uma massa muito pequena, porém posteriormente concluiu-se que estas poderiam ser importantes para o ajuste do modelo. Foi estimado o valor de cada massa através da pesagem do acelerômetro acrescido de um trecho do seu cabo de conexão. Houve uma variação para estas massas, mas como era esperado, todas chegaram a um valor semelhante.

A rigidez rotacional do apoio foi introduzida como variável porque a condição de contorno da viga poderia não estar representando um apoio de segundo gênero de maneira ideal. Como cada apoio poderia ter sido montado de forma diferente, como por exemplo, os apertos dos parafusos que conectam cada um dos apoios da barra de aço, as variáveis de rigidez rotacional de cada extremidade foram consideradas diferentes. Com isso os resultados obtidos apresentaram ordens de grandeza diferentes, o que indica que um lado está mais próximo da condição de apoio de segundo gênero do que o outro.

As taxas de amortecimento de partida foram próximas às obtidas experimentalmente. Os resultados obtidos para as taxas de amortecimento foram bastante coerentes com o que era esperado, já que através da diferença entre os picos dos dois modelos, mostrado na Fig. 3, podia se esperar que houvesse um aumento no valor destas variáveis.

A partir dos resultados obtidos foram feitas novas correlações numérico-experimentais que são apresentadas a seguir.

A comparação entre as frequências naturais experimentais e as encontradas para o modelo numérico, é mostrada na Tabela 4.

Tabela 4 - Comparação entre frequências naturais (Hz).

	<i>Numérico</i>	<i>Experimental</i>
f1	8.48	8.46
f2	33.55	33.50
f3	74.85	74.98

O ajuste das frequências naturais pode ser considerado excelente, embora a comparação entre as frequências naturais relativas ao terceiro modo de vibração mostre ainda uma pequena discrepância entre os seus valores.

A Figura 4 apresenta uma comparação típica obtida entre a FRF regenerada com os resultados numéricos e a FRF experimental. Nesta figura as FRF são relativas a resposta no acelerômetro $ac1$ e excitação no mesmo ponto.

A comparação entre as FRF experimentais e numéricas demonstrou que o ajuste do modelo numérico foi muito bom. A diferença apresentada na comparação entre as frequências para o terceiro modo de vibração também é detectada, porém devemos destacar o bom ajuste das taxas de amortecimento, o que é observado nos picos das FRF.

A comparação direta entre os modos de vibração não sofreram muitas alterações já que estes não apresentavam muitas discrepâncias.

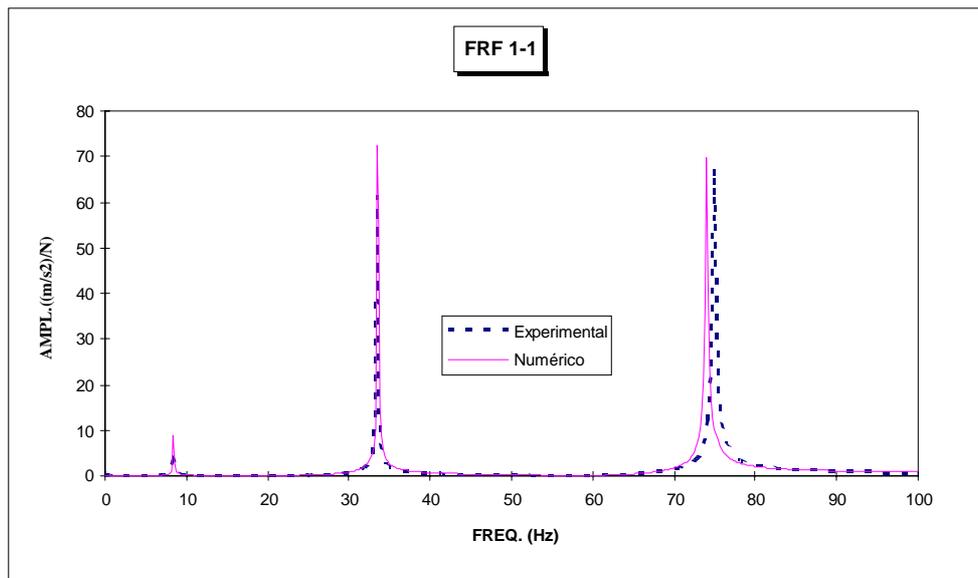


Figura 4 - FRF para o acelerômetro 1.

Como conclusão desta fase da análise, tem-se que os indicadores utilizados para a realização da correlação numérico-experimental, isto é, comparação direta entre FRF, formas modais e frequências naturais, nem sempre mostraram discrepâncias, mostrando a dificuldade de se ajustar modelos numéricos a resultados experimentais através desses parâmetros.

4. COMENTÁRIOS FINAIS

Uma pesquisa profunda na literatura técnica referente a métodos de ajuste de modelos e de localização de danos estruturais indica que os métodos iterativos de ajuste apresentam melhores resultados do que os diretos. Como o custo computacional e a necessidade de interação com o usuário é muito maior nos métodos iterativos, a utilização de um método direto pode ser bastante útil numa fase preliminar da análise, fornecendo importantes dados para que um método iterativo seja utilizado posteriormente.

Terminados os testes, concluiu-se que o programa desenvolvido pode vir a ser uma excelente ferramenta para ajuste de modelos e possivelmente para a identificação de danos.

A continuação dessas pesquisas, visa implementar métodos iterativos existentes, tentar implementar o método que utiliza o algoritmo de otimização denominado “Goal Programming” no processo de ajuste de modelo e realizar testes experimentais em modelos reduzidos do Laboratório de Estruturas da COPPE-UFRJ para avaliar tanto os métodos diretos já implementados, como os iterativos.

Agradecimentos

Aos professores Ney e Magluta, pela orientação e apoio dispendido em todos os momentos, a toda minha família, pelo amor e carinho e a todos os colegas que direta ou indiretamente contribuíram para a elaboração deste trabalho.

REFERÊNCIAS

- Andrade, R. F. M., “Estimação de Parâmetros Modais para Excitação Múltipla”, Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ, 1997.
- Baruch, M. e Bar Itzhack, I. Y., “Optimal Weighted Orthogonalization of Measured Modes”, AIAA Journal, Vol. 16, No.4, pp. 346-351, 1978.
- Berman, A. e Nagy, E. J., “Improvement of a Large Analytical Model Using Test Data”, AIAA Journal, Vol. 21, No.8, pp. 1168-1173, 1983.
- Fox, C. H. J., “The Location of Defects in Structures: A Comparison of the Use of Natural Frequency and Mode Shape Correlation”, In: Proceedings of the 10th International Modal Analysis Conference, v.I, pp. 522-1528, San Diego, California, USA, 1992.
- Ignizio, J. P., “Goal Programming and Extensions”, Lexington Books, 1976.
- Lieven, N. A. J. e Ewins, D. J., “Spatial Correlation of Mode Shapes, the Coordinate Modal Assurance Criterion (COMAC)”, In: Proceedings of the 6th International Modal Analysis Conference, v.I, pp. 690-695, Kissimmee, Florida, USA, 1988.
- Neves, F. A., “Programação com Multiobjetivos Aplicada à Otimização de Projeto de Pontes Estaiadas”, Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ, 1997.
- Rosa, L. F. L., “Estimação de Parâmetros Modais Através de Técnica de Otimização”, Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ, 1996.

UPDATING METHOD OF FITTING MODELS

Abstract. *The necessity of obtaining numerical models that represent the behavior of structures adequately have motivated many researches in the last two decades about methods of fitting models.*

The aim of this work is to present a technique of fitting models through an updating method.

The method is based on the error minimization between Frequency Response Function (FRF) numerically and experimentally obtained. This minimization is performed by the optimization technique “Goal Programming” coupled to a finite element program. The variables of the problem are the data of the numerical model and the damping rates of the analyzed mode shapes, which are kept, between the user established limits. On this way, fitting of the numerical model take into account the structure geometry and can be controlled between the imposed restrictions to the variables, such as to keep the final result inside the acceptable limits to this variables.

A basic principle of this technique is the updating between the system and the user. Thus, the optimization process doesn't take to a unique solution, because takes into account the user experience on solving similar problems.

Key-words: *Fitting of models, Structural detection, Optimization.*