



ANÁLISE DO PROBLEMA DA KRIGAGEM DA SOMA E DA SOMA DAS KRIGAGENS

Martinho R.I. D'Abbadia

PETROBRAS, E&P-BA/GERET/GECAR
martinho@ep-ba.petrobras.com.br

Armando Z. Remacre

Universidade Estadual de Campinas,
Instituto de Geociências, Campinas, Brasil
armando@ige.unicamp.br

Resumo. Neste trabalho é apresentada uma técnica de estimativa de espessuras em seções sedimentares sobrepostas. O procedimento adotado consiste na realização de krigagens acompanhadas de correções que proporcionam consistência matemática à operação da soma das espessuras. Essas correções são apoiadas em ponderadores fundamentados nas relações de proporcionalidade entre: a) as espessuras das camadas krigadas e a espessura total da seção analisada; b) os desvios padrões de estimativa e a soma desses desvios padrões; c) as variâncias de estimativa e a soma dessas variâncias. O método proposto apresenta como características a simplicidade operacional e a flexibilidade, destacando-se: a) O número de intervalos a serem analisados é teoricamente ilimitado; b) Não há exigência quanto a presença de espessuras estacionárias; c) Há possibilidades da escolha de vizinhanças distintas para cada intervalo analisado; d) Há liberdade para a utilização de modelos variográficos distintos em cada intervalo investigado, possibilitando que neles sejam individualmente ajustadas diferentes funções, amplitudes e anisotropias. A técnica foi aplicada em uma zona-bloco de um campo de petróleo situado no nordeste do Brasil, auxiliando na localização dos sítios posicionais preferenciais de reservatórios turbidíticos e propiciando a realização de inferências quanto a aspectos estruturais da área estudada.

Palavras Chave: Caracterização de reservatórios, Geometria externa, Krigagens

1. INTRODUÇÃO

A cokrigagem é uma das técnicas geoestatísticas melhor fundamentadas para se estimar variáveis correlacionadas. É o caso, por exemplo, da estimativa de espessuras de camadas sedimentares sobrepostas. As limitações desta técnica, entretanto, impõem restrições quanto à sua aplicação, tornando-a até mesmo proibitiva em alguns casos. A premissa de se trabalhar com espessuras estacionárias (Remacre, 1977) e com um pequeno número de camadas, são alguns dos fatores críticos para a aplicação desta técnica. A essas restrições somam-se outras

ao serem considerados modelos intrínsecos de correogionalização, dentre elas destacam-se: o uso de variogramas proporcionais ao mesmo modelo básico e o tratamento geoestatístico restrito às mesmas vizinhanças para as diferentes variáveis envolvidas no estudo. Situações comuns nas quais esses requisitos não são atendidos motivaram a pesquisa e a aplicação de técnicas alternativas para a estimativa de espessuras, sendo aqui apresentado um método baseado em krigagens independentes, associadas à correções que proporcionam consistência matemática à operação da soma das espessuras.

O MÉTODO

O método aqui apresentado baseia-se numa proposta de Matheron (1979), apropriada para a simplificação do problema da cokrigagem e com aplicação direta num caso concreto e freqüente na indústria de petróleo: a estimativa simultânea de espessuras de um número razoável de camadas geológicas. Em sua concepção original, as espessuras ($i = 1$ a n) envolvidas na análise devem ser modeladas sob a forma de uma função aleatória $Z_i(\mathbf{x})$, $\mathbf{x} = (x,y)$, com \mathbf{x} pertencendo ao plano horizontal, tendo-se também interesse na estimativa da espessura total:

$$Z(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n Z_i(\mathbf{x}) \quad (1)$$

Os dados experimentais são constituídos tanto por espessuras $Z_{\alpha i} = Z_i(x_\alpha)$, em um certo número de pontos x_α ($\alpha = 1, \dots, m$) com espessuras medidas, como por espessuras totais (soma de espessuras medidas) $Z_\alpha = \sum Z_{\alpha i}$. Procuram-se então os estimadores lineares \hat{Z}_i^* e \hat{Z}^* para as espessuras individuais $Z_i(\mathbf{x})$ e para a espessura total $Z(\mathbf{x})$ em um mesmo ponto \mathbf{x} . Evidentemente e de modo imperativo esses estimadores devem respeitar a condição abaixo:

$$\hat{Z}^*(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \hat{Z}_i^*(\mathbf{x}) \quad (2)$$

Esta condição seria verificada caso os estimadores \hat{Z}_i^* e \hat{Z}^* fossem obtidos por cokrigagem completa sobre os $Z_{\alpha j}$. A proposta alternativa consiste em realizar estimativas por krigagens ordinárias. Os erros advindos dessas operações seriam distribuídos, de forma a se alcançarem resultados matematicamente consistentes através de ponderadores $\lambda(\mathbf{x}) = \lambda_i(\mathbf{x})$.

Esses ponderadores seriam aplicados sobre os $\hat{Z}_i^*(\mathbf{x})$, resultando em novas estimativas $\hat{Z}_i^{**}(\mathbf{x})$ e garantindo a consistência da condição:

$$\hat{Z}^{**}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \hat{Z}_i^{**}(\mathbf{x}) \quad (3)$$

A Figura 1 representa esquematicamente uma seção de um campo com diversas camadas, cujas espessuras devem ser estimadas. À esquerda está representada a situação real, ao centro encontra-se a representação das camadas estimadas por krigagens ordinárias e à direita as espessuras estimadas corrigidas.

O modelo reproduz as condições impostas pelas Equações (1) (2) e (3), naturalmente necessárias para a coerência geométrica do problema.

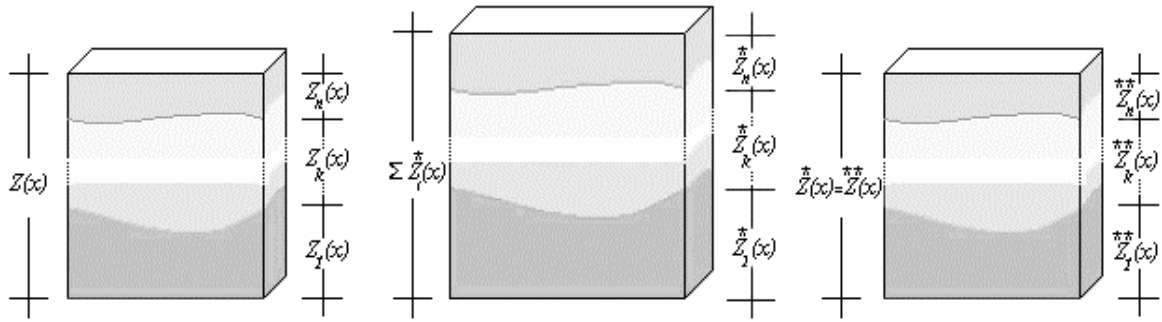


Figura 1 - Representação Esquemática de Diferentes Espessuras Reais e Estimadas

A realização de krigagens independentes nas camadas sob análise não garante a coerência geométrica, pois não considera a correlação entre as espessuras das camadas.

Seja $Z^*(\mathbf{x})$ a estimativa da espessura total das camadas, ou seja, a krigagem da soma das n espessuras e $\sum_{i=1}^n Z_i^*(\mathbf{x})$ a soma das krigagens de cada camada i . Em geral haverá uma diferença entre $Z^*(\mathbf{x})$ e $\sum_{i=1}^n Z_i^*(\mathbf{x})$, diferença essa que não satisfaz a equação 2.

A idéia é distribuir essa diferença para cada camada i :

$$Z_i^{**}(\mathbf{x}) = Z_i^*(\mathbf{x}) + \lambda_i(\mathbf{x}) * \left(Z^*(\mathbf{x}) - \sum_{j=1}^n Z_j^*(\mathbf{x}) \right) \quad (4)$$

sob a condição:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i(\mathbf{x}) = 1 \quad \text{de modo a garantir a condição da equação 2.}$$

À seguir serão indicados três ponderadores corretivos que podem ser utilizados na distribuição dos erros gerados pelas krigagens das camadas analisadas

Caso 1
 $\lambda_i =$ espessuras krigadas

$$\lambda_i = \frac{Z_i^*(\mathbf{x})}{\sum_{i=1}^n Z_i^*(\mathbf{x})} \quad (5)$$

Caso 2
 $\lambda_i =$ Desvio Padrão

$$\lambda_i = \frac{\sigma_{K_i}^*(\mathbf{x})}{\sum_{i=1}^n \sigma_{K_i}^*(\mathbf{x})} \quad (6)$$

Caso 3:
 $\lambda_i =$ Variância

$$\lambda_i = \frac{\sigma_{K_i}^{*2}(\mathbf{x})}{\sum_{i=1}^n \sigma_{K_i}^{*2}(\mathbf{x})} \quad (7)$$

onde:

$\sigma_{K_i}^*(\mathbf{x}) =$ desvio padrão de estimativa em determinada camada i .

$\sigma_{K_i}^{*2}(\mathbf{x}) =$ variância da estimativa em determinada camada i .

A Figura 2 ilustra como atuam essas correções em duas camadas (1 e 2) e em duas posições (A e B) de uma seção sedimentar hipotética cuja vizinhança envolve outros pontos não ilustrados.

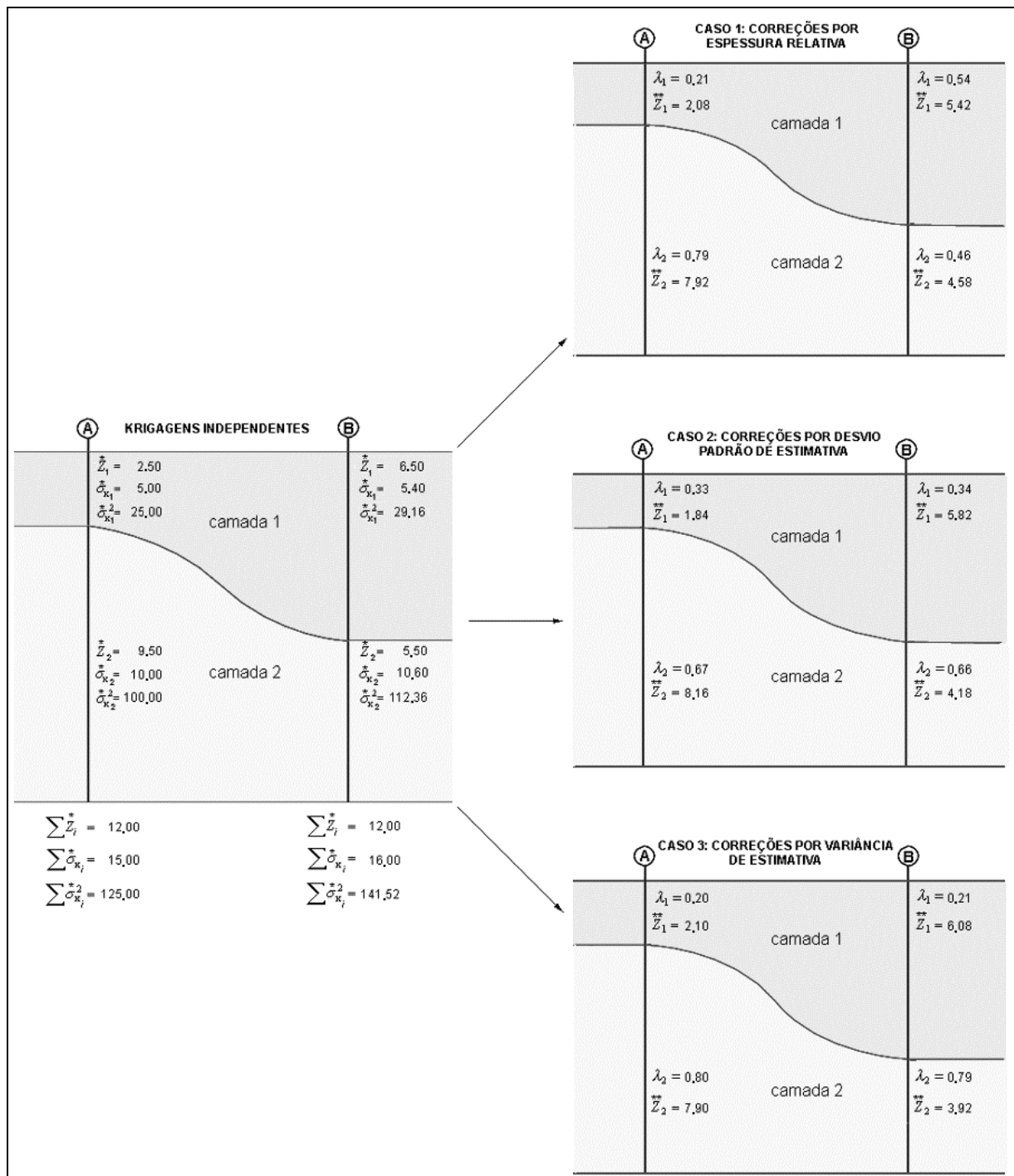


Figura 2 - Correções nas espessuras das camadas krigadas

O modelo à esquerda representa as krigagens independentes das duas camadas consideradas, onde foram registrados os respectivos valores de espessura krigada, do desvio padrão de estimativa e da variância de estimativa. Abaixo desse modelo relacionam-se os totais dos valores estimados. Para a realização das correções, assume-se que a krigagem da soma das camadas ($\bar{Z}(\mathbf{x})$) corresponde a 10 m em ambas as posições.

Os modelos à direita representam as correções efetuadas por intermédio de ponderadores baseados na espessura relativa das camadas (acima), no desvio padrão da estimativa (centro) e na variância de estimativa (abaixo). Nesses modelos, que respectivamente exemplificam os

casos 1, 2 e 3 anteriormente apresentados, encontram-se registrados os valores que tais ponderadores assumem, bem como a espessura krigada corrigida das camadas. Por construção, os erros distribuídos nesses exemplos foram de -2m, obtidos através da diferença entre krigagem da soma ($Z^*(\mathbf{x})=10$) e a soma das krigagens ($\sum_{i=1}^n Z_i^*(\mathbf{x})=12$).

O ponderador baseado na espessura relativa proporciona maiores correções nas camadas mais espessas, enquanto os demais ponderadores atuam com maior intensidade nas camadas cuja espessura apresente maior variabilidade. A observação mais detalhada de cada modelo permite melhor compreensão sobre a natureza dessas correções.

No *caso 1* os ponderadores assumem valores equivalentes aos das espessuras relativas das camadas. Na posição A, a camada 1 representa cerca de 21% da espessura total e a camada 2 os outros 79%. Na posição B esses percentuais se modificam para 54% e 46%, respectivamente. A utilização desse tipo de ponderador proporciona correções que podem variar extremamente, a depender da relações de espessuras consideradas.

No *caso 2* a camada 1 recebe as menores correções, correspondendo a 33% na posição A e 34% na posição B. A camada 2, conseqüentemente, apresenta correções maiores, equivalentes a 67% e 66% nas posições A e B, respectivamente. Ao contrário do que ocorre com o ponderador anterior, salvo significativas mudanças locais em processos tectono-deposicionais, a tendência é de não haver inversão na magnitude das correções nas camadas. Essas correções inclusive tenderão a se concentrar em torno de uma moda, cujo valor será tanto maior quanto mais alta for a variabilidade da camada.

O *caso 3* assemelha-se ao *caso 2*, diferenciando-se apenas pelo ponderador utilizado: a variância de estimativa. A camada 1 novamente recebe as menores correções, correspondendo a 20% e a 21% nas posições A e B, respectivamente. A camada B, em contrapartida recebe os outros 80% e 79%.

Dentre os ponderadores estatísticos acima apresentados aquele baseado na variância da estimativa (caso 3) promove maior correção nas camadas com maior variabilidade espacial do que o baseado no desvio padrão da estimativa (caso 2). Esta característica pode ser explorada na elaboração de modelos geológicos alternativos com a utilização dos dois tipos de correção. Desta forma, esses modelos poderiam servir como entrada de dados em simuladores de fluxo. A escolha do modelo mais adequado seria resultado de comparações dos resultados com os históricos de produção e pressão da área investigada.

3. APLICAÇÃO

A técnica acima apresentada foi aplicada em uma área de 1,8 km², numa zona-bloco, com 35 poços, em um campo de petróleo situado no nordeste brasileiro.

A zona comporta-se como um homoclinal com forte mergulho para leste (Fig. 3), com inclinação média da ordem de 17° podendo atingir localmente cerca de 28°. As acumulações são controladas por este mergulho estrutural, associado a adelgaçamentos dos reservatórios verificados a oeste e por falhas de pequeno rejeito, situadas ao norte e ao sul do bloco.

Os reservatórios são turbidíticos e ocorrem entre as profundidades de 760,0 e 1450,0 m. São compostos por arenitos que atingem 20 m de espessura, principalmente médios a finos, laminados, com estratificação cruzada ou maciços. A porosidade varia entre 9 e 22% e a permeabilidade média é da ordem de 400 mD. O contato óleo/água encontra-se a -1287,0 m, diferenciando-se do constatado a -1279,0 m no bloco situado ao norte e de -1230,0 m no bloco ao sul.

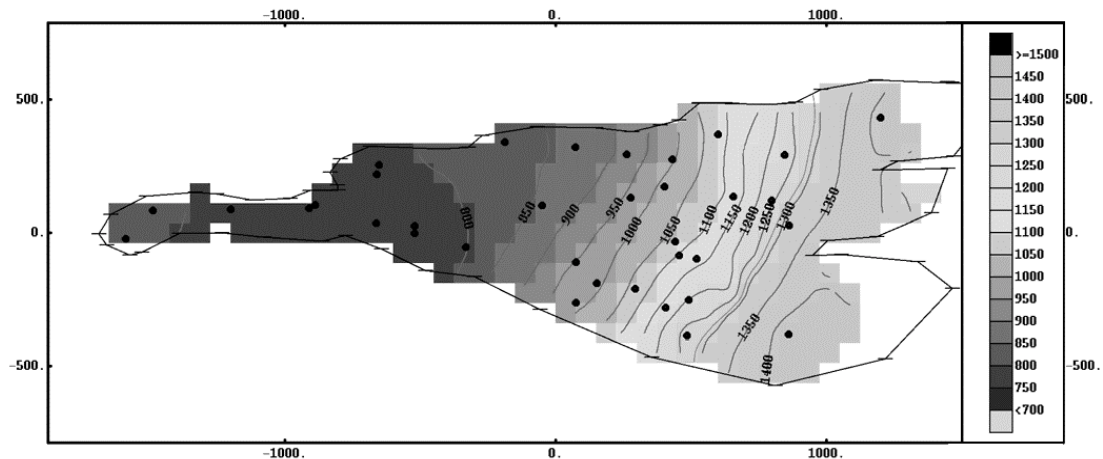


Figura 3 - Mapa estrutural do topo da zona analisada

Seções estratigráficas ao longo desta zona-bloco permitiram a individualização de três intervalos, tendo-se por referência a predominância ou não de reservatórios.

- Intervalo Superior : predominância de não reservatórios;
- Intervalo Médio: predominância de reservatórios correlacionáveis;
- Intervalo Inferior: predominância de não reservatórios.

As seguintes funções esféricas foram ajustados para os intervalos citados:

Intervalo Superior: $\gamma_S(h) = 1,52 * sph_{400}(h)$	Intervalo Inferior: $\gamma_I(h) = 1,68 * sph_{400}(h)$
Intervalo Médio: $\gamma_M(h) = 4,72 * sph_{270}(h)$	IntervaloTotal: $\gamma_T(h) = 5,11 * sph_{520}(h)$

Os mapas krigados desses intervalos incorporam erros decorrentes das relações de dependência inerentes à deposição das camadas. Esses erros podem ser avaliados com o auxílio do gráfico de dispersão apresentado na fig. 4.

Os erros gerados pela realização das krigagens independentes foram distribuídos nos intervalos Superior, Médio e Inferior da zona X através de ponderadores apresentados no item

2. Em qualquer das hipóteses a soma das espessuras krigadas corrigidas $(\sum_{i=1}^n Z_i^*(\mathbf{x}))$

corresponde à krigagem da soma das espessuras dos intervalos $(Z^*(\mathbf{x}))$.

A Figura 5 mostra os histogramas de frequência relativa dos ponderadores utilizados na distribuição dos erros. Os três histogramas localizados na coluna à esquerda representam ponderadores baseados na espessura relativa dos intervalos Superior, Médio e Inferior, respectivamente. Na coluna central encontram-se, na mesma ordem, os histogramas dos ponderadores baseados no desvio padrão de estimativa e finalmente na coluna à direita podem ser observados os histogramas que representam os ponderadores com base na variância de estimativa. No caso dos ponderadores baseados na espessura relativa verifica-se que as correções assumem valores bastante diferenciados dentro de cada intervalo, estando entre 16% e 48% no intervalo Superior, 0% e 58% no intervalo Médio e 24% e 63% no intervalo Inferior. Quanto aos ponderadores baseados no desvio padrão de estimativa ou na variância de estimativa, as correções praticamente atuam como um fator de escala, sendo maiores nos intervalos de maior variabilidade espacial.

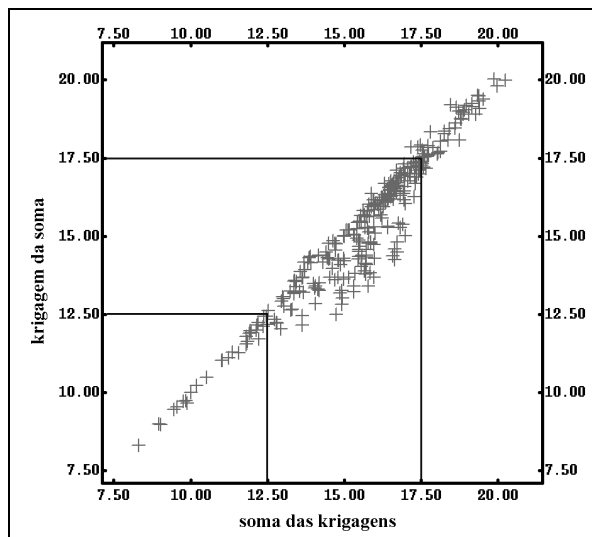


Figura 4 - Gráfico de dispersão entre a krigagem da soma e a soma das krigagens das espessuras dos intervalos superior, médio e inferior

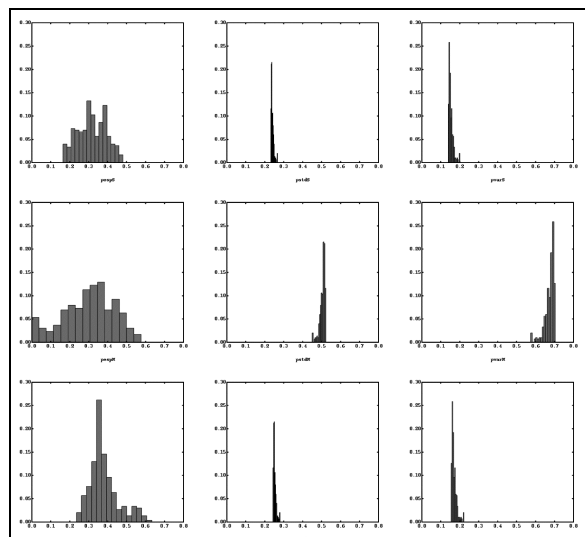


Figura 5 - Histogramas dos ponderadores baseados na espessura relativa, no desvio padrão de estimativa e na variância de estimativa

Os histogramas apresentados na coluna central mostram que o ponderador baseado no desvio padrão de estimativa promoveu correções médias da ordem de 25%, 50% e 25% do erro total nos intervalos Superior, Médio e Inferior, respectivamente. Nesses mesmos intervalos as correções impostas pelo ponderador baseado na variância de estimativa foram de 17%, 68% e 15%. O termo quadrático representado pela variância de estimativa emprega maiores correções nas camadas com maior variabilidade do que o desvio padrão de estimativa.

As figuras 6, 7 e 8 ilustram os mapas de espessuras krigadas dos intervalos superior, médio e inferior, corrigidas com os ponderadores baseados no desvio padrão de estimativa.

Os mapas das espessuras krigadas corrigidas dos Intervalos Médio e Superior, mostram lineamentos aproximadamente NS coincidentes com as posições das maiores isópacas de reservatórios correlacionáveis. Esses mapas podem indicar as posições de falhas responsáveis pelo controle deposicional dos turbiditos. O intervalo Inferior não apresenta essas tendências, podendo refletir um pequeno período de quiescência tectônica dentro da fase de tectonismo ativo.

A Tabela 1, reproduzida de D'Abbadia (1999), revela os volumes de rocha estimados para cada intervalo analisado. Nela são consideradas as estimativas obtidas sem correção e aquelas onde as correções se fizeram presentes.

Os reservatórios do campo concentram-se no intervalo Médio e a depender do método de correção empregado observam-se, neste intervalo, diferenças de volumes de rocha que chegam próximas a 5% se comparadas às krigagens sem correção. O impacto no volume de óleo original será da mesma ordem, considerando-se as mesmas porosidades e saturações médias nas diferentes situações apresentadas.

As krigagens independentes mostram-se, portanto, bons estimadores preliminares para as espessuras dos intervalos Superior, Médio e Inferior na Zona X e quaisquer das correções apresentadas proporcionam consistência matemática à soma das espessuras e dos volumes. Informações adicionais baseadas em simulações de fluxo e históricos de produção podem indicar o tipo de correção que melhor se ajusta aos dados da área investigada.

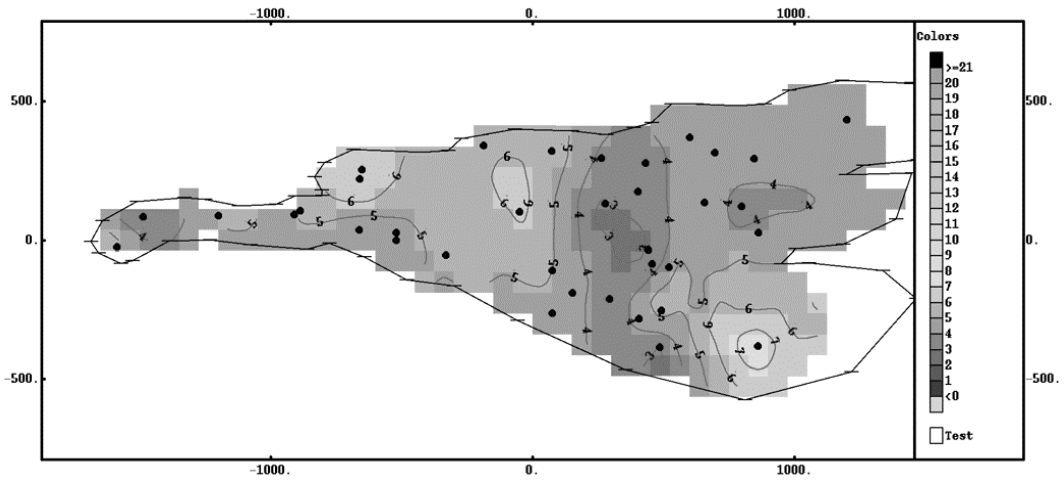


Figura 6 - Intervalo Superior

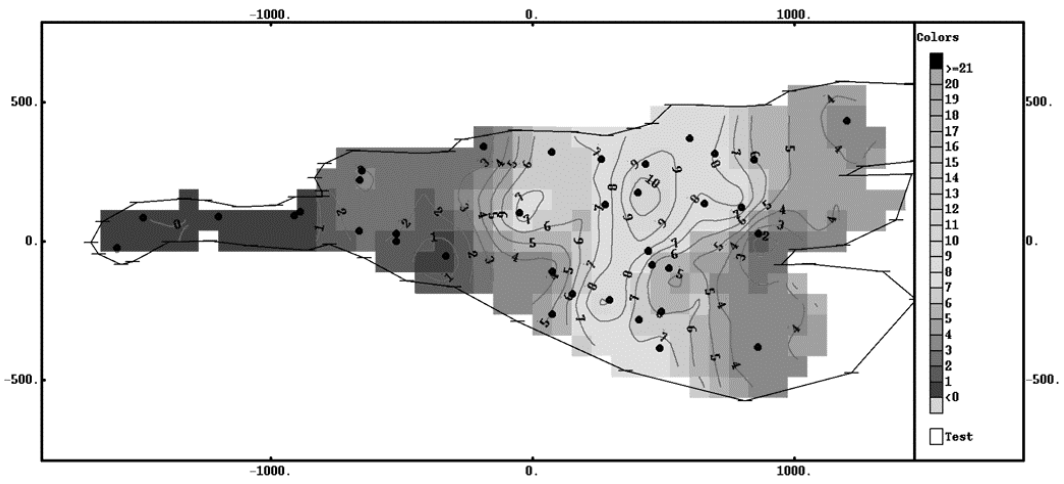


Figura 7 - Intervalo Médio

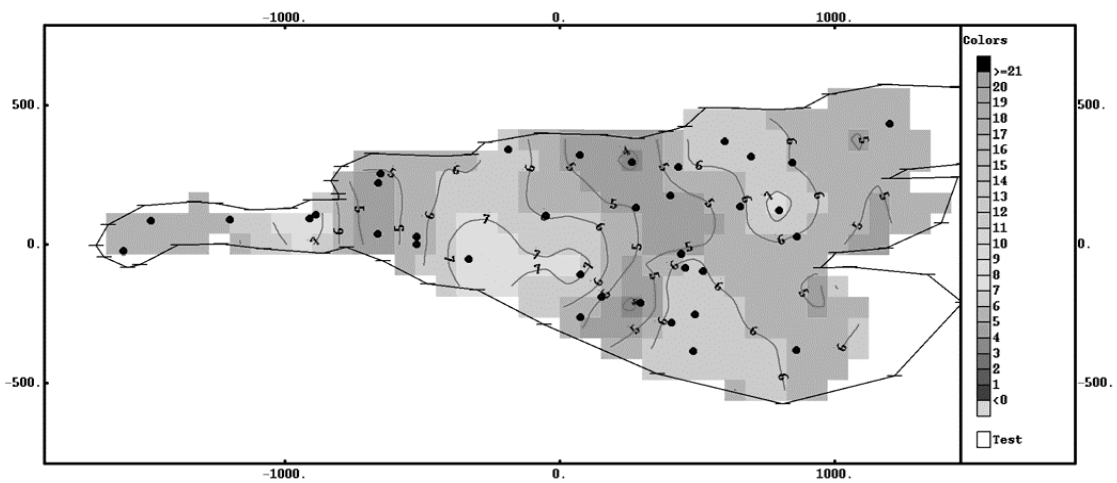


Figura 8 - Intervalo Inferior

Tabela 1 - Volumes calculados com base em krigagens sem correção e krigagens corrigidas

Volume por Intervalo (m ³)	Krigagens Sem Correção	Krigagens com Correção por Espessuras	Krigagens com Correção por Desv. Padrão	Krigagens com Correção por Variância
Superior	8.269.875,00 100%	8.070.750,00 -2,41%	8.122.960,24 -1,78%	8.168.864,33 -1,22%
Médio	8.361.000,00 100%	8.180.437,50 -2,16%	8.056.009,68 -3,65%	7.960.761,90 -4,79%
Inferior	9.919.687,50 100%	9.689.625,00 2,32%	9.761.842,58 -1,59%	9.811.186,27 -1,09%
Total	26.555.562,50 100%	25.940.812,50 -2,31%	25.940.812,50 -2,31%	25.940.812,50 -2,31%

4. CONCLUSÕES

- as limitações da cokrigagem, cuja modelagem requer condições estacionárias para as variáveis envolvidas nas coestimativas e encerra variogramas diretos e cruzados que crescem com o número de variáveis na razão de $n(n+1)/2$ (Wackernagel,1986), motivaram o estudo de técnicas preditivas mais simples e que não comprometem a consistência matemática da soma das variáveis estimadas.
- preconiza-se que as análises preliminares fundamentadas em variogramas diretos constituem-se em um bom ponto de partida para as estimativas de seções sedimentares sobrepostas. Havendo, contudo, correlação entre as variáveis, o desconhecimento dos termos σ_{ij} ($i \neq j$) da matriz de covariância conduzirá a erros de estimativas representados pela inequação: $Z(\mathbf{x}) \neq \sum_{i=1}^n Z_i^*(\mathbf{x})$.
- ponderadores λ_i sobre as estimativas preliminares $Z_i^*(\mathbf{x})$ estabelecem novas estimativas $Z_i^{**}(\mathbf{x})$ e conferem condições de compatibilidade dadas por $Z(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n Z_i^{**}(\mathbf{x})$ e $Z(\mathbf{x}) = Z^*(\mathbf{x})$, dando consistência matemática ao método.
- neste trabalho os estimadores baseiam-se nas relações de proporcionalidade entre: a) as espessuras das camadas krigadas e a espessura total da seção analisada; b) os desvios padrões de estimativa e a soma dos desvios padrões; c) as variâncias de estimativa e a soma das variâncias. O ponderador baseado na espessura relativa confere correções proporcionais às espessuras das camadas, enquanto os demais ponderadores atuam praticamente como fatores de escala, corrigindo mais as camadas com maior variabilidade. O termo quadrático relacionado à variância de estimativa emprega maiores correções nas camadas com maior variabilidade do que o desvio padrão de estimativa.
- à simplicidade do método apresentado associa-se uma grande flexibilidade operacional, destacar-se: a) o número de intervalos a serem analisados é teoricamente ilimitado; b) não há exigência quanto a presença de espessuras estacionárias; c) há possibilidade da escolha de vizinhanças distintas para cada intervalo analisado; d) há liberdade para a utilização de modelos distintos em cada intervalo investigado possibilitando que neles sejam individualmente ajustadas diferentes funções, amplitudes e anisotropias.
- os contornos dos mapas de espessuras krigadas corrigidas dos intervalos Médio e Superior mostram alinhamentos orientados na direção NS cujas regiões de maior

concentração de curvas podem indicar a posição de falhas sin-deposicionais. O intervalo Inferior não mostra as tendências acima citadas, podendo refletir um período de quiescência tectônica dentro da fase de tectonismo ativo da bacia. As rochas presentes neste intervalo são predominantemente compostas por sedimentos da planície bacial.

- as diferenças constatadas entre $Z^*(\mathbf{x})$ e $\sum_{i=1}^n Z_i^*(\mathbf{x})$ refletem-se na comparação entre os volumes de rocha calculados com base nas krigagens sem correção e nas krigagens corrigidas. As diferenças comprovam que os $Z_i^*(\mathbf{x})$ portam-se como bons estimadores preliminares para as espessuras dos intervalos Superior, Médio e Inferior na Zona X.
- no intervalo Médio, onde estão concentrados os reservatórios da Zona X, observam-se as maiores diferenças percentuais no volume de rocha ao se compararem os diferentes métodos de correção. Essas diferenças podem atingir valores próximos a 5% do volume estimado pela krigagem não corrigida. O impacto no volume de óleo original será da mesma ordem, considerando-se as mesmas porosidades e saturações médias nas diferentes situações apresentadas. Informações adicionais baseadas em simulações de fluxo e históricos de produção podem indicar o tipo de correção que melhor se ajusta aos dados da área investigada.

REFERÊNCIAS

- D'ABBADIA M. R. I. Análise do problema da krigagem da soma e da soma das krigagens
Campinas: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade de Campinas, 1999, 88 p. Dissertação(Mestrado).
- MATHERON G. Recherche de simplification dans un probleme de cokrigeage. Centre de Geostatistique Fontainebleau. École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1979. 19p.
- REMACRE, A. Z. Coestimativas. Campinas, Universidade Estadual de Campinas, 1997. 13p.
- WACKERNAGEL, H. Description of a computer program for analysing multivariate spatially distributed data. Centre de Geostatistique Fontainebleau. École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1986. 24p.

ABSTRACT

ANALYSIS OF “KRIGING SUMMATION” AND “SUMMATION OF KRIGINGS”

This work presents some thicknesses estimates in overlapped sedimentary sections. The adopted procedure consists of the accomplishment of kriging followed by weighed corrections that provide mathematical consistency to the operation of thicknesses summation. These weighed corrections are based on the proportions between: a) the thicknesses of the estimated layers and the total thickness of the analyzed section; b) the standard deviation of the estimation error and the summation of these standard deviations; c) the variance of the estimation error and the summation of these variances. The proposed method is characterized by its simplicity and operational flexibility, being distinguished by: a) The number of intervals to be analyzed is theoretically limitless; b) Stationary thicknesses are not required; c) Choice of distinct neighborhoods for each analyzed interval is allowed; d) It has freedom for the use of distinct models in each investigated interval, making it possible to choose different functions, amplitudes and anisotropies. The technique was applied in an oil field situated in the northeast of Brazil, helping in localising the preferential depositional areas for turbiditic reservoirs and allowing inferences with respect to structural aspects of studied area.

Key words: Reservoir Characterization, External Geometry, Kriging