



## MODELAGEM DA ELEVAÇÃO DE ÓLEOS PESADOS ATRAVÉS DE BOMBEAMENTO POR CAVIDADES POSITIVAS P PELO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

**Lisa B. Blanco**

Universidade Estadual de Campinas, Departamento de Engenharia de Petróleo  
DEP/FEM/UNICAMP Cx. P. 6122- Campinas -13081-970, SP, Brasil

**Paulo R. Ribeiro**

Universidade Estadual de Campinas, Departamento de Engenharia de Petróleo  
DEP/FEM/UNICAMP Cx. P. 6122- Campinas -13081-970, SP, Brasil

***Resumo.** O bombeamento por cavidades progressivas (BCP) tem-se tornado um atrativo método de elevação artificial de óleos pesados em campos terrestres. Uma incerteza que existe nesse tipo de aplicação é o valor das perdas de carga no fluxo anular de óleo que ocorre entre a tubulação de produção e a coluna de hastes de acionamento da bomba. O tratamento analítico para solução do problema do escoamento helicoidal é prejudicado face ao domínio irregular de fluxo devido às luvas de conexão da coluna de hastes e pelo possível comportamento não Newtoniano do óleo. Essas dificuldades requerem a utilização de modelagem numérica para a previsão do campo de velocidade e da pressão no escoamento anular. A simulação do escoamento laminar, isotérmico, em regime permanente, do óleo com comportamento reológico de potência, através do espaço anular concêntrico foi realizada através do Método de Elementos Finitos. Foi utilizado um modelo bidimensional, com uma formulação mista de velocidade e pressão e Método de Newton com esquema de carregamento incremental para a solução do sistema de equações. Os resultados mostram que as perdas de carga no espaço anular são significativas no dimensionamento de sistemas de BCP, sendo o conhecimento das propriedades reológicas do material de fundamental importância.*

***Palavras-chave:** Finito, Elemento, Elevação, Óleo, BCP, Artificial, Pesado*

### 1. INTRODUÇÃO

Durante a crise mundial de energia muitas refinarias foram modificadas para processar óleos pesados de baixa qualidade (Visser, 1989) que não tinham demanda no passado, mas que correspondem a 50% das reservas mundiais de óleo. Essa mudança no cenário energético influenciou o mercado do óleo pesado e seu preço (Moritis, 1995), aproximando-o ao do preço do óleo leve. Estima-se que as reservas mundiais são de 3 trilhões de barris de óleo pesado e betume já descoberto e não explorado. Especialistas acreditam que o óleo pesado passará a ser a principal fonte fóssil de energia a partir do ano 2025.

O principal desafio no processo de desenvolvimento de um campo de óleo pesado é a sua recuperação, devido à presença de areia não consolidada e suas altas viscosidades, o que requer equipamentos de alta pressão para as operações de elevação artificial. Foram desenvolvidos e adaptados diferentes métodos de alteração de propriedades reológicas e de elevação artificial para as necessidades na produção de óleo pesado. Em relação ao melhoramento do comportamento reológico (diminuição da viscosidade de óleo), existem técnicas pertinentes como a adição de calor (injeção de vapor), adição de diluentes e emulsificação (Browne *et al*, 1996). Na área de elevação artificial, o *Gas Lift* não é uma alternativa econômica pela usual indisponibilidade de gás (Clegg, 1993); sendo o Bombeio Hidráulico a Jato uma melhor opção (Ghetto, 1994). O popular Bombeio Mecânico não é atraente por apresentar baixa eficiência e curta vida útil do equipamento ao lidar com óleos de alta viscosidades. A Bomba Centrífuga Submersa, com certos requerimentos adicionais de proteção à abrasão é uma boa alternativa para óleos de baixa relação gás-óleo (Bortolin, 1994).

A Bomba de Cavidades Progressivas mostrada na Figura 1, tem bons atributos para a elevação de óleos ultra-viscosos em regimes multifásicos e com produção de areia, apresentando alta eficiência com baixos custos de instalação e manutenção (Briceño, 1993). Um fator limitante está associado às baixas vazões e profundidades moderadas de poço. Em relação à demanda de potência, foi verificado que o consumo de energia é dominado pelas perdas de carga no escoamento anular sobrepondo-se a pressão hidrostática (Blanco, 1999). Esse aspecto motiva o melhor entendimento do escoamento axi-rotacional do óleo pesado durante a operação da BCP. A rotação é fornecida à bomba de fundo por um motor de superfície, através de uma coluna de hastes alojada dentro da coluna de produção. O óleo escoo desde a descarga da bomba até a superfície pelo anular formado entre a coluna de hastes e a tubulação de produção. A coluna de hastes, que provê o torque à bomba, gira fornecendo ao fluido um movimento helicoidal.

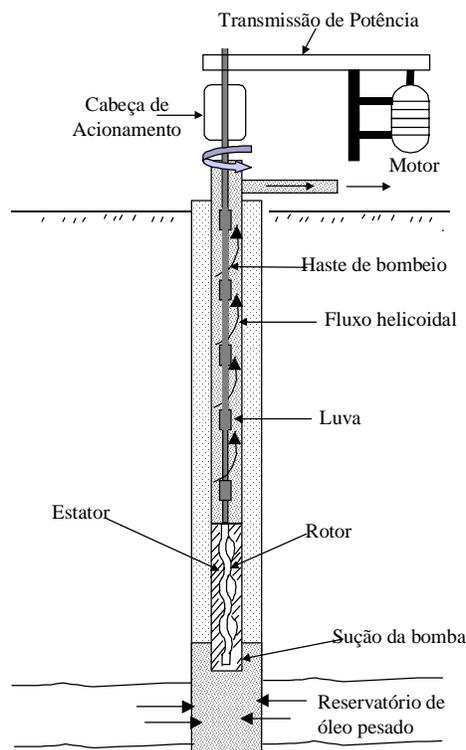


Figura 1 - Disposição do sistema BCP

O objetivo do presente trabalho é a modelagem matemática, tanto analítica como numérica, do escoamento anular no sistema BCP para a previsão do campo de velocidades e perdas de carga. O método numérico utilizado foi o de Elementos Finitos, devido ao fato do domínio do fluxo ser irregular, já que as hastes que transmitem potência à bomba são conectadas por luvas que restringem a área de fluxo anular.

## 2. MODELAGEM MATEMÁTICA

Rivlin (1956), e Coleman e Noll (1959) introduziram as equações governantes do fluxo laminar, estacionário e totalmente desenvolvido do fluxo helicoidal caracterizando o tensor de tensões para fluidos não Newtonianos incompressíveis. Kang (1985) utilizou um modelo em Elementos finitos bidimensional para solucionar as equações de Navier-Stokes para fluido Newtoniano. Chin (1992) determinou a solução analítica do fluxo helicoidal de um fluido de potência assumindo anular estreito. Ribeiro (1994) desenvolveu a solução do sistema de equações de conservação para fluido Newtoniano generalizado mediante elementos finitos em duas dimensões para sistemas anulares concêntricos e em três dimensões para sistemas anulares excêntricos, obtendo boa concordância com dados experimentais.

### 2.1 Formulação

A seguir, apresenta-se os aspectos relacionados à modelagem analítica do escoamento helicoidal, o que inclui as equações de conservação pertinentes ao problema particular e as equações constitutivas necessária para o fechamento do modelo.

**Equações Governantes.** Uma vez que o estudo se limite ao caso de escoamento laminar e isotérmico, o problema é suficientemente descrito pelas equações de conservação de massa (1) e quantidade de movimento (2) (Bird *et al.*, 1960).

$$\frac{D\rho}{Dt} = -(\bar{\nabla} \cdot (\rho \mathbf{V})) \quad (1)$$

$$\frac{D(\rho \mathbf{V})}{Dt} = (\bar{\nabla} \cdot \boldsymbol{\sigma}) + \mathbf{F} \quad (2)$$

Onde  $D(\ )$  é a derivada substantiva,  $\rho$  é a densidade ( $\text{kg/m}^3$ ),  $t$  é tempo (s),  $\bar{\nabla} \cdot (\ )$  é o divergente,  $\mathbf{V}$  é o vetor velocidade,  $\boldsymbol{\sigma}$  é o tensor de tensões total (Pa) e  $\mathbf{F}$  são as forças de corpo ( $\text{N/m}^3$ ).

As hipóteses sob as quais o escoamento foi estudado são: 1 - Regime de escoamento laminar e sem vórtices; 2 - O fluido é incompressível; 3 - Fluxo em regime permanente; 4 - Sistema anular concêntrico; 5 - Modelo reológico: fluido de Potência; 6 - Sistema isotérmico.

A hipótese 1 está baseada nas análises da solução analítica do fluxo helicoidal de fluido Newtoniano sob condições de operação desfavoráveis ( $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $\mu=1 \text{ Pa.s}$ ,  $Q=500 \text{ m}^3/\text{d}$ ,  $w=500 \text{ rpm}$ ,  $D= 2 \text{ 7/8"}$ ,  $D_i=7/8"$ ), que corresponde a um número de Reynolds menor que 2000 e um número de Taylor menor que 576 - condições que excluem a possibilidade de ocorrência de turbulência e vórtices de Taylor (Astill *et al.*, 1968).

Sob as hipóteses 2 e 3 as equações governantes se simplificam:

$$\bar{\nabla} \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (3)$$

$$\rho \cdot \mathbf{V} \cdot \bar{\nabla} \mathbf{V} = (\bar{\nabla} \cdot \boldsymbol{\sigma}) + \mathbf{F} \quad (4)$$

O tensor de tensões total é dado pela Equação (5).

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\tau} - P\mathbf{I} \quad (5)$$

Onde  $\boldsymbol{\tau}$  é o tensor de tensões viscoso (Pa),  $P$  é a pressão (Pa) e  $\mathbf{I}$  é o tensor identidade.

**Equação Constitutiva.** Para o modelo potência a relação entre a tensão cisalhante e a taxa de deformação é representada pela Eq. (6):

$$\boldsymbol{\tau} = 2\mu \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (6)$$

Onde  $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$  é o tensor taxa de deformação ( $s^{-1}$ ) e  $\mu$  é a função viscosidade, que depende da taxa de deformação segundo a Eq. (7).

$$\mu = k \cdot J_2^{n-1} \quad (7)$$

Onde  $k$  é o índice de consistência ( $Pa \cdot s^n$ ),  $n$  é o índice de comportamento e  $J_2$  é o segundo invariante do tensor taxa de deformação, segundo a Eq. (8):

$$J_2 = \sqrt{\left( \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \dot{\varepsilon}_{ij}^2 \right)} \quad (8)$$

## 2.2 Modelagem Numérica

A solução analítica do problema do escoamento helicoidal no espaço anular formado entre a coluna de produção e a haste de bombeio da BCP é impossibilitada face ao domínio irregular de fluxo e ao comportamento não Newtoniano do óleo, requerendo-se uma abordagem numérica.

**Representação por Elementos Finitos.** A modelagem numérica do problema de fluxo helicoidal através do Método de Elementos Finitos pode ser desenvolvida a partir de uma formulação variacional ou aplicando-se o Método de Resíduos Ponderados. No caso do Método de Resíduos Ponderados na sua formulação fraca, o produto interno das equações governantes (Eq. (3) e (4)) com as funções ponderadoras resulta:

$$\int_{\Omega} (\bar{\nabla} \cdot \mathbf{V}) \cdot w^P d\Omega = 0 \quad (9)$$

$$\int_{\Omega} (\rho \cdot \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V}) \cdot w d\Omega = \int_{\Omega} (\bar{\nabla} \cdot \boldsymbol{\tau}) \cdot w d\Omega + \int_{\Omega} (\mathbf{F}) \cdot w d\Omega \quad (10)$$

Onde  $w$  e  $w^P$  são as funções ponderadoras das variáveis velocidade e pressão, respectivamente, e  $\Omega$  é o domínio de fluxo: o plano  $r$ - $z$  no sistema de coordenadas cilíndricas. Este domínio de fluxo é discretizado em um número finito de elementos, de acordo com a Figura 2, em cada um dos quais se aproxima a solução por funções de forma para os campos de velocidade e pressão e também para as funções ponderadoras, o que correspondem ao Método de Galerkin.

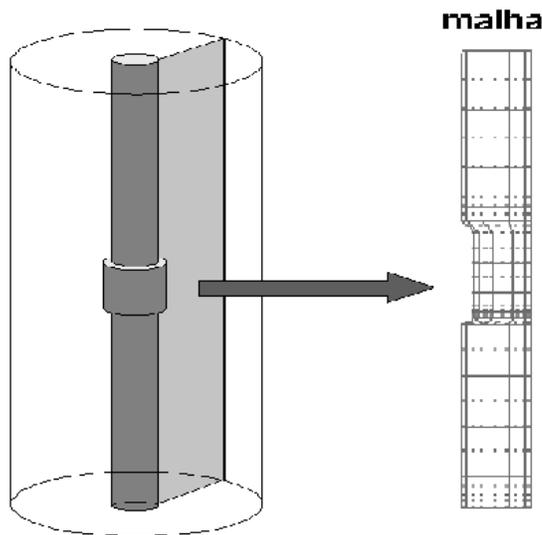


Figura 2 - Domínio de fluxo

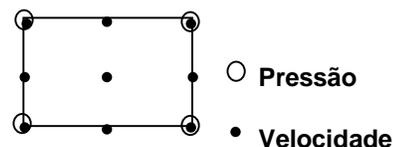


Figura 3 - Elemento de trabalho

No presente trabalho foi aplicada uma discretização de elementos quadriláteros com formulação mista: funções de forma Lagrangianas quadráticas para a velocidade e linear para a pressão, conforme a Figura 3.

Depois da manipulação matemática das equações, com a aplicação do teorema de divergência e transformação de coordenadas polares em coordenadas naturais, o sistema não linear de equações pode ser representado pela Equação (12):

$$K \cdot U = F \quad (11)$$

Onde a matriz  $K$  está composta pelos termos de transporte convectivo, viscoso e de pressão. Esta matriz está multiplicada pelo vetor de variáveis  $U$ : velocidade radial, tangencial e axial e pressão. Este produto está igualado ao vetor  $F$  de forças de corpo e de superfície. Cada termo das matrizes é uma integração que se avalia numericamente por quadratura de Gauss de terceira ordem.

### 3. RESULTADOS

O sistema não linear de equações, representado pela Equação (12), requer uma técnica iterativa para se solucionar. Utilizou-se iteração de Newton-Raphson com esquema de carregamento incremental para melhorar a convergência (Ribeiro *et al*, 1994).

#### 3.1 Comparação com resultados analíticos

Os resultados numéricos foram comparados com soluções analíticas de fluxos laminares totalmente desenvolvidos através de tubulações e anulares (com e sem rotação) de fluidos Newtonianos. Foram utilizadas as configurações típicas dos sistemas de elevação artificial de bombeio por cavidades progressivas e bombeio centrífugo submerso. Os erros obtidos nas quedas de pressão foram inferiores a 0,01%.

#### 3.2 Desenvolvimento do escoamento

O objetivo dessa análise foi o entendimento da perturbação do fluxo no caso do domínio de fluxo de geometria irregular, presente no anular da BCP, onde tem-se como cilindro

interno a haste de bombeio com luvas de conexão. Para o estudo do desenvolvimento do escoamento, foi imposto um perfil de velocidade axial uniforme, tanto no tubo como no espaço anular, com o objetivo de avaliar a influência dos distintos parâmetros (geométricos e do fluido) no comprimento necessário para alcançar o escoamento totalmente desenvolvido. Exemplos de desenvolvimento do escoamento em relação à posição axial são apresentados nas Figuras 4 e 5.

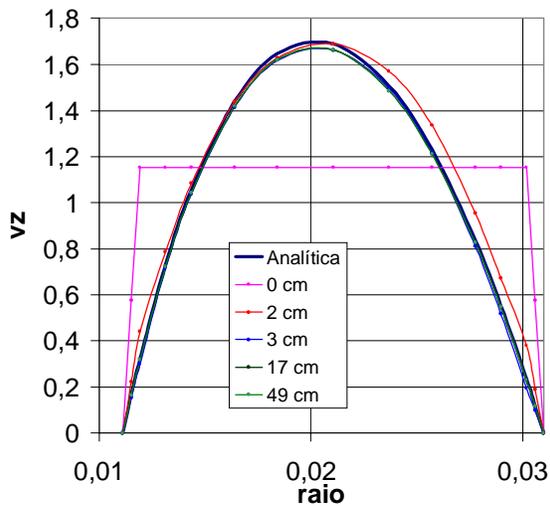


Figura 4 – Desenvolvimento do perfil de velocidade axial de um fluido Newtoniano em anular ( $\mu = 80 \text{ Pa.s}$ ),  $Q= 254.97 \text{ m}^3/\text{d}$ ,  $w=200\text{rpm}$

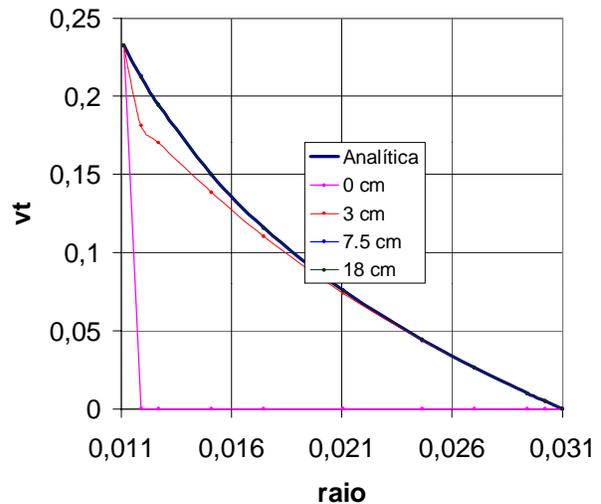


Figura 5 – Desenvolvimento do perfil de velocidade tangencial de um fluido Newtoniano em anular ( $\mu = 80 \text{ Pa.s}$ ),  $Q= 254.97 \text{ m}^3/\text{d}$ ,  $w=200\text{rpm}$

Verificou-se que o número de Reynolds tem uma importante influência no comprimento necessário para o desenvolvimento. Observando a faixa de densidade dos óleos pesados ( $800$  a  $1100 \text{ kg/m}^3$ ) e os tamanhos de diâmetros de dutos de campo (BCP, BCS), a velocidade média e a viscosidade são os parâmetros que, basicamente, controlam o desenvolvimento do escoamento. A velocidade média tem uma influência direta e a viscosidade tem uma influência inversa no desenvolvimento do fluxo. Para os casos de óleo pesado analisados, esses comprimentos não superaram os  $20 \text{ cm}$ .

### 3.3 Influência dos parâmetros no fluxo

Foi realizada uma análise de sensibilidade de parâmetros, considerando-se as altas densidades e viscosidades dos óleos pesados e, variando-se índices de comportamento ( $n$ ) de  $0,7$  a  $1,4$ , isto é, de comportamento pseudoplástico a dilatante.

**Índice de comportamento ( $n$ ).** Os fluidos pseudoplásticos apresentam perfis de velocidade mais achatados que os dilatantes (Fig.6) e menores perdas de carga.

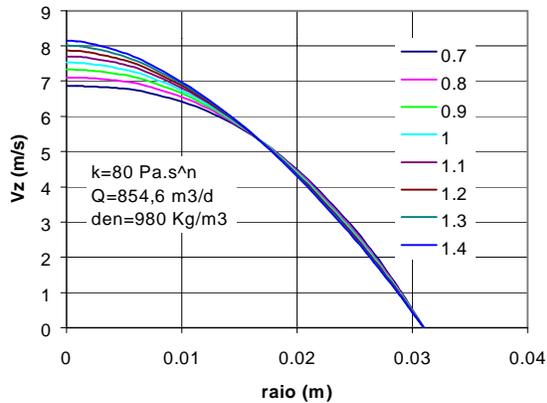


Figura 6 - Perfis de velocidade axial em tubo para distintos índices de comportamento, ( $k=80 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$ ;  $\rho=980 \text{ kg/m}^3$ ;  $Q=854.6 \text{ m}^3/\text{d}$ )

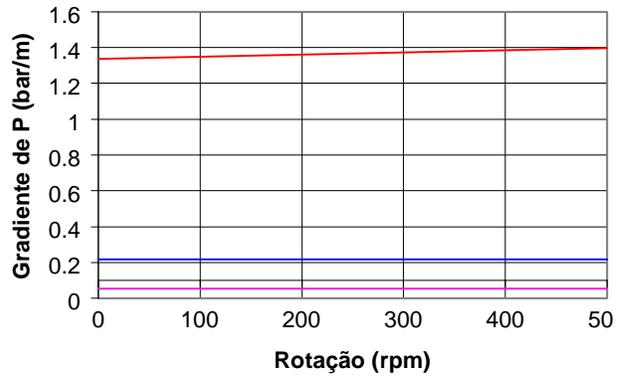


Figura 7 - Influência da velocidade de rotação no gradiente de pressão no anular ( $k=1 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$ )

**Índice de consistência ( $k$ ).** As perdas de carga aumentam conforme aumenta-se o índice de consistência, já que esse parâmetro é a viscosidade para um fluido Newtoniano.

**Densidade.** A densidade não causou nenhum efeito significativo nas perdas de carga nem no desenvolvimento do escoamento para a faixa utilizada.

**Vazão.** A vazão apresentou um efeito direto nas perdas de carga do sistema.

**Velocidade de rotação.** Esse parâmetro apresenta um efeito de aumento das perdas de carga do fluxo axi-rotacional quando o índice de comportamento do fluido é maior que 1 (dilatante), não tem efeito quando o fluido é Newtoniano e diminui as perdas de carga quando o fluido é pseudoplástico ( $n$  menor que 1). Para o caso típico de óleos pesados produzidos nas condições operacionais da BCP, o efeito da rotação da haste nas perdas de carga é desprezível, como pode-se observar na Figura 7.

### 3.4 Comparação com dados Experimentais

Os resultados numéricos foram comparados com dados experimentais de Faria (1995), para geometria anular regular e irregular (devido à luva no cilindro interno que reproduz o sistema de anular da BCP). Os resultados do fluxo helicoidal no anular, de acordo com as caracterizações do sistema dadas na Tabela 1 e na Figura 8, são apresentados na Figura 9 para anular regular e na Figura 10 para anular com luva.

Tabela 1: Dados experimentais e de simulação do fluxo anular helicoidal, Faria (1995)

<b>Propriedades do fluido</b>	Viscosidade		0,1 Pa s (100 cP)
	Correlação de viscosidade (cP) com T (°C)		
	Densidade		$\mu=0,326\cdot 10^{-2}T^3 - 0,1535T^2 - 4,3732T + 262,433$
<b>Sistema</b>	Raio Externo	0,016215 m	Vazão: 1,109; 14,998; 35,304; 49,080 m <sup>3</sup> /d Rotação: 450 rpm
	Raio Interno	0,006 m	
	Raio da luva	0,011 m	

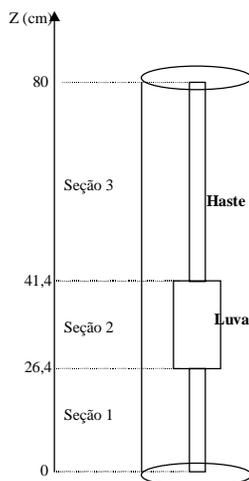


Figura 8 - Representação esquemática da zona de trabalho

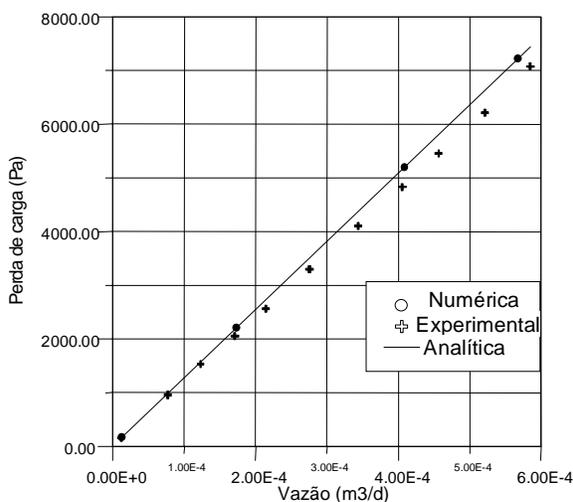


Figura 9 - Comparação com dados experimentais sem luva

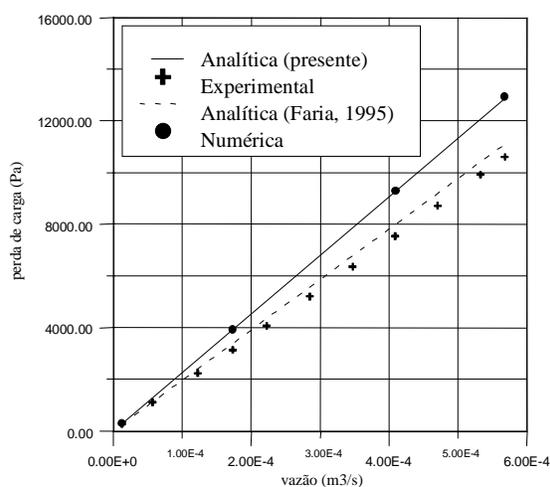


Figura 10 - Comparação com dados experimentais com luva

É importante observar na Fig. 10 a diferença nos resultados obtidos com a solução analítica. Esse fato se deve, provavelmente, a efeitos de temperatura ambiente na viscosidade do óleo, já que as expressões matemáticas foram iguais nos dois casos.

### 3.5 Previsões de perda de carga para o sistema BCP

Foram feitas algumas previsões das perdas de carga na operação do sistema de BCP, com óleos pesados brasileiros, considerando-se as hipóteses da modelagem do escoamento axi-rotacional apresentadas na seção 2.1. A haste de bombeio está composta por hastes unitárias (7,62m comprimento x 0,022m diâmetro externo) unidas por luvas (0,11m comprimento x 0,043m diâmetro externo) girando dentro da tubulação de produção (0,062m diâmetro interno). A pressão total a vencer foi computada como a soma das perdas de carga unitárias, segundo a Eq. 12:

$$\Delta P^u = \Delta P_{luva} + \Delta P_{haste} \quad (13)$$

Foram considerados os parâmetros reológicos de três óleos pesados brasileiros, a 37°C: Faisão: 19082,19 cP; Mainá II: 7571,04 eq cP,  $n=0.9051$  e Curió:710,33 cP

Foi computada, para uma profundidade de 1000 m, a pressão de bombeio total a vencer, que inclui as perdas de carga e a pressão hidrostática. Foram feitas varreduras de vazão, de 100 a 500 m<sup>3</sup>/d para os óleos, e de velocidade de rotação para o óleo pseudoplástico (0 a 500 rpm). Foi observado que a contribuição das perdas por atrito são importantes, oscilando-se de 0 a 99% da pressão total a vencer. Também verificou-se, para estes casos de aplicação, que a influência da velocidade de rotação é desprezível.

#### 4. CONCLUSÕES

1. Foram constatados os seguintes efeitos devido à velocidade de rotação da coluna de hastes: nos fluidos *Newtonianos* esse parâmetro não afeta as perdas de carga, nos pseudoplásticos ( $n < 1$ ) houve uma redução das perdas de carga e nos dilatantes houve um aumento nas perdas de carga, embora este efeito não tenha sido significativo.
2. O efeito da temperatura na reologia do óleo e a precisa representação do domínio de fluxo são, provavelmente, importantes fontes de erro na comparação de resultados medidos com os computados.
3. A solução analítica, que é o resultado da soma das contribuições em perdas de carga do fluxo totalmente desenvolvido em seções com e sem luva, teve bom acordo com os resultados numéricos. Isto prova a pouca relevância dos efeitos de perturbação causados pelas luvas em relação às perdas de carga totais.
4. No escoamento do óleo no espaço anular do sistema de Bombeamento por Cavidades Progressivas, as perdas por atrito são, efetivamente, as responsáveis pelo consumo de energia do sistema, ficando em alguns casos a contribuição da pressão hidrostática desprezível.
5. A modelagem pelo Método de Elementos Finitos permitiu pesquisar o efeito da complexidade do domínio de fluxo e do comportamento não-Newtoniano do fluido.

#### REFERÊNCIAS

- Astill, K. N., Garnet, J. T.; Martin, B. W., 1968, The Developing Tangential Velocity Profile for Axial Flow in an Annulus with a Rotating Inner Cylinder, Proc. R. Soc. London, Series A, 307, pp. 55-69
- Bird, R. B., Stewart, W. E., Lightfoot, E. N., 1960, Transport Phenomena
- Blanco L. B., 1999, Estudo da Elevação de Óleos pesados através de BCP utilizando-se o Método de Elementos finitos, MSc tese, Universidade Estadual de Campinas, Brasil
- Bortolin, L. L., 1994, Experience whit Electrical Submergible Pumps in Heavy Crude Oil (Boscan Field), SPE 26986, III LACPEC, Bs. As., p.775-783
- Briceño, W. J., 1993, Experience in the Bolivar coast fields with progressive cavity pump, Heavy Crude and Tar Sands -Fueling for a Clear and Safe Environment, II LACPEC, Caracas, 7 p.
- Browne, G., Hass, G., Sell, R., 1996, Downhole Emulsification: Viscosity Reduction Increases Production, Petroferm Inc. The J. of Canadian Pet. Tech., Vol. 35, N°4, Apr., p.p 25-31
- Chin, W.C., 1992, Borehole Flow Modeling in Horizontal, Deviated and Vertical Wells, Gulf Publishing Co., Houston, TX,

- Clegg, J. D., Bucaram S. M., Heln N. W., 1993, Recommendations and Comparisons for Selecting Artificial-Lift Methods. SPE, J. of Pet. Tech., pp. 1128-1131, pp. 1163-1167
- Coleman, B. D., Noll, W., 1959, Helical Flow of General Fluids. J. Applied Phys. 30, No 10, p. 1508-1512
- Faria, R. C., 1995, Estudo Experimental do Gradiente de Pressão em Tubulações Anulares Concêntricas e Excêntricas com e sem Rotação, M.Sc. tese, UNIVAMP, Brasil,
- Ghetto G., Riva, M.; Giunta P., 1994, Jet Pump Testing in Italian Heavy Oils, SPE 27595, Eur. Prod. Op. Conf. & Exh., Aberdeen, U. K., p. 69-80
- Kang, J. M., 1985, Numerical Analysis of Flow Behavior in the Annulus. SPE 15144, 17 p.
- Moritis, G., 1995, Heavy Oil expansions gather momentum worldwide. Oil & Gas J. pp. 31-38
- Ribeiro, P. R., 1994, Finite Element Modeling of annular Flow with applications to Slim Hole Drilling Hydraulic, Ph.D. Thesis, University of Texas at Austin
- Ribeiro, P. R., Podio, A. L., 1994, The Effect of Rotational Speed and Eccentricity on Annular Flows with Application to Slim Hole Drilling Hydraulics, SPE 26958, III LACPEC, Bs. As., pp.669-677
- Rivlin, R. S., 1956, Solution of Some Problems in Exact Theory of Visco-Elasticity. J. Rational Mech. Anal. 5, No 1, 179-188
- Visser, R. C., 1989, Offshore Production of Heavy Oil, SPE 16606, J. of Pet. Tech., p. 67-70

## **FINITE ELEMENT MODELING OF HEAVY OIL LIFTING USING PROGRESSIVE CAVITY PUMPING**

**Abstract.** *The progressive cavity pumping (PCP) has become an attractive method for artificial lift of heavy oil in onshore fields. A drawback that exists in the application of that method is the pressure losses in the annular flow of the oil that occurs between the production tubing and the rod string, which transmits power downhole to the PCP. The analytical treatment of the solution of the helical flow problem is disabled due to the irregular flow domain (rod upsets) and to the non Newtonian behavior of the oil. These difficulties require the use of numerical modeling to predict the velocity and the pressure fields in the annular flow. The simulation of the laminar, isothermal and steady state flow of the oil with a power law behavior, through the concentric annular space was obtained by using the Finite Element Method. A bidimensional model was used, with a mixed formulation of velocity and pressure and the Newton Method with an incremental loading scheme for the solution of the system of equations. The results showed that the pressure losses in the annular space are important to the design of PCP systems, where the knowledge of the rheological properties of the material is of fundamental importance.*

*Key-Words: Finite, Element, Lift, Oil, PCP, Artificial, Heavy*