



APLICAÇÃO DE UM NOVO MÉTODO NUMÉRICO COM DISCRETIZAÇÃO AO LONGO DAS LINHAS DE CORRENTE À SOLUÇÃO DE ESCOAMENTOS COM RECIRCULAÇÃO

Carlos M. Fernandes

Universidade Federal de Viçosa, Departamento de Engenharia Agrícola
36570-000 – Viçosa, MG, Brasil

Marcelo J.S. de Lemos

Departamento de Energia - IEME
Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA
12228-900 – São José dos Campos, SP, Brasil - E-mail: mdelemos@tecsat.com.br

Mauri Fortes

Universidade Federal de Minas Gerais, Departamento de Energia
Belo Horizonte, MG, Brasil

***Resumo:** O objetivo deste trabalho é apresentar uma nova técnica para solução numérica de problemas de convecção-difusão. Neste método, a discretização ao longo das linhas de corrente, originalmente desenvolvida para elementos finitos, foi adaptada para o caso de volumes-finitos. Basicamente, apenas o tratamento do termo convectivo é modificado, mantendo-se a forma clássica dos demais termos da equação. O acoplamento pressão-velocidade é tratado pelo método PRIME. Um comparação dos resultados obtidos para escoamentos simples com soluções obtidas por outros métodos indicam uma boa precisão da técnica utilizada.*

***Palavras-chave:** CFD, Volume-finito, Método Numérico, Discretização*

1. INTRODUÇÃO

A simulação numérica de escoamentos requer a solução de equações diferenciais parciais. Estas equações expressam as leis de conservação de massa, momentum e energia. Através do processo de discretização obtém-se um sistema de equações algébricas que, na maioria dos casos, é resolvido sucessivamente para cada variável dependente (Patankar e Spalding, 1970). Existe, também, a possibilidade da solução ser acoplada, envolvendo todas as variáveis dependentes simultaneamente (de Lemos, 1996). Em engenharia, as soluções numéricas são geralmente baseadas no Método de Volumes Finitos- MVF (Spalding, 1972, Patankar & Spalding, 1967), no Método de Diferenças Finitas - MDF (Cebecchi *et al.* 1981, Hoffman, 1993) ou no Método de Elementos Finitos - MEF (Rice & Schnipke, 1985).

No processo de solução iterativa de sistemas de equações algébricas, discretizadas a partir das equações de Navier-Stokes, surge o problema do acoplamento pressão-velocidade. Nos problemas de escoamento incompressível, onde a massa específica é função apenas da temperatura, a equação de estado não é utilizada para a determinação da pressão. Surge, então, o problema de se encontrar uma equação para avançar os valores de pressão em cada ciclo de iteração.

Existem vários métodos para tratar do acoplamento velocidade-pressão, cujo objetivo é criar um algoritmo para avançar os valores de pressão. A motivação física a ser observada no desenvolvimento de algoritmos para o tratamento do acoplamento pressão-velocidade é satisfazer a equação da continuidade. Os precursores no desenvolvimento de métodos para o acoplamento pressão-velocidade foram Harlow e Welch, (1974), Chorin, (1967) e Amsdem & Harlow, (1970). Entre os métodos existentes na literatura, são citados o SIMPLE, desenvolvido por Patankar e Spalding (1967); o SIMPLER, proposto por Patankar (1980); e o PRIME, apresentado por Maliska (1988).

O objetivo do presente trabalho é aplicar a técnica de discretização da equação de Navier-Stokes, utilizando a metodologia de volumes finitos aqui desenvolvida, para a solução de problemas de escoamento de fluidos incompressíveis, em regime laminar, usando o método PRIME no tratamento do acoplamento pressão-velocidade.

Nesta técnica, busca-se a redução do problema da difusão numérica (Fernandes e de Lemos, 1988) através da discretização das equações ao longo das linhas de corrente. Esta metodologia é de fácil implementação e permite obter resultados satisfatórios com malhas não muito refinadas.

2. MÉTODO

As equações de Navier-Stokes para escoamento laminar, juntamente com a equação a continuidade, adimensionalizadas, são:

Equação da continuidade

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = 0 \quad (1)$$

Equações de Navier-Stokes

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2)$$

$$\rho u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \frac{\partial p}{\partial y} \quad (3)$$

onde $\Gamma = \frac{\mu}{\text{Re}}$, $\text{Re} = \frac{Bv\rho}{\mu}$ = número de Reynolds, B o comprimento característico, ρ é a massa específica, u, v os componentes do vetor velocidade, μ a viscosidade dinâmica, s a coordenada ao longo da linha de corrente e u_s , o vetor velocidade tangente à coordenada s .

2.1 Obtenção de variáveis a montante

Neste trabalho desenvolveu-se uma técnica de discretização do termo de advecção semelhante à técnica de Rice & Schnipke (1985) baseada no MEF, visando aqui sua adaptação ao MVF. Os termos convectivos das Eq. (2) e (3) podem ser rescritos em coordenadas de linha de corrente (s, n), Fig. 1, na forma:

$$\rho u_s \frac{\partial u}{\partial s} = \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} \quad (4)$$

$$\rho u_s \frac{\partial v}{\partial s} = \rho u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho \bar{v} \frac{\partial v}{\partial y} \quad (5)$$

onde

$$u_s = \sqrt{u^2 + v^2} \quad (6)$$

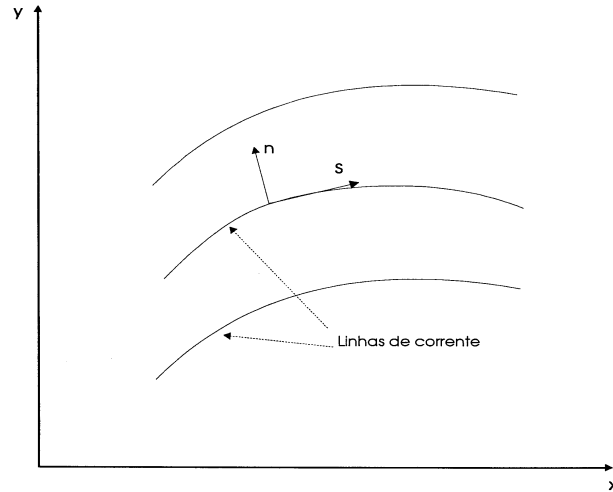


Figura 1– Coordenadas de linhas de corrente

A malha computacional mostrada na Fig. 2 define quatro volumes de controle, que possuem, em comum, o ponto nodal P. Admite-se, a priori, que o ponto P seja um ponto nodal "downwind", isto é, um ponto a jusante de uma linha de corrente no escoamento e que (x',y') são coordenadas da linha de corrente a montante do ponto nodal P. Supõe-se ser conhecido o vetor velocidade \bar{v} no ponto P. O critério de escolha do volume de controle referente ao ponto nodal P pode ser exemplificado como segue: se o vetor velocidade no ponto P estiver dirigido para o quadrante I da malha computacional (Fig. 2), a linha de corrente estará, necessariamente, no quadrante III e as coordenadas (x',y') estarão, necessariamente, nos lados s (sul) ou w (oeste) do quadrante III (ou coincidirão com os pontos nodais S ou W). Neste caso, o quadrante III torna-se o volume de controle para a integração das equações 2 e 3. Raciocínio análogo pode ser aplicado no caso das outras direções possíveis de \bar{v} .

A localização do ponto (x',y') a montante da linha de corrente pode ser avaliada a partir de fatores de interpolação F_p e F_n , como feito por Rice & Schnipke (1985). Os valores de F_p e F_n são definidos pelas expressões abaixo, em função das vazões mássicas nas fronteiras do volume de controle (Fig.3):

$$F_p = \max\left\{\min\left(\frac{F_4}{F_3}, 1\right), 0\right\} \quad (7)$$

$$F_n = \max\left\{\min\left(\frac{F_2}{F_1}, 1\right), 0\right\} \quad (8)$$

As vazões mássicas podem ser avaliadas pelas expressões (Fig. 3):

$$\text{Lado 1: } F_1 = \int_{y_{SW}}^{y_S} \rho u dy - \int_{x_{SW}}^{x_S} \rho v dx \quad (9)$$

$$\text{Lado 2: } F_2 = \int_{y_S}^{y_P} \rho u dy - \int_{x_S}^{x_P} \rho u dy \quad (10)$$

$$\text{Lado 3: } F_3 = \int_{y_P}^{y_W} \rho u dy - \int_{x_P}^{x_W} \rho u dy \quad (11)$$

$$\text{Lado 4: } F_4 = \int_{y_W}^{y_{SW}} \rho u dy - \int_{x_W}^{x_{SW}} \rho u dy \quad (12)$$

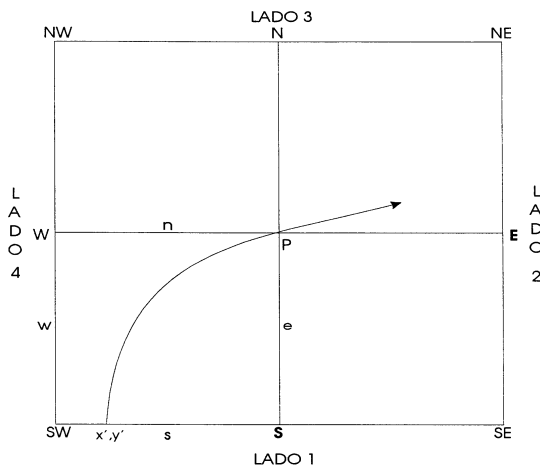


Figura 2 – Esquema para visualização do ponto à montante de um ponto nodal P.

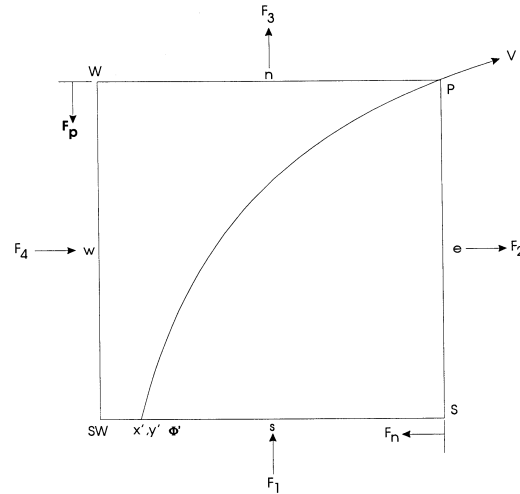


Figura 3 -Vazões mássicas e fatores de interpolações relativas a um volume de controle no terceiro quadrante.

Neste trabalho, supõe-se que toda variável dependente seja definida nos pontos nodais da malha computacional. Para obter o valor de qualquer variável no volume de controle e em sua superfície, faz-se então se uma interpolação linear. Para o caso de fluidos incompressíveis, a integração das expressões acima leva a:

$$F_1 = \frac{1}{2} \rho (v_{SW} + v_S) (x_S - x_{SW}) \quad (13)$$

$$F_2 = \frac{1}{2} \rho (u_S + u_P) (y_P - y_S) \quad (14)$$

$$F_3 = \frac{1}{2} \rho (v_P + v_W) (x_W - x_P) \quad (15)$$

$$F_4 = \frac{1}{2} (u_{SW} + u_W) (y_{SW} - y_W) \quad (16)$$

A Fig. 3 mostra como F_p e F_n são orientados no volume de controle em relação ao nó "downwind" P. Os fatores de interpolação variam de zero a um. Se o ponto a montante estiver no lado 1, o valor F_n será um número entre zero e um e F_p será igual a um. Se o ponto a montante estiver no lado 4, F_n será igual a um e F_p terá valor entre zero e um. Se o ponto a montante coincidir com o ponto nodal SW, então, F_p e F_n serão ambos iguais a um. Após

calcular os fatores de interpolação, podem-se determinar as coordenadas (x',y') do ponto "upstream" e o valor da propriedade ϕ' neste ponto. Se o ponto nodal P for um ponto "downwind" para a linha de corrente que passa pelo terceiro quadrante, então, supõe-se, neste trabalho, que:

$$x' = (1 - F_p)x_w + (1 - F_n)x_s + F_p F_n x_{sw} \quad (17)$$

$$y' = (1 - F_p)y_w + (1 - F_n)y_s + F_p F_n y_{sw} \quad (18)$$

$$\phi' = (1 - F_p)\phi_w + (1 - F_n)\phi_s + F_p F_n \phi_{sw} \quad (19)$$

Expressões similares podem ser obtidas para outros nós situados em quadrantes diferentes.

3. DISCRETIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES DE NAVIER-STOKES

Para obter um esquema de discretização das Eq. (2) e (3), deve-se definir o quadrante no qual será feita a integração. Considere a malha computacional apresentada na Fig. 2. Integrando as Eq. (2) e (3), no terceiro quadrante dessa figura, tem-se:

$$\iint_{w\ s}^e\ \rho u_s \frac{\partial u}{\partial s} dx dy = \iint_{w\ s}^e\ \frac{\partial}{\partial x} (\Gamma \frac{\partial u}{\partial x}) dx dy + \iint_{w\ s}^e\ \frac{\partial}{\partial y} (\Gamma \frac{\partial u}{\partial y}) dx dy - \iint_{w\ s}^e\ \frac{\partial p}{\partial x} dx dy \quad (20)$$

$$\iint_{w\ s}^e\ \rho u_s \frac{\partial v}{\partial s} dx dy = \iint_{w\ s}^e\ \frac{\partial}{\partial x} (\Gamma \frac{\partial v}{\partial x}) dx dy + \iint_{w\ s}^e\ \frac{\partial}{\partial y} (\Gamma \frac{\partial v}{\partial y}) dx dy - \iint_{w\ s}^e\ \frac{\partial p}{\partial y} dx dy \quad (21)$$

Nas Eq. (20) e (21)

os termos advectivos podem ser aproximados por

$$\iint_{w\ s}^e\ \rho u_s \frac{\partial u}{\partial s} dx dy = u_s \frac{(u_p - u')}{\Delta s} \iint_{w\ s}^e dx dy \quad (22)$$

$$\iint_{w\ s}^e\ \rho u_s \frac{\partial v}{\partial s} dx dy = u_s \frac{(v_p - v')}{\Delta s} \iint_{w\ s}^e dx dy \quad (23)$$

onde $\Delta s = \sqrt{(x_p - x')^2 + (y_p - y')^2}$ e $u_s = \sqrt{u_p^2 + v_p^2}$, sendo $x'-y'$ e $v'-u'$ as coordenadas e velocidades no terceiro quadrante; respectivamente, a montante da linha de corrente.

Integrando as Eq. (20) e (21)

com os termos convectivos aproximados pelas Eq. (20) e (23)

tem-se,

$$A(u_p - u') = \Delta y (\Gamma_e \frac{\partial u}{\partial x_e} - \Gamma_w \frac{\partial u}{\partial x_w}) + \Delta x (\Gamma_n \frac{\partial u}{\partial y_n} - \Gamma_a \frac{\partial u}{\partial y_s}) - \Delta y (p_e - p_a) \quad (24)$$

$$A(v_p - v') = \Delta y (\Gamma_e \frac{\partial v}{\partial x_e} - \Gamma_w \frac{\partial v}{\partial x_w}) + \Delta x (\Gamma_n \frac{\partial v}{\partial y_n} - \Gamma_a \frac{\partial v}{\partial y_s}) - \Delta x (p_n - p_s) \quad (25)$$

onde

$$A = \rho u_a \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta s} \quad (26)$$

Admitindo que as propriedades nas fronteiras em e , w , n e s sejam obtidas pela média aritmética dos valores das propriedades nos pontos nodais adjacentes, as Eq. (24)

e (25)

tornam-se:

$$a_p u_p = a_E u_E + a_W u_W + a_N u_N + a_S u_S + b_u - \Delta y (p_e - p_w) \quad (27)$$

$$a_p v_p = a_E v_E + a_W v_W + a_N v_N + a_S v_S + b_v - \Delta x (p_n - p_s) \quad (28)$$

onde

$$a_E = D_e; \quad a_W = D_w + A(1 - F_p); \quad a_N = D_n; \quad a_S = D_s + A(1 - F_n)$$

$$a_p = A + D_e + D_w + D_n + D_s \quad (29)$$

$$b_u = (A F_p F_n + D_w + D_s) u_{SW} + D_n u_{NW} + D_e u_{SE} - (D_n + D_s) u_W - (D_e + D_w) u_S$$

$$b_v = (A F_p F_n + D_w + D_s) v_{SW} + D_n v_{NW} + D_e v_{SE} - (D_n + D_s) v_W - (D_e + D_w) v_S$$

e

$$D_e = \frac{\Delta y \Gamma_e}{2(\delta x)_e} = \frac{\Delta y (\Gamma_P + \Gamma_S)}{4(\delta x)_e} \quad D_w = \frac{\Delta y \Gamma_w}{2(\delta x)_w} = \frac{\Delta y (\Gamma_W + \Gamma_{SW})}{4(\delta x)_w} \quad (30)$$

$$D_n = \frac{\Delta x \Gamma_n}{2(\delta x)_n} = \frac{\Delta y (\Gamma_P + \Gamma_W)}{4(\delta y)_n} \quad D_s = \frac{\Delta y \Gamma_s}{2(\delta x)_s} = \frac{\Delta y (\Gamma_S + \Gamma_{SW})}{4(\delta x)_s} \quad (31)$$

$$(\delta x)_e = x_E - x_P$$

$$(\delta x)_w = x_P - x_W$$

$$(\delta y)_n = y_N - y_P$$

$$(\delta y)_w = y_P - y_S$$

As Eq. (27)

e (28)

podem ser rescritas como

$$u_p = u_p - \left(\frac{\Delta y}{a_p}\right)(p_e - p_w) = \hat{u}_p - d_p^u (p_e - p_w) \quad (32)$$

$$v_p = \hat{v}_p - \left(\frac{\Delta x}{a_p}\right)(p_n - p_s) = \hat{v}_p - d_p^v (p_n - p_s) \quad (33)$$

onde

$$\hat{u}_p = (a_E u_E + a_W u_W + a_N u_N + a_S u_S + b_u) / a_p \quad (34)$$

$$\hat{v}_p = (a_E v_E + a_W v_W + a_N v_N + a_S v_S + b_v) / a_p \quad (35)$$

$$d_p^u = \frac{\Delta y}{a_p} \quad \text{e} \quad d_p^v = \frac{\Delta x}{a_p} \quad (36)$$

4. EQUAÇÃO DA PRESSÃO

Para obter uma equação para determinar o campo de pressão, integra-se a equação da continuidade, Eq. (1), no volume de controle, envolvendo o ponto nodal P da Fig. 4, fazendo,

$$\iint_{w_s}^e \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) dx dy + \iint_{w_s}^e \frac{\partial}{\partial y} (\rho v) dx dy = 0 \quad (37)$$

$$\Delta y (u_e - u_w) + \Delta x (v_n + v_s) = 0 \quad (38)$$

onde os índices e, w, n e s representam as faces leste, oeste, norte e sul do volume de controle.

Substituindo as Eq. (32)
e (33)
em (38)
, têm-se

$$\begin{aligned} \Delta y(\hat{u}_e - d_e^u(p_E - p_P) - \hat{u}_w + d_w^u(p_P - p_W)) + \\ \Delta x(\hat{v}_n - d_n^v(p_N - p_P) - \hat{v}_s + d_s^v(p_P - p_S)) = 0 \\ \hat{u}_e = (\hat{u}_E + \hat{u}_P)/2 \quad e \quad \hat{u}_w = (\hat{u}_W + \hat{u}_P)/2 \end{aligned} \quad (39)$$

$$\hat{v}_n = (\hat{v}_N + \hat{v}_P)/2 \quad e \quad \hat{v}_s = (\hat{v}_S + \hat{v}_P)/2 \quad (40)$$

Fazendo ainda

$$\begin{aligned} a_E = \Delta y d_e^u, \quad a_W = \Delta y d_w^u, \quad a_N = \Delta x d_n^v \quad e \quad a_S = \Delta x d_s^v \\ b = \Delta y(\hat{u}_w - \hat{u}_e) + \Delta x(\hat{v}_s - \hat{v}_n) \end{aligned} \quad (41)$$

A Eq. (37) torna-se

$$a_P p_P = a_E p_E + a_W p_W + a_N p_N + a_S p_S + b \quad (42)$$

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para validar o modelo proposto, foram simuladas as soluções dos dois problemas apresentados a seguir.

5.1 Jato laminar bidimensional

O efluxo de um jato em regime laminar, expandindo em um meio em repouso, foi resolvido analiticamente por Schlichting (1968), obtendo a solução:

$$\frac{u}{u_m} = 1 - \tanh^2 \xi$$

onde u_m é o valor máximo da velocidade, $\xi = 0.2752 \left(\frac{K}{\nu^2}\right)^{\frac{1}{3}} \frac{y}{x^{\frac{2}{3}}}$, K é o momento cinemático e

ν a viscosidade cinemática. Para a solução numérica deste mesmo problema foram aqui usadas as equações discretizadas anteriormente com as seguintes condições de contorno:

$$\begin{aligned} \text{em } x = 0 \quad & u = 1 \text{ na abertura do jato} \\ & u = 0 \text{ na parede} \\ \text{em } x = 1 \quad & \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \text{ e } v = 0 \\ \text{em } y = 0 \quad & \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \text{ e } v = 0 \text{ (região de simetria)} \\ \text{em } y = 1 \quad & \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \text{ e } u = 0 \end{aligned}$$

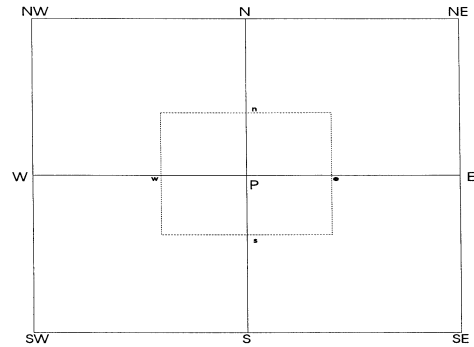


Figura 4 - Volume de controle para equação de pressão.

Os resultados, calculados com para uma malha computacional de 31x31 pontos nodais, estão plotados na Fig. 5. A figura indica uma ótima concordância entre os resultados obtidos por Schlichting (1968) e os aqui simulados, não havendo problemas de oscilações espaciais ou difusão numérica.

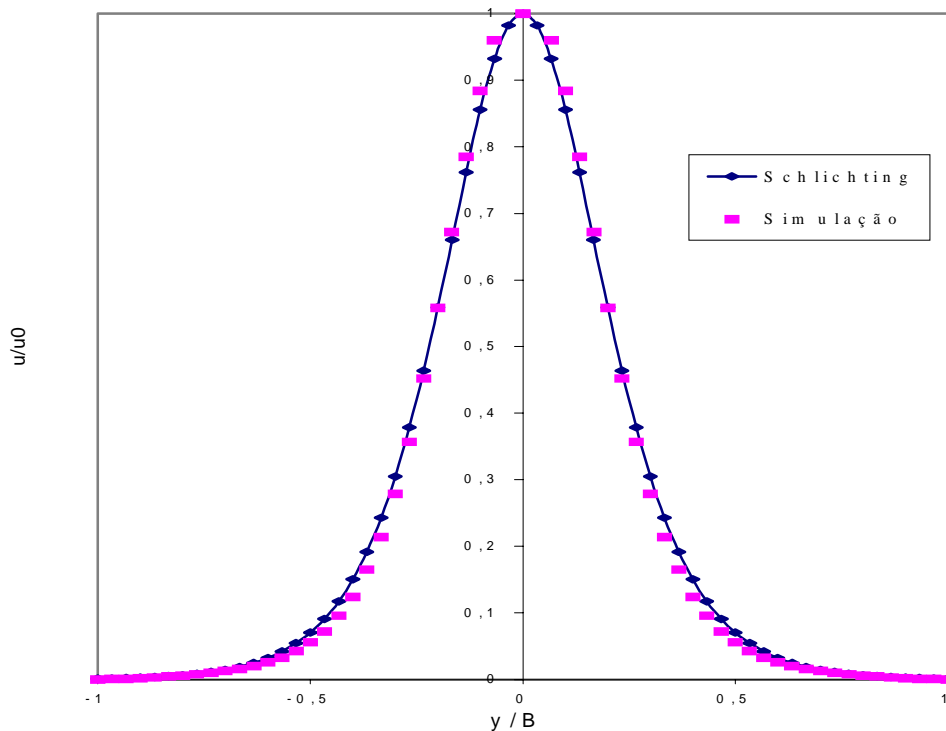


Figura 5 - Escoamento de jato laminar bidimensional, $Re = 1.000$

5.2 Escoamento em uma cavidade

Vários autores Choi *et al.* (1994), Sampaio (1991), Aksoy & Chen (1989) testaram a validade e a acurácia dos métodos para tratamento do acoplamento da pressão-velocidade resolvendo o problema de escoamento em uma cavidade. Esse problema consiste de uma caixa fechada, cheia de fluido, tendo a tampa superior uma velocidade constante u . O domínio e as condições de contorno para esse problema são mostrados na Fig. 6. Foram obtidas soluções para malhas 21x21 e 41x41, ambas para número de Reynolds igual a 100.

Na Fig. 7 são comparadas as soluções obtidas para o perfil de velocidade horizontal, ao longo da linha de centro da cavidade, para os métodos SIMPLER (usando malhas deslocadas), Patankar (1980), MWWIN (Momentum Weighted Interpolation Method, Aksoy & Chen, 1989) e o presente método. A análise da Fig. 7 mostra que o presente modelo não apresenta resultados divergentes daqueles obtidos por outras técnicas numéricas.

Na Fig. 8 são mostrados os resultados para o perfil de velocidade horizontal ao longo da linha de centro para soluções utilizando malhas 21x21 e 41x41, ambas para o mesmo número de Reynolds. Os resultados não diferem significativamente, indicando que, para este tipo de problema, a solução torna-se independente da malha a partir de 40x40 pontos nodais.

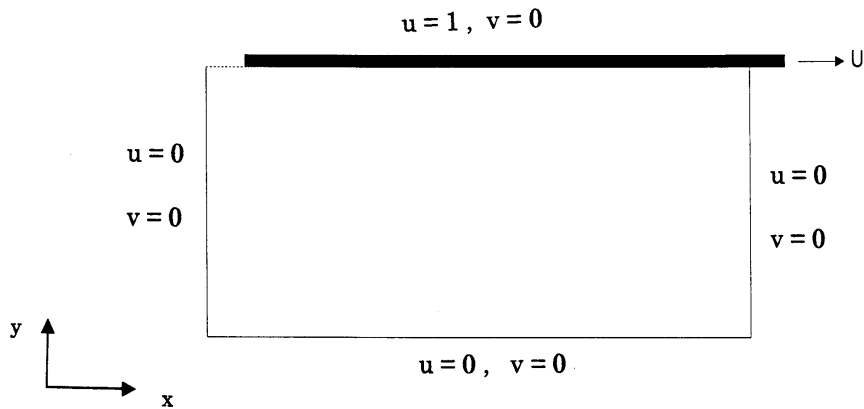


Figura 6 - Escoamento de fluido numa cavidade fechada.

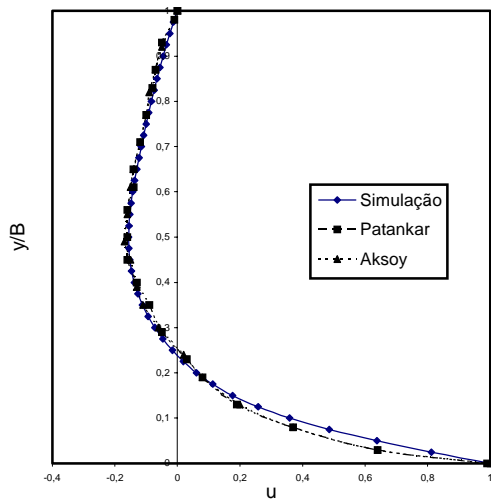


Figura 7 - Comparação de perfis de velocidade horizontal ao longo a linha de centro da cavidade para malha 41x41, $Re=100$.

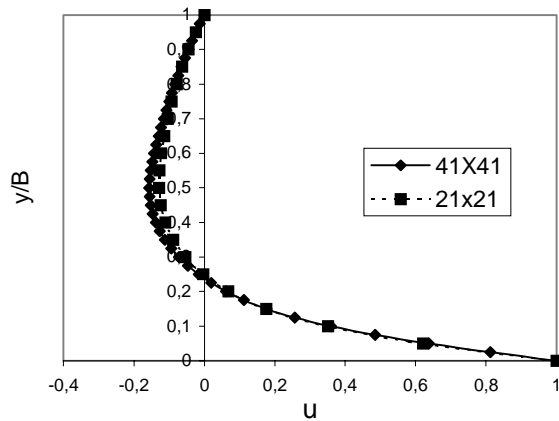


Figura 8 – Perfil de velocidade horizontal ao longo da linha de centro da cavidade para malhas de 21x21 e 41x41, $Re = 100$

6. CONCLUSÕES

O esquema diferencial a montante, na direção das linhas de corrente (“Streamline Upwind”), foi aplicado em conjunto com o método PRIME para tratamento do acoplamento pressão-velocidade. A técnica desenvolvida se mostrou estável e não apresentou dispersões numéricas apreciáveis quando submetida aos testes apresentados. O método, portanto, apresentou bom desempenho quando aplicado à solução dos escoamentos laminares aqui investigados.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aksoy, H. & Chen, C. J., 1989, Finite Analytical Numerical Solution of Navier-Stokes Equations using Non-Staggered Grids. In: International Conference on Swansea, 6.,1989, Wales, Proceedings. Swansea, Wales,1989, v. VI, part 2, p. 1633-1643.

- Amsden, A. & Harlow, F. H., 1970, The SMAC Method: A Numerical Technique for Calculating Incompressible Fluid Flows. Los Alamos, Los Alamos Scientific Laboratory, (LA-4370).
- Cebecci, T. *et al.*, 1981, Studies of numerical methods for the plane Navier-Stokes equations. Comp. Meth. in Ap. Mech. And Eng., v. 27, p. 12-44.
- Choi, H. G. & Yoo, J. Y., 1994, Streamline Upwind Scheme for the Segregated Formulation of The Navier-Stokes Equation. Numerical Heat Transfer, part B, v. 25, p. 145-161.
- Chorin, A. J., 1967, A Numerical Solution of The Navier-Stokes Equations. Math. of Computation, v. 22, p. 12-26.
- de Lemos, M.J.S., 1992, Computation of Buoyancy-Driven Flows Using a Block-Implicit Numerical Scheme, ASME-HTD-vol.194, pp. 83-89, ISBN 07918-0920-X.
- Fernandes, C.M., de Lemos, M.J.S., 1988, A NOTE ON NUMERICAL DIFFUSION IN TWO-DIMENSIONAL CONVECTION-DIFFUSION PROBLEMS, Anais do II ENCIT, pp. 325-327, ABCM, Águas de Lindóia, SP, 6-8 de Dezembro.
- Harlow, F. H. & Welch, J. E., 1974, Numerical Calculation of Time-Dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid With Free Surface. Physics, V. 8, p. 2182-2189.
- Hoffman, J. D., 1993, Numerical Methods for Engineers and Scientists., New York, McGraw-Hill, p. 245.
- Maliska, C. R., 1988, Curso de transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional. Florianópolis: UFSC.
- Patankar, S. V. & Spalding, D. B., 1970, Heat and Mass Transfer in Boundary Layers. 2nd ed., London, International text Book, Londres.
- Patankar, S. V. & Spalding, D. B., 1967, A finite-difference procedure for solving the equations of the two-dimensional boundary layer. Int. Journal Heat Mass Transfer, v. 10, p. 1389-1411.
- Patankar, S. V., 1980, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, McGraw-Hill, New York.
- Rice, J. G. & Schnipke, R. J., 1985, A monotone streamline upwind finite element method for convection-dominated flows. Comp. Meth. In Ap. Mech. and Eng.
- Sampaio, P. A. B., 1991, A Petrov-Galerkin Formulation for the Incompressible Navier-Stokes Equations Using equal Order Interpolation for Velocity and Pressure. Int. J. Num. Meth. In Eng., v. 31, p. 1135-1149.
- Schlichting, H., 1968, Boundary-Layer Theory, New York, McGraw Hill.
- Spalding, D. B., 1972, A novel finite difference formulation for differential expressions involving both first and second derivatives. Int. J. Num. Meth. In Eng., v.4, p. 551-559.

Title: APPLICATION OF A NEW STREAMLINE UPWIND NUMERICAL METHOD FOR SIMULATION OF RECIRCULATING FLOWS

Abstract: *The objective of this work is to present a new finite-volume technique for solving diffusion-convection problems. A streamline upwind technique, originally developed for finite-element analysis, was extended to the finite-volume formulation. Basically, only the numerical treatment of the convection term was modified, keeping unchanged the discretization of the other terms in the equations. The PRIME method was used to handle the pressure-velocity coupling. A comparison of the present results with other solutions in the literature indicated a good performance of the method.*

Keywords: *CFD, Finite-volume, Numerical Methods, Discretization Schemes.*