



OTIMIZAÇÃO DE CONFIGURAÇÃO DE TRELIÇAS SUJEITAS A RESTRIÇÕES DE ALINHAMENTO DE NÓS

Marco A. M. Vecci

Universidade Federal de Minas Gerais, Dept^o de Engenharia de Estruturas
Av. Contorno, 842 – 2º andar – 30110-060 – Belo Horizonte, MG, Brasil
e-mail: vecci@dedalus.lcc.ufmg.br

Valentino Lau

Universidade Federal de Minas Gerais, Dept^o de Engenharia de Estruturas
Av. Contorno, 842 – 2º andar – 30110-060 – Belo Horizonte, MG, Brasil
e-mail: lau@dees.ufmg.br

Resumo. *Na otimização de configuração de treliças, onde as áreas das seções transversais das barras e as coordenadas dos nós são as variáveis de projeto, os projetos finais obtidos para as estruturas apresentam, em geral, formatos irregulares. Isto dificulta a construção e a execução destes projetos, além de aumentar os custos de fabricação. Para atenuar este problema, restrições de alinhamento de nós podem ser utilizadas com a finalidade de impor condições que atendam a requisitos construtivos e topológicos. Um procedimento para a inclusão das restrições de alinhamento de nós é proposto neste trabalho. Para isso, variáveis paramétricas são introduzidas com o objetivo de descrever e impor os vínculos entre as coordenadas dos nós. Este procedimento evita o uso de restrições de igualdade, as quais induzem, normalmente, a dificuldades numéricas para os algoritmos de otimização. Alguns exemplos de aplicação são apresentados.*

Palavras-chave: *Otimização, Estruturas, Configuração, Geometria, Treliça*

1. INTRODUÇÃO

O problema de otimização de configuração de treliças vem sendo pesquisado há várias décadas. Diversas abordagens, envolvendo diferentes tipos de restrições, tais como tensões normais, flambagem de Euler, deslocamentos, frequências naturais, etc., são encontradas na literatura (Topping, 1983). Além destas restrições, outras restrições, de uso mais específico, podem ser impostas às estruturas treliçadas. Uma delas é a restrição de alinhamento de nós, que permite que barras adjacentes mantenham-se alinhadas, para facilitar o processo de fabricação da estrutura.

Na revisão bibliográfica realizada, não foi identificado nenhum trabalho que incluísse restrições de alinhamento de nós em otimização de configuração de treliças. Isto se deve,

talvez, ao fato de que a maioria dos trabalhos realizados nesta área sejam voltados para aplicações na indústria aeroespacial, onde o peso estrutural representa um fator mais crítico do que o custo de fabricação.

Neste trabalho, é apresentado um procedimento para a implementação de restrições de alinhamento de nós. Utilizam-se vínculos não lineares nas variáveis de projeto para impor estas restrições.

Na próxima seção, apresenta-se a formulação do problema de otimização de configuração de treliças. Nas seções seguintes, a estratégia de vinculação é descrita, e alguns exemplos são apresentados. Finalmente, ressaltam-se alguns comentários e conclusões a respeito do método proposto.

2. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

O problema de otimização de configuração de treliças pode ser expresso na forma da programação matemática:

$$\text{Minimizar} \quad W(x) = \sum_{i=1}^{NE} \rho_i A_i L_i \quad (1)$$

$$\text{Sujeito a :} \quad \bar{\sigma}_j^c \leq \sigma_{jk} \leq \bar{\sigma}_j^t \quad j = 1, \dots, NE, \quad k = 1, \dots, NLC \quad (2)$$

$$\bar{\sigma}_j^b \leq \sigma_{jk} \quad j = 1, \dots, NE, \quad k = 1, \dots, NLC \quad (3)$$

$$u_j^l \leq u_{jk} \leq u_j^u \quad j = 1, \dots, NDC, \quad k = 1, \dots, NLC \quad (4)$$

$$x_i^l \leq x_i \leq x_i^u \quad i = 1, \dots, NDV \quad (5)$$

onde NE é o número de elementos de barra; NLC é número de carregamentos; NDC é o número de deslocamentos com limitantes impostos; NDV é o número de variáveis de projeto; W é o peso total da estrutura; ρ_i , A_i e L_i são, respectivamente, o peso específico, a área da seção transversal e o comprimento do i -ésimo elemento; σ_{jk} é a tensão normal atuante no j -ésimo elemento devido ao k -ésimo carregamento; $\bar{\sigma}_j^c$, $\bar{\sigma}_j^t$ e $\bar{\sigma}_j^b$ são, respectivamente, as tensões admissíveis de compressão, de tração e de flambagem de Euler do j -ésimo elemento; u_{jk} é o deslocamento do j -ésimo grau de liberdade devido ao k -ésimo carregamento; u_j^l e u_j^u são os limitantes inferior e superior do j -ésimo deslocamento; e x_i^l e x_i^u são os limitantes inferior e superior da variável x_i .

As áreas das seções transversais dos elementos de barra e as coordenadas dos nós são as variáveis de projeto. Restrições de comportamento são impostas nas componentes normais de tensão das barras, e nos deslocamentos dos nós da estrutura. Também são consideradas restrições de flambagem de Euler, calculadas por: $\bar{\sigma}_j^b = -k_j E_j A_j / L_j^2$, onde k_j é uma constante que depende da forma da seção, e E_j é o módulo de elasticidade do material.

3. RESTRIÇÕES DE ALINHAMENTO DE NÓS

A restrição de alinhamento de nós é utilizada sempre que se deseja manter alinhado um nó pertencente a uma reta pré-definida. Para satisfazer esta restrição, as coordenadas do nó devem satisfazer à equação da reta de alinhamento. Esta reta, normalmente definida por outros dois nós, pode, em geral, deslocar-se e/ou ter a sua orientação alterada. Portanto, as relações das coordenadas são normalmente não-lineares.

Há diversas formas de impor uma restrição de alinhamento de nós. Uma delas é através de restrições de igualdade. No entanto, as restrições de igualdade não-lineares são, em geral, difíceis de serem satisfeitas. Uma alternativa, para este problema específico, é o uso de vínculos nas variáveis de coordenada.

Os vínculos são relações explícitas estabelecidas entre as variáveis de projeto. Eles foram propostos por Schmit & Farshi (1974) para reduzir o espaço de projeto e tornar a otimização mais eficiente. Um dos vínculos mais utilizados, o vínculo linear, permite estabelecer grupos de variáveis com o mesmo valor e impor relações simples de simetria. Vínculos não-lineares também podem ser utilizados. Imai (1978) sugere a possibilidade de se utilizar vínculos quadráticos entre as variáveis de projeto.

Para determinar a relação das restrições de alinhamento, são utilizados três pontos colineares, P_i , P_j e P_k , como mostra a Fig.1. As relações entre estes pontos podem ser expressas vetorialmente por:

$$P_k = P_i + \alpha_k (P_j - P_i) \quad (6)$$

onde P_i e P_j são os pontos que definem a reta r ; P_k é o ponto alinhado à reta r ; e α_k é um escalar que determina a posição relativa de P_k em r . Observa-se que P_k pode estar situado fora do segmento $\overline{P_i P_j}$, neste caso, α_k assume valores menores do que zero, à esquerda de P_i , ou maiores do que um, à direita de P_j .

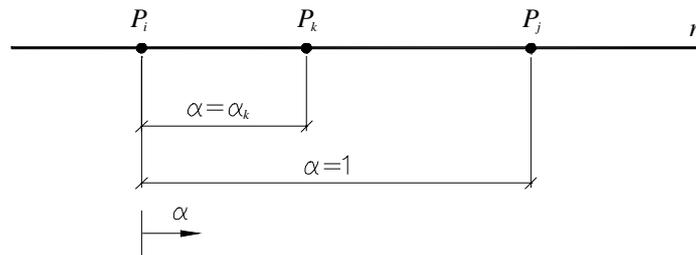


Figura 1 – Restrição de alinhamento de nós

Define-se os seguintes vetores de variáveis:

- y – variável de coordenada dependente
- x_D – variável de coordenada direta independente
- x_P – variável de coordenada paramétrica independente

No caso geral, em que todas as coordenadas dos pontos são variáveis, as coordenadas do ponto alinhado P_k são variáveis dependentes. Assume-se que os pontos P_i e P_j possam ser descritos por variáveis de coordenada diretas independentes, x_{Di} e x_{Dj} , e que o escalar α_k seja representado por uma variável de coordenada paramétrica independente, x_{Pk} . Nestas condições, as coordenadas do ponto P_k podem ser expressas como:

$$y_k^S = x_{Di}^S + x_{Pk} (x_{Dj}^S - x_{Di}^S) \quad (7)$$

onde, s é o índice que indica a direção da componente de coordenada.

Visando sistematizar o procedimento de vinculação e facilitar sua implementação computacional, considera-se que todas as variáveis dependentes sejam agrupadas no vetor y , que todas as variáveis de coordenada diretas sejam dispostas no vetor x_D , e que todas as

variáveis de coordenada paramétricas sejam colocadas no vetor \mathbf{x}_p . As componentes destes vetores podem ser então relacionadas pela expressão:

$$y_i = y_{i0} + \sum_{j=1}^{NID} A_{ij} (x_D)_j + \sum_{k=1}^{NIP} B_{ik} (x_p)_k + \sum_{j=1}^{NID} \sum_{k=1}^{NIP} C_{ijk} (x_D)_j (x_p)_k \quad \forall i = 1, \dots, ND \quad (8)$$

onde ND é o número de variáveis dependentes; NID e NIP são o número de variáveis diretas e paramétricas independentes, respectivamente; A_{ij} , B_{ik} e C_{ijk} são coeficientes constantes.

Escolhendo-se adequadamente estes coeficientes, é possível representar qualquer restrição de alinhamento de nós, na forma da Eq. 7, utilizando-se a expressão da Eq. 8.

4. IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA

A otimização é realizada acoplando-se um código de análise com um programa de otimização. O código de análise fornece, além das respostas estruturais, os gradientes para as variáveis de projeto (análise de sensibilidade). Como o custo computacional das análises é geralmente elevado, estas são substituídas por aproximações de função explícitas durante a otimização.

O procedimento de otimização utilizando aproximações, é descrito, em linhas gerais, a seguir. Primeiro faz-se uma análise estrutural do projeto inicial e calculam-se todas as restrições do problema real. Em seguida, selecionam-se as restrições ativas e potencialmente ativas, para as quais é feita uma análise de sensibilidade. Com as informações obtidas anteriormente, constrói-se um problema aproximado explícito para a otimização. Nesta etapa, são utilizados limites móveis para assegurar a precisão das aproximações. Após a otimização completa do problema aproximado, um novo projeto inicial é obtido. Este projeto é re-analisado e, enquanto não for encontrada uma solução aceitável, todo o processo é repetido.

Neste trabalho, são utilizadas expansões lineares da série de Taylor para os esforços (Hansen & Vanderplaats, 1990) na construção das aproximações para as tensões normais atuantes nos elementos de barras. Os deslocamentos são linearmente aproximados nas variáveis de coordenada e nos recíprocos das variáveis de área.

A análise de sensibilidade é calculada utilizando-se expressões analíticas. As respostas estruturais são diferenciadas em relação às variáveis de coordenada dependentes \mathbf{y} , e as suas derivadas em relação às variáveis de coordenada independentes \mathbf{x}_D e \mathbf{x}_P , são obtidas por:

$$\frac{d\mathbf{R}}{d(x_D)_s} = \sum_{i=1}^{ND} \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial y_i} \cdot \frac{\partial y_i}{\partial (x_D)_s} = \sum_{i=1}^{ND} \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial y_i} \cdot [A_{is} + \sum_{k=1}^{NIP} C_{isk} (x_p)_k] \quad (9)$$

$$\frac{d\mathbf{R}}{d(x_p)_s} = \sum_{i=1}^{ND} \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial y_i} \cdot \frac{\partial y_i}{\partial (x_p)_s} = \sum_{i=1}^{ND} \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial y_i} \cdot [B_{is} + \sum_{j=1}^{NID} C_{ijs} (x_D)_j] \quad (10)$$

onde \mathbf{R} representa um vetor de respostas estruturais, como por exemplo, deslocamentos e esforços.

Neste trabalho, o algoritmo de otimização utilizado é o método das direções viáveis modificado, que está implementado no programa DOT (1995).

5. EXEMPLOS

Nesta seção, apresentam-se três exemplos onde são utilizadas as restrições de alinhamento de nós. Estes exemplos utilizam a treliça plana com 18 barras, submetida a um único carregamento, mostrada na Fig. 2. O carregamento e os dados da estrutura são apresentados na Tabela 1. As áreas dos elementos estão vinculados da seguinte forma: $A_1 = A_4 = A_8 = A_{12} = A_{16}$; $A_2 = A_6 = A_{10} = A_{14} = A_{18}$; $A_3 = A_7 = A_{11} = A_{15}$; $A_5 = A_9 = A_{13} = A_{17}$. As variáveis de coordenada são: $X_3, Y_3, X_5, Y_5, X_7, Y_7, X_9, Y_9$. São consideradas restrições de alinhamento nos nós 5, 7 e 9, que passam a pertencer à reta que interliga os nós 3 e 11. As variáveis paramétricas destes nós são, respectivamente, S_5, S_7 e S_9 . Há um total de 9 variáveis de projeto independentes: 4 variáveis de área, 2 variáveis de coordenada diretas e 3 variáveis de coordenada paramétricas. As relações entre as variáveis de coordenada são expressas por:

$$\text{Nó } j \begin{cases} X_j = X_{11} + S_j (X_3 - X_{11}) \\ Y_j = Y_{11} + S_j (Y_3 - Y_{11}) \end{cases} \quad j = 5, 7 \text{ e } 9 \quad (11)$$

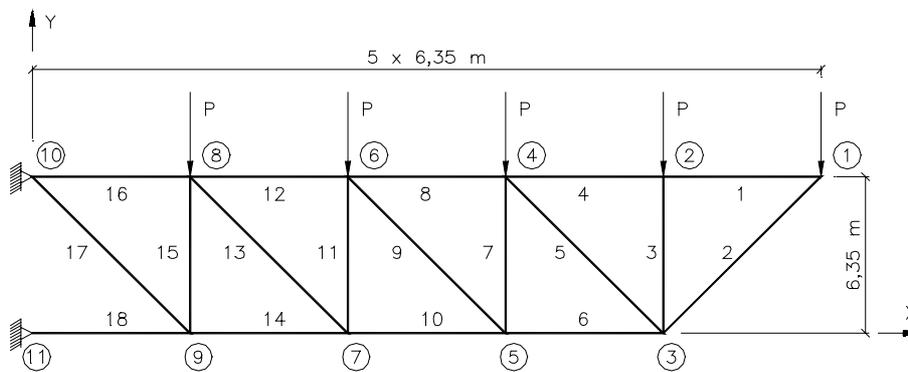


Figura 2 – Treliça plana com 18 barras

Tabela 1 – Dados da treliça com 18 barras

Nó	Carregamento 1	
	Fx (KN)	Fy (KN)
1	0,0	-8,9
2	0,0	-8,9
4	0,0	-8,9
6	0,0	-8,9
8	0,0	-8,9
Módulo de Elasticidade	69,0 GPa	
Peso Específico	2.768 Kg/m ³	
Área Mínima	0,645 10 ⁻⁴ m ²	

São considerados três casos envolvendo as seguintes restrições:

Caso 1 – Restrições de tensão ($\bar{\sigma} = \pm 138$ MPa);

Caso 2 – Restrições de tensão ($\bar{\sigma} = \pm 138$ MPa) e flambagem de Euler ($k = 4$);

Caso 3 – Restrições de tensão ($\bar{\sigma} = \pm 138$ MPa), flambagem de Euler ($k = 4$) e deslocamento (deslocamento vertical do nó 1, $v_1 \geq -0,203$ m).

Os resultados obtidos são apresentados nas tabelas 2, 3 e 4. São fornecidos também, para fins de comparação, os resultados dos mesmos problemas, sem as restrições de alinhamento de nós. Para facilitar a interpretação e a comparação destes resultados, os valores das coordenadas dependentes X_5 , Y_5 , X_7 , Y_7 , X_9 e Y_9 são apresentados nessas tabelas. As variáveis de coordenada paramétricas independentes, utilizadas na Eq.11 para a avaliação das variáveis de coordenada dependentes, são fornecidas nas tabelas 5, 6 e 7. As configurações finais estão mostradas, em linhas cheias, na Fig.3. Também estão indicadas nesta figura, em linhas tracejadas, as configurações dos projetos finais obtidos sem as restrições de alinhamento de nós.

Em cada caso são utilizados dois projetos iniciais. O primeiro projeto inicial corresponde a configuração original da estrutura, mostrada na Fig.2. O segundo projeto inicial é obtido da configuração ótima do problema sem restrições de alinhamento, projetando-se verticalmente os nós 5, 7 e 9 na reta que liga os nós 3 e 11.

Comparando-se os resultados obtidos, verifica-se que a inclusão das restrições de alinhamento produziu um aumento no peso de 1%, 2,5% e 1,2%, para os casos 1, 2 e 3, respectivamente. A pequena variação dos pesos estruturais se deve principalmente ao fato das configurações finais dos problemas com e sem restrições de alinhamento estarem bastante próximas. Além disso, para estes casos, as regiões dos espaços de projetos próximas às configurações ótimas são achatadas, permitindo, assim, obter projetos diferentes com pesos bem aproximados.

Tabela 2 – Resultados – Treliça plana com 18 barras
Restrições de tensão

Variável	Sem Restrição de Alinhamento de Nós			Com Restrição de Alinhamento de Nós			
	Inicial	Final	Ref.[1]	Inicial	Final	Inicial	Final
1 A_1	64,52	71,03	69,10	64,52	78,06	71,03	80,13
2 A_2	96,77	98,19	98,00	96,77	99,35	98,19	99,35
3 A_3	32,26	11,32	12,52	32,26	13,95	11,32	13,17
4 A_5	45,61	30,01	33,48	45,61	21,04	30,01	19,28
5 X_3	25,400	23,487	22,388	25,400	23,934	23,487	24,130
6 Y_3	0,000	5,019	4,542	0,000	5,585	5,019	5,636
7 X_5	19,050	15,956	15,974	19,050	15,873	15,956	15,935
8 Y_5	0,000	3,399	3,172	0,000	3,704	3,410	3,722
9 X_7	12,700	10,594	9,919	12,700	10,249	10,594	10,091
10 Y_7	0,000	2,125	1,697	0,000	2,392	2,264	2,357
11 X_9	6,350	8,230	7,955	6,350	8,461	8,230	7,835
12 Y_9	0,000	1,437	1,143	0,000	1,974	1,759	1,830
Peso (Kg)	2168,2	1761,1	1772,1	2168,3	1777,8	1757,1	1778,3
Violação Máxima	0,02%	0,07%	-	0,02%	0,48%	40,93%	0,74%
Número de Análises		10	8		9		6

[1] Hansen & Vanderplaats (1990); áreas em (10^4 m²) e coordenadas em (m).

Tabela 3 – Resultados – Treliça plana com 18 barras
Restrições de tensão e flambagem de Euler

Variável	Sem Restrição de Alinhamento de Nós			Com Restrição de Alinhamento de Nós				
	Inicial	Final	Ref.[2]	Inicial	Final	Inicial	Final	
1	A ₁	64,52	80,26	80,65	64,52	84,97	80,26	84,84
2	A ₂	139,68	114,97	114,32	139,68	110,90	114,97	109,74
3	A ₃	80,65	33,99	34,90	80,65	51,03	33,99	51,95
4	A ₅	45,61	24,41	23,94	45,61	17,57	24,41	17,90
5	X ₃	25,400	23,160	23,110	25,400	23,216	23,160	23,129
6	Y ₃	0,000	4,717	4,682	0,000	4,623	4,717	4,526
7	X ₅	19,050	16,355	16,289	19,050	16,267	16,355	16,158
8	Y ₅	0,000	3,747	3,704	0,000	3,239	3,331	3,162
9	X ₇	12,700	10,521	10,461	12,700	10,261	10,521	10,177
10	Y ₇	0,000	2,493	2,465	0,000	2,043	2,143	1,992
11	X ₉	6,350	5,141	5,108	6,350	4,896	5,141	4,850
12	Y ₉	0,000	0,760	0,771	0,000	0,975	1,047	0,949
Peso (Kg)		2916,7	2043,9	2043,9	2916,7	2095,8	2047,4	2095,7
Violação Máxima		0,02%	0,04%	-	0,02%	0,30%	106,8%	0,57%
Número de Análises			9	7		10		7

[2] Salajegheh & Vanderplaats (1993); áreas em (10^{-4} m^2) e coordenadas em (m).

Tabela 4 – Resultados – Treliça plana com 18 barras
Restrições de tensão, flambagem de Euler e deslocamento

Variável	Sem Restrição de Alinhamento de Nós			Com Restrição de Alinhamento de Nós				
	Inicial	Final	Ref.[3]	Inicial	Final	Inicial	Final	
1	A ₁	91,68	106,45	105,71	91,68	115,74	106,45	118,97
2	A ₂	139,68	125,74	129,23	139,68	127,23	125,74	126,45
3	A ₃	80,65	71,55	73,42	80,65	72,00	71,55	72,00
4	A ₅	66,45	50,99	49,03	66,45	43,19	50,99	39,18
5	X ₃	25,400	23,896	24,450	25,400	23,259	23,896	23,416
6	Y ₃	0,000	2,555	2,790	0,000	1,830	2,555	1,861
7	X ₅	19,050	17,036	17,890	19,050	16,065	17,036	16,103
8	Y ₅	0,000	1,221	1,400	0,000	1,264	1,822	1,280
9	X ₇	12,700	10,366	11,500	12,700	9,745	10,366	9,746
10	Y ₇	0,000	0,629	0,640	0,000	0,767	1,108	0,774
11	X ₉	6,350	5,164	5,210	6,350	4,912	5,164	4,868
12	Y ₉	0,000	-0,035	-0,023	0,000	0,386	0,552	0,387
Peso (Kg)		3362,6	2915,3	2935,0	3362,6	2960,0	2863,4	2950,3
Violação Máxima		0,01%	0,21%	-	0,01%	0,05%	7,19%	0,52%
Número de Análises			12			17		12

[3] Felix & Vanderplaats (1987); áreas em (10^{-4} m^2) e coordenadas em (m).

Tabela 5 – Variáveis paramétricas – Treliça plana com 18 barras
Restrições de tensão

Variável Paramétrica	Inicial	Final	Inicial	Final
S ₅	0,7500	0,6632	0,6794	0,6604
S ₇	0,5000	0,4282	0,4511	0,4182
S ₉	0,2500	0,3535	0,3504	0,3247

Tabela 6 – Variáveis paramétricas – Treliça plana com 18 barras
Restrições de tensão e flambagem de Euler

Variável Paramétrica	Inicial	Final	Inicial	Final
S ₅	0,7500	0,7007	0,7062	0,6986
S ₇	0,5000	0,4420	0,4543	0,4400
S ₉	0,2500	0,2109	0,2220	0,2097

Tabela 7 – Variáveis paramétricas – Treliça plana com 18 barras
Restrições de tensão, flambagem de Euler e deslocamento

Variável Paramétrica	Inicial	Final	Inicial	Final
S ₅	0,7500	0,6907	0,7129	0,6877
S ₇	0,5000	0,4190	0,4338	0,4162
S ₉	0,2500	0,2112	0,2161	0,2079

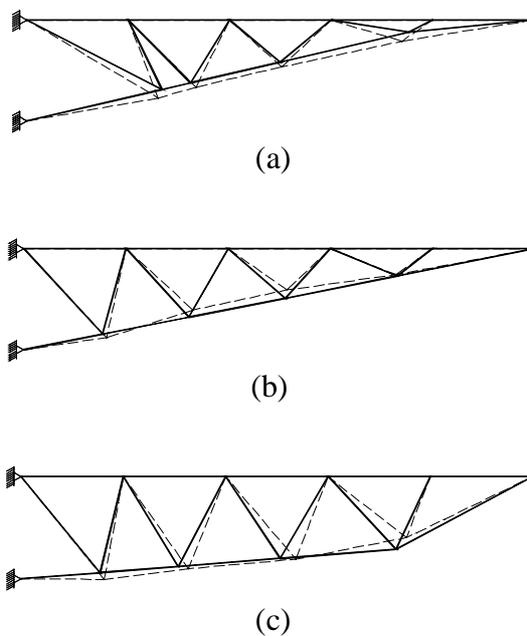


Figura 3 – Configurações finais – Treliça plana com 18 barras.
(a) restrições de tensão, (b) restrições de tensão e flambagem de Euler,
(c) restrições de tensão, flambagem de Euler e deslocamento

6. COMENTÁRIOS

Todos os projetos gerados através dos vínculos não lineares satisfazem as restrições de alinhamento de nós. O projeto inicial proposto também deve satisfazer a estas restrições. Isto não representa um problema, visto que a escolha de uma configuração inicial com nós alinhados pode ser facilmente visualizado.

A escolha dos nós que devem estar alinhados depende de requisitos de projeto específicos a cada problema. Na falta de indicativos mais precisos, é aconselhável otimizar primeiro a estrutura sem as restrições de alinhamento de nós e, em seguida, conforme os resultados obtidos, procurar uma configuração com nós alinhados que não aumente excessivamente o peso da estrutura.

A inclusão de restrições de alinhamento de nós pode não alterar de forma significativa o peso da estrutura final que foi obtida sem a imposição de restrições de alinhamento de nós. Isto se deve ao fato das regiões do espaço de projeto, na vizinhança dos projetos ótimos, serem achatadas, permitindo assim adaptações do projeto sem uma maior penalização da função objetivo. Por outro lado, as configurações finais obtidas são bem mais regulares, o que torna a fabricação mais fácil e econômica.

Do ponto de vista computacional, a aplicação de restrições de alinhamento de nós na forma de vínculos é normalmente mais eficiente, devido à redução do número de variáveis de projeto. Além disso, este procedimento evita o uso de restrições de igualdade não-lineares, que podem trazer problemas de mal condicionamento numérico ao processo de otimização.

7. CONCLUSÕES

Um procedimento para a imposição de restrições de alinhamento de nós, através da aplicação de vínculos não lineares, foi apresentado neste trabalho. Nos exemplos testados, os resultados obtidos mostraram-se consistentes, demonstrando a viabilidade do procedimento proposto. A aplicação de vínculos possibilita a redução do número de variáveis, tornando a otimização mais eficiente. Além disso, as restrições de alinhamento de nós são exatamente satisfeitas, o que não ocorre normalmente com o uso de restrições de igualdade. Finalmente, os projetos finais obtidos são mais regulares, o que pode ser mais interessante do ponto de vista prático.

Agradecimentos

À CAPES pelo apoio financeiro proporcionado, ao Departamento de Engenharia de Estruturas da UFMG pela infra-estrutura e pelos programas disponibilizados.

REFERÊNCIAS

- DOT Users Manual, 1995, Version 4.20, Vanderplaats R&D, Colorado Springs, CO.
- Felix, J. & Vanderplaats, G. N., 1987, Configuration optimization of trusses subject to strength, displacement and frequency constraints, *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, vol. 109, n. 6, pp. 233-241.
- Hansen, S. R. & Vanderplaats, G. N., 1990, An approximation method for configuration optimization of trusses, *AIAA Journal*, vol. 28, n. 1, pp. 161-168.
- Imai, K., 1978, Configuration optimization of trusses by the multiplier method, Ph.D. thesis, University of California, Los Angeles.

- Lau, V., 1999, Otimização de configuração de treliças utilizando conceitos de aproximação, dissertação de mestrado, Departamento de Engenharia de Estruturas, UFMG, Belo Horizonte, MG, Brasil.
- Salajegheh, E. & Vanderplaats, G. N., 1993, Optimum design of trusses with discrete sizing and shape variables, *Structural Optimization*, vol. 6, n. 2, pp. 79-85.
- Schmit, L. A. & Farshi, B., 1974, Some approximation concepts for structural synthesis, *AIAA Journal*, vol. 12, n. 5, pp. 692-699.
- Topping, B. H. V., 1983, Shape optimization of skeletal structures: a review, *Journal of the Structural Engineering*, vol. 109, n. 8, pp. 1933-1951.

CONFIGURATION OPTIMIZATION OF TRUSSES SUBJECTED TO ALIGNED NODAL CONSTRAINTS

***Abstract.** The configuration optimization of trusses, considering cross section member areas and nodal coordinates as design variables, usually yields irregular structures which may leads to manufacturing difficulties. To overcome this problem, additional constraints on the node coordinates can be adopted to impose alignment conditions on truss members to satisfy constructive and topological requirements. A procedure to include these constraints is developed in the present study. To this purpose, parametric variables are introduced to build up nonlinear links on the nodal variables. This approach avoids the use of equality constraints, which could cause ill-conditioning problems. Some application tests are presented.*

***Key words:** Optimization, Structural, Configuration, Geometry, Truss*