

## CONVECÇÃO NATURAL EM UM SISTEMA COMPOSTO POR DOIS FLUIDOS IMISCÍVEIS SUPERPOSTOS

**Dênio Lemos Panissi**

**Genésio José Menon**

Escola Federal de Engenharia de Itajubá, Departamento de Engenharia Mecânica  
Av. BPS, 1303 - CEP 37500-000 - Itajubá - MG - BRASIL

**Resumo.** *O trabalho consiste no estudo numérico da convecção natural causada pelas forças de empuxo e termocapilares em uma cavidade contendo dois fluidos imiscíveis superpostos. O estudo é baseado nas equações bidimensionais de conservação da quantidade de movimento, energia e massa. É considerado o escoamento em regime laminar e as propriedades dos fluidos constantes, exceto a tensão termocapilar na superfície dos fluidos e a densidade nos termos de empuxo. As equações são escritas em termos de variáveis adimensionais, utilizando a formulação função corrente-vorticidade. O problema é resolvido através do método de elementos finitos e os resultados são apresentados para um conjunto de números adimensionais (Prandtl, Rayleigh e Marangoni), onde são mostrados o perfil de velocidade horizontal no centro da cavidade, as distribuições de linhas de corrente e as isoterms. Alguns resultados foram comparados com um trabalho experimental disponível na literatura e se acharam em boa concordância.*

**Palavras-chave:** *Convecção Natural, Empuxo, Termocapilaridade, Elementos Finitos*

### 1. INTRODUÇÃO

O estudo da convecção natural em cavidades contendo fluidos imiscíveis superpostos tem aplicação em muitos processos naturais e industriais.

Como exemplo em processo natural, temos os tanques de armazenamento de combustíveis. Quando esses estão parcialmente cheios, encontramos uma região com líquido e outra com gás. O conhecimento da forma e da magnitude da transferência de calor permite prever o comportamento desses tanques em situações de acidentes, envolvendo incêndio e possibilitando o desenvolvimento de meios de proteção.

No processo industrial de fabricação de semicondutores, na fase líquida, o escoamento que ocorre, devido a convecção natural, pode causar estruturas cristalográficas não-homogêneas nos materiais solidificados, gerando propriedades eletrônicas indesejáveis. A fim de amenizar este problema, tem sido usada a técnica de crescimento de cristal encapsulado em líquido, que consiste em se cobrir o material líquido a ser solidificado com um outro líquido inerte. Esta técnica reduz a velocidade do escoamento e também diminui a taxa de evaporação

dos componentes voláteis, resultando em um significativo aumento da qualidade final dos produtos.

O processo de convecção natural que ocorre em uma cavidade, contendo fluidos imiscíveis superpostos, pode ser analisado como resultante de duas formas básicas de convecção, sendo elas: a convecção causada por forças de empuxo e a convecção de origem termocapilar.

A convecção por empuxo, ou também conhecida como convecção de Boussinesq, ocorre quando um fluido fica sujeito a um gradiente horizontal de temperatura, na presença de um campo gravitacional. Este gradiente provoca uma variação na densidade, induzindo o aparecimento de forças de empuxo, e dando-se o início do processo de transferência convectiva do calor, a partir do instante em que estas forças superam as forças de resistência viscosa do fluido. A intensidade da convecção por empuxo é caracterizada pelo número de Rayleigh ( $Ra$ ).

O gradiente horizontal de temperatura, também, tem os outros efeitos. Quando este gradiente é aplicado na interface entre dois líquidos, ou na interface entre um líquido e um gás, ou em uma superfície livre de um líquido, ocorre naquele local uma variação da tensão superficial. Se a força resultante, deste desbalanceamento local de tensão, for maior que a resistência viscosa do fluido, então, ocorrerá um arraste de fluido, dando origem a um escoamento. Tal forma de transferência de calor é conhecida como convecção termocapilar ou convecção de Marangoni. A intensidade deste tipo de convecção é caracterizada pelo número de Marangoni ( $Ma$ ).

Em geometrias de grandes dimensões há um predomínio da convecção por empuxo sobre a convecção termocapilar, já em situações de micro-gravidade ou em geometrias de pequenas dimensões, a convecção termocapilar predomina. A relação  $Ra/Ma$  fornece um meio de avaliação da influência de cada tipo de convecção no escoamento na cavidade.

Problemas de convecção, que envolvem forças de empuxo e termocapilares de magnitudes semelhantes, são chamados de Convecção de Empuxo-Termocapilar ou Boussinesq-Marangoni.

O estudo da convecção natural em cavidades contendo fluidos imiscíveis superpostos tem atraído o interesse de diversos pesquisadores.

Oosthuizen & Kuhn (1984), utilizando o método de diferenças finitas, analisaram numericamente a transferência de calor, devido o processo de convecção natural, em uma cavidade de seção circular com a metade inferior cheia de líquido e a metade superior cheia de gás.

Villers & Platten (1988, 1990) estudaram a convecção natural em uma cavidade retangular com dois líquidos imiscíveis, realizando uma abordagem experimental e analítica. O sistema experimental era composto de água e heptanol e as medições do perfil de velocidade em cada camada foram realizadas com um anemômetro do tipo Laser Doppler.

Prakash & Koster (1994, 1996, 1997) estudaram numericamente, através do método de diferenças finitas, o escoamento convectivo natural em uma cavidade rasa composta de três camadas de líquidos imiscíveis. Posteriormente, realizaram uma pesquisa numérica e experimental do escoamento em um sistema de dois fluidos imiscíveis com uma superfície livre.

Nesta linha de estudo, existem outros bons trabalhos desenvolvidos pelos pesquisadores: Bargash & Vasseur (1993), Wang et al.(1993), Sparrow et al.(1986), Doi & Koster (1993), etc.

No presente trabalho, é estudada numericamente a convecção natural causada pelas forças de empuxo e termocapilares em dois fluidos imiscíveis superpostos, com uma superfície livre, dentro de uma cavidade, conforme mostra a Fig. 1. Os resultados são obtidos, utilizando o método de elementos finitos, a partir de um programa desenvolvido pelos autores, em linguagem FORTRAN-90. A fim de visualizar a influência da tensão termocapilar e das forças de empuxo no processo de convecção natural, três casos são estudados:

- 1) convecção somente com forças de empuxo,
- 2) convecção somente com forças termocapilares e
- 3) convecção com forças de empuxo e termocapilares presentes.

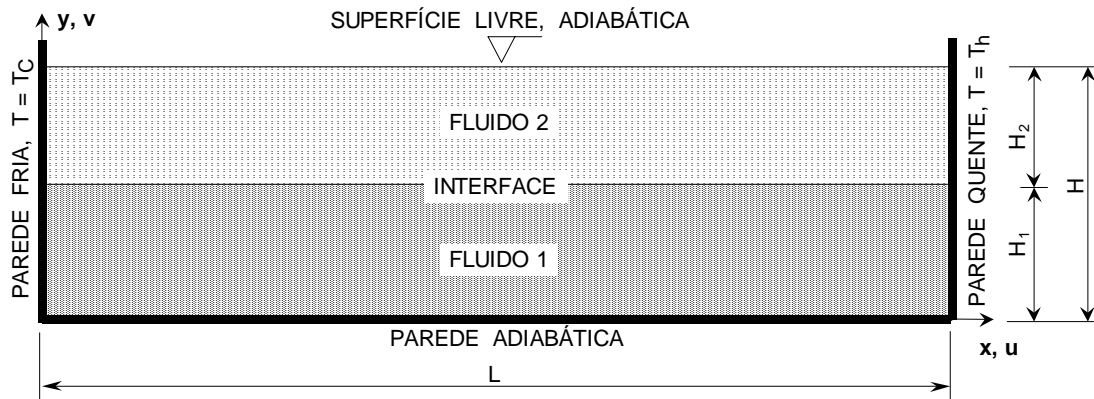


Figura 1 - Cavidade estudada

### NOMENCLATURA

$c_p$ calor específico ( $\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$ )	$\gamma$ gradiente da tensão superficial ( $\text{N m}^{-1} \text{K}^{-1}$ )
$G$ aceleração gravitacional ( $\text{m s}^{-2}$ )	$\kappa$ Condutividade térmica
$H$ altura total da cavidade (m)	$\mu$ viscosidade dinâmica ( $\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$ )
$L$ largura da cavidade (m)	$\psi$ função corrente adimensional
$Pr$ número de Prandtl	$\rho$ massa específica ( $\text{kg m}^{-3}$ )
$Ra$ número de Rayleigh	$\theta$ temperatura adimensional
$T$ tempo (s)	$\sigma$ tensão superficial ( $\text{N m}^{-1}$ )
$T$ temperatura ( $^{\circ}\text{C}$ )	$\tau$ tempo adimensional
$U$ velocidade horizontal ( $\text{m s}^{-1}$ )	$\nu$ viscosidade cinemática ( $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ )
$U$ velocidade horizontal adimensional	$\omega$ vorticidade adimensional
$V$ velocidade vertical ( $\text{m s}^{-1}$ )	
$V$ velocidade vertical adimensional	<b>Sub-índices</b>
$X$ coordenada horizontal (m)	$c$ parede fria
$X$ coordenada horizontal adimensional	$h$ parede quente
$Y$ coordenada vertical (m)	$1$ fluido inferior
$Y$ coordenada vertical adimensional	$2$ fluido superior
$\alpha$ difusividade térmica ( $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ )	$in$ Interface
$\beta$ coeficiente de expansão volumétrica ( $\text{K}^{-1}$ )	$sl$ superfície livre do fluido superior

## 2. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

### 2.1 Adimensionalização

Visando generalizar a análise teórica, foram empregadas as grandezas adimensionais: tempo, coordenada horizontal, coordenada vertical, velocidade horizontal, velocidade vertical e temperatura, conforme definidas pela Eq. (1). Nesta equação, para o escalonamento das grandezas, foram empregadas a altura total da cavidade ( $H$ ) e a difusividade térmica do fluido inferior ( $\alpha_1$ ).

$$\tau = \frac{\alpha_1 t}{H^2}, \quad X = \frac{x}{H}, \quad Y = \frac{y}{H}, \quad U = \frac{uH}{\alpha_1}, \quad V = \frac{vH}{\alpha_1}, \quad \theta = \frac{T - T_o}{T_h - T_c}, \quad \text{com } T_o = \frac{T_h + T_c}{2}. \quad (1)$$

## 2.2 Equações governantes

O estudo da convecção natural, induzida pelas forças de empuxo e termocapilares, é baseado nas equações de conservação da massa, quantidade de movimento e energia, sendo consideradas as seguintes hipóteses na formulação do problema:

- regime não permanente;
- escoamento bidimensional e laminar;
- escoamento incompressível;
- função dissipação viscosa desprezada;
- propriedades dos fluidos constantes, exceto a densidade nos termos de empuxo;
- efeitos de compressibilidade desprezados.

Mediante as considerações acima, para cada camada, as equações de conservação adimensionais, em termos de função corrente ( $\psi$ ) e vorticidade ( $\omega$ ), são as seguintes:

$$\frac{\partial^2 \psi_i}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial Y^2} = -\omega_i, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \omega_i}{\partial \tau} + \frac{\partial \psi_i}{\partial Y} \frac{\partial \omega_i}{\partial X} - \frac{\partial \psi_i}{\partial X} \frac{\partial \omega_i}{\partial Y} = \frac{\alpha_i}{\alpha_1} \text{Pr}_i \left[ \left( \frac{\partial^2 \omega_i}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \omega_i}{\partial Y^2} \right) + \frac{\alpha_i}{\alpha_1} \text{Ra}_i \frac{\partial \theta_i}{\partial X} \right], \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta_i}{\partial \tau} + \frac{\partial \psi_i}{\partial Y} \frac{\partial \theta_i}{\partial X} - \frac{\partial \psi_i}{\partial X} \frac{\partial \theta_i}{\partial Y} = \frac{\alpha_i}{\alpha_1} \left( \frac{\partial^2 \theta_i}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta_i}{\partial Y^2} \right); \quad (4)$$

com

$$\frac{\partial \psi_i}{\partial X} = V_i, \quad \frac{\partial \psi_i}{\partial Y} = -U_i; \quad (5)$$

e os números adimensionais de Prandtl e Rayleigh, para cada camada de fluido, são dados, respectivamente por:

$$\text{Pr}_i = \frac{\nu_i}{\alpha_i}, \quad \text{Ra}_i = \frac{g \beta_i (T_h - T_c) H^3}{\alpha_i \mu_i}, \quad (6)$$

onde  $i$  representa a camada de fluido ( $i=1$ : fluido inferior ;  $i=2$ : fluido superior).

### 2.2. Condições de contorno e de interface

As condições de contorno adotadas nas paredes consideraram as hipóteses:

- não escorregamento do fluido,
- parede vertical esquerda: fria e isotérmica,
- parede vertical direita: quente e isotérmica,
- parede inferior adiabática .

Com estas considerações, as condições de contorno em cada parede, são as seguintes:

- na parede horizontal inferior ( $0 < X < L/H, Y=0$ ):

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial Y} = 0, \quad \psi_1 = \frac{\partial \psi_1}{\partial X} = \frac{\partial \psi_1}{\partial Y} = 0, \quad \omega_1 = -\frac{\partial^2 \psi_1}{\partial Y^2}; \quad (7)$$

b) na parede vertical esquerda ( $X=0, 0<Y<1$ ):

$$\theta_i = -0,5, \quad \psi_i = \frac{\partial \psi_i}{\partial X} = \frac{\partial \psi_i}{\partial Y} = 0, \quad \omega_i = -\frac{\partial^2 \psi_i}{\partial X^2}; \quad (8)$$

c) na parede vertical direita ( $X=L/H, 0<Y<1$ ):

$$\theta_i = 0,5, \quad \psi_i = \frac{\partial \psi_i}{\partial X} = \frac{\partial \psi_i}{\partial Y} = 0, \quad \omega_i = -\frac{\partial^2 \psi_i}{\partial X^2}; \quad (9)$$

No fluido superior, foi considerado que a sua superfície horizontal ( $0<X<L/H, Y=1$ ) é adiabática, se mantém plana, indeformável, e não há fluxo de massa através da mesma. Estas condições são expressas através das Eqs. (10) e (11):

$$\frac{\partial \theta_2}{\partial Y} = 0, \quad \psi_2 = \frac{\partial \psi_2}{\partial X} = 0, \quad \omega_2 = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} Ma_{sl} \frac{\partial \theta_2}{\partial X}; \quad (10)$$

onde  $Ma_{sl}$  é o número de Marangoni na superfície livre e é dado por:

$$Ma_{sl} = -\gamma_{sl} \frac{(T_h - T_c)H}{\alpha_2 \mu_2}. \quad (11)$$

Na interface ( $0<X<L/H, Y=0,5$ ), foram feitas as seguintes considerações:

- a interface se mantém indeformável;
- velocidade, temperatura, tensão termocapilar e fluxo de calor são contínuos através da interface;
- não há fluxo de massa na interface.

Assim sendo, na interface, são válidas as relações:

$$\theta_1 = \theta_2, \quad \frac{\partial \theta_1}{\partial Y} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \frac{\partial \theta_2}{\partial Y}, \quad \frac{\partial \psi_1}{\partial X} = \frac{\partial \psi_2}{\partial X} = 0, \quad \frac{\partial \psi_1}{\partial Y} = \frac{\partial \psi_2}{\partial Y}, \quad \omega_1 - \frac{\mu_2}{\mu_1} \omega_2 = Ma_{in} \frac{\partial \theta}{\partial X}, \quad (12)$$

onde  $Ma_{in}$  é o número de Marangoni na interface e é dado por:

$$Ma_{in} = -\gamma_{in} \frac{(T_h - T_c)H}{\alpha_1 \mu_1}. \quad (13)$$

### 3. RESULTADOS

Para efeito de validação do código computacional, foi estudado um caso, cujos resultados experimentais estavam disponíveis em um trabalho publicado por Prakash e Koster (1997). Os fluidos utilizados foram óleo de silicone (SO 10cSt) sobre fluorinert líquido (FC70). As propriedades físicas dos fluidos imiscíveis sobrepostos, as dimensões da cavidade, os números de Rayleigh e Marangoni empregados nesta validação encontram-se, respectivamente, nas Tabelas 1, 2, 3 e 4. A diferença de temperatura fixada entre as paredes verticais foi de 5K. Para estudar este caso, foi utilizada uma malha com espaçamento não-uniforme de 5320 elementos triangulares lineares, conforme mostra a Fig. 2.

Tabela 1. Propriedades físicas dos fluidos

Propriedades	Fluidos	
	FC70	SO 10cSt
Calor específico $c_p$ ( $J\ kg^{-1}\ K^{-1}$ )	$1,05 \times 10^3$	$1,51 \times 10^3$
Coeficiente de expansão $\beta$ ( $K^{-1}$ )	$1,00 \times 10^{-3}$	$1,10 \times 10^{-3}$
Condutividade térmica $\kappa$ ( $W\ m^{-1}\ K^{-1}$ )	$7,00 \times 10^{-2}$	$1,34 \times 10^{-1}$
Densidade $\rho$ ( $kg\ m^{-3}$ )	$1,94 \times 10^3$	$9,35 \times 10^2$
Difusividade térmica $\lambda$ ( $m^2\ s^{-1}$ )	$3,44 \times 10^{-8}$	$9,51 \times 10^{-8}$
Gradiente de tensão superficial $\gamma$ ( $N\ m^{-1}\ K^{-1}$ )	$-6,0 \times 10^{-5}$	$-6,7 \times 10^{-5}$
Gradiente de tensão na interface $\gamma$ ( $N\ m^{-1}\ K^{-1}$ )	$-2,9 \times 10^{-5}$	
Número de Prandtl Pr (1)	390	105
Tensão superficial $\sigma$ ( $N\ m^{-1}$ )	$1,97 \times 10^{-3}$	$1,86 \times 10^{-3}$
Tensão na interface $\sigma$ ( $N\ m^{-1}$ )	$6,90 \times 10^{-2}$	
Viscosidade dinâmica $\mu$ ( $kg\ m^{-1}\ s^{-1}$ )	$2,60 \times 10^{-2}$	$9,35 \times 10^{-3}$
Viscosidade cinemática $\nu$ ( $m^2\ s^{-1}$ )	$1,34 \times 10^{-5}$	$1,00 \times 10^{-5}$

Tabela 2. Dimensões da cavidade

L (m)	H (m)	H <sub>1</sub> (m)	H <sub>2</sub> (m)
$38,0 \times 10^{-3}$	$12,0 \times 10^{-3}$	$6,0 \times 10^{-3}$	$6,0 \times 10^{-3}$

Tabela 3. Número de Rayleigh

Ra <sub>1</sub>	Ra <sub>2</sub>
183875	98040

Tabela 4. Número de Marangoni

Ma <sub>in</sub>	Ma <sub>sl</sub>
1945	4520

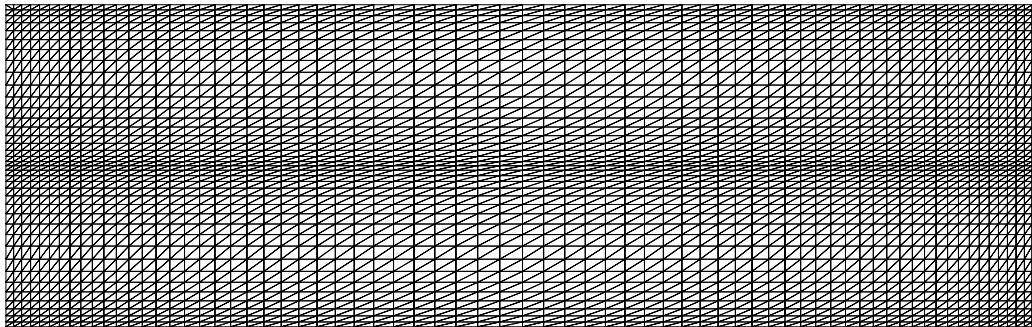


Figura 2 – Malha empregada na discretização da cavidade

A Fig. 3 mostra, para o regime permanente, o perfil de velocidade horizontal no centro da cavidade. Nesta figura, encontram-se os resultados numéricos do presente trabalho e os resultados experimentais obtidos por Prakash e Koster (1997). Conforme pode ser observado, ambos estão em boa concordância, validando o código computacional.

A fim de visualizar a influência da tensão termocapilar e das forças de empuxo no processo de convecção natural, três tipos de convecção foram simulados para cavidade da Fig. 1:

- 1) Convecção somente por forças de empuxo ( $Ma_{in}=0$ ,  $Ma_{sl}=0$ ,  $Ra_1=183875$ ,  $Ra_2=9804$ );
- 2) Convecção somente por forças termocapilares ( $Ma_{in}=1945$ ,  $Ma_{sl}=4520$ ,  $Ra_1=0$ ,  $Ra_2=0$ );
- 3) Convecção por empuxo-termocapilar ( $Ma_{in}=1945$ ,  $Ma_{sl}=4520$ ,  $Ra_1=183875$ ,  $Ra_2=9804$ );

A Fig. 4 compara o perfil de velocidade horizontal no centro vertical da cavidade, para os

três casos. Nesta figura, pode ser notada a influência da tensão termocapilar na superfície livre, aumentando a velocidade do escoamento.

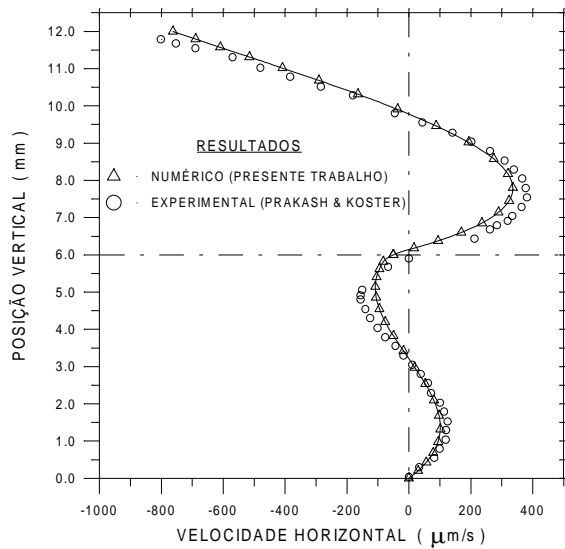


Figura 3 - Comparação entre os resultados numérico e experimental

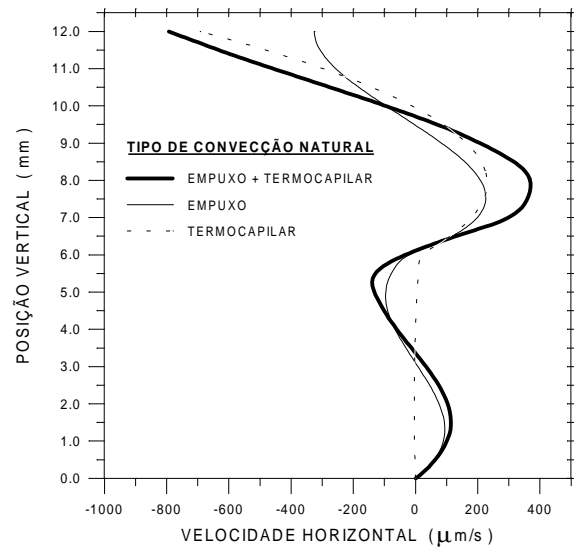


Figura 4 - Comparação entre os tipos de convecção natural citados na figura

As figuras de 5 a 10 mostram as linhas de corrente e as isothermas desenvolvidas dentro da cavidade, após o sistema atingir o regime permanente, para os três casos estudados.

As Figs. 5 e 6 apresentam a função corrente e as isothermas para a convecção por empuxo. A Fig.5 mostra duas células de escoamento, uma em cada camada. Embora não possa ser vista na Fig. 5, na região próxima à interface, existe uma terceira célula de escoamento muito delgada, girando em sentido oposto às outras duas, presentes na figura, em razão do acoplamento mecânico entre as duas camadas de líquidos. A razão desta célula não ser visualizada na Fig. 5, se deve ao escoamento ser quase estagnado naquela região, não sendo capturada na plotagem. Contudo, o afastamento das linhas de corrente, a diminuição e inversão da velocidade (ver Fig.4), evidenciam a presença desta célula e também a continuidade da velocidade.

O escoamento termocapilar, conforme observado nas Figs. 7 e 8, é estruturalmente mais complexo. A Fig. 7 mostra células de escoamento, na região da interface, próximas às paredes quente e fria. Estas células estão relacionadas com o desbalanceamento da tensão termocapilar, causado pelos fortes gradientes de temperatura naqueles locais. A célula de recirculação que aparece, na camada inferior, no centro da cavidade, é gerada pelo acoplamento mecânico entre a camada superior e a inferior e, também, como resultado do acoplamento das outras duas células laterais. Na Fig. 8, na camada inferior, o fluxo de calor, está se dando predominantemente por condução, isto pode ser constatado através do quase-paralelismo entre as isothermas naquela região.

Na convecção por empuxo-termocapilar, Fig. 9 e Fig. 10, observamos que o escoamento que se desenvolve está mais próximo daquele encontrado na convecção por empuxo do que na convecção termocapilar. Isto se deve às relações de  $Ra/Ma$  serem bem maiores que a unidade.

Nos três casos simulados, observamos nas Figs. 6, 8, e 10 que, a região que ejeta fluido horizontalmente possui as isothermas mais espaçadas e a região que recebe fluido (na direção horizontal) tem as isothermas mais concentradas. Nestas figuras, também é possível verificar a inclinação das isothermas, na região da interface, demonstrando a ocorrência de fluxo de calor, devido o acoplamento térmico entre as camadas.

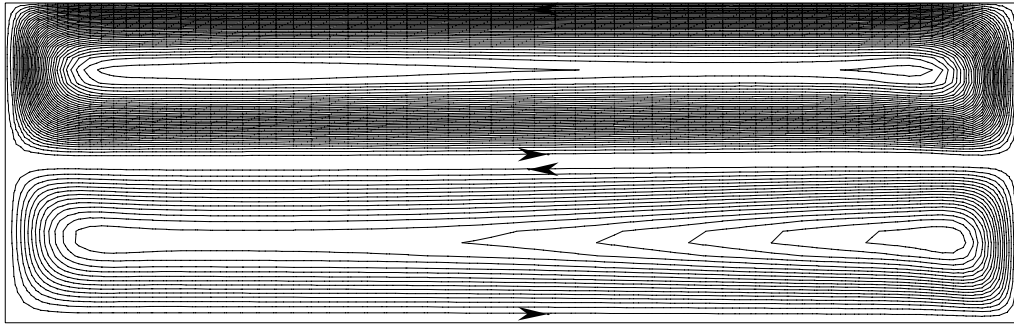


Figura 5 - Função corrente obtida na convecção causada somente por forças de empuxo.  
 Parâmetros do escoamento:  $Ma_{in}=0$ ,  $Ma_{sl}=0$ ,  $Ra_1=183875$ ,  $Ra_2=98040$ .

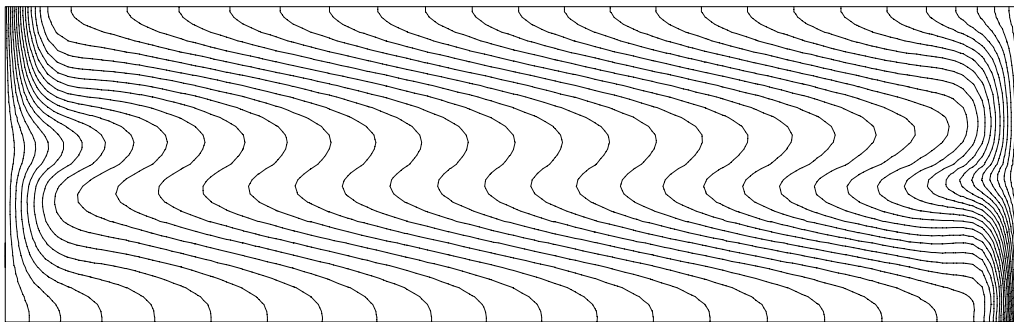


Figura 6 – Isothermas obtidas na convecção causada somente por forças de empuxo.  
 Parâmetros do escoamento:  $Ma_{in}=0$ ,  $Ma_{sl}=0$ ,  $Ra_1=183875$ ,  $Ra_2=98040$ .

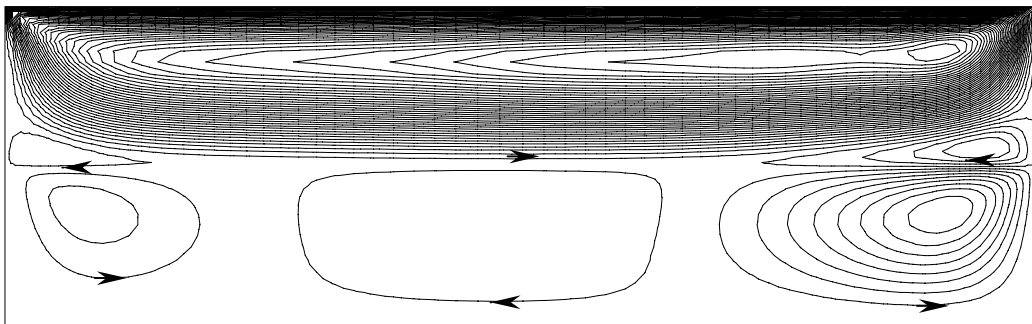


Figura 7 - Função corrente obtida na convecção causada somente por forças termocapilares.  
 Parâmetros do escoamento:  $Ma_{in}=1945$ ,  $Ma_{sl}=4520$ ,  $Ra_1=0$ ,  $Ra_2=0$ .

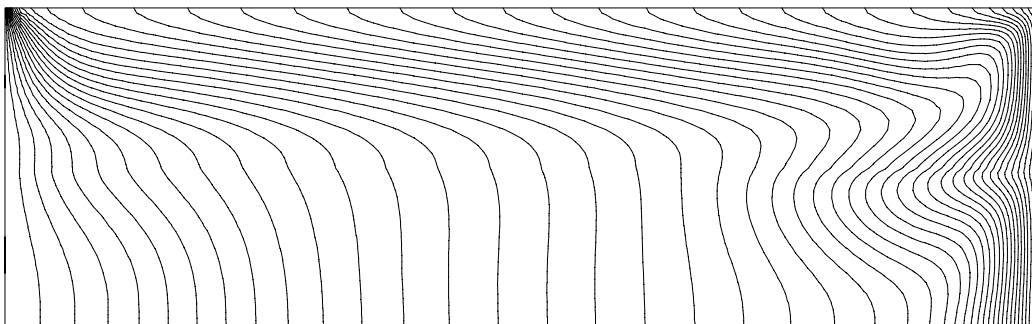


Figura 8 - Isothermas obtidas na convecção causada somente por forças termocapilares.  
 Parâmetros do escoamento:  $Ma_{in}=1945$ ,  $Ma_{sl}=4520$ ,  $Ra_1=0$ ,  $Ra_2=0$ .



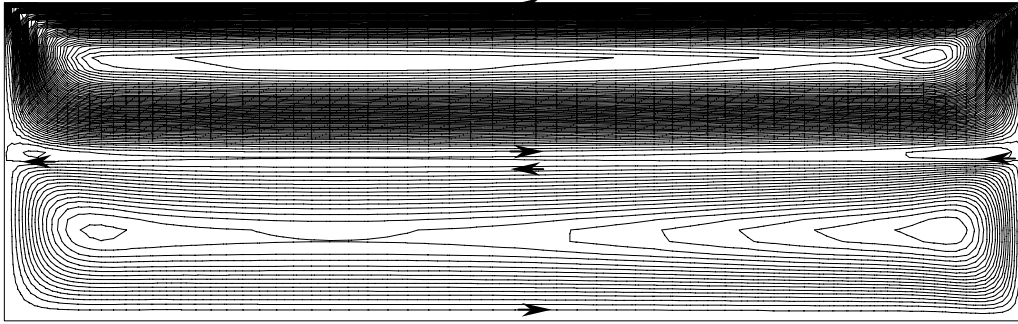


Figura 9 - Função corrente obtida na convecção causada por forças de empuxo e termocapilares. Parâmetros do escoamento:  $Ma_{in}=1945$ ,  $Ma_{sl}=4520$ ,  $Ra_1=183875$ ,  $Ra_2=9804$ .

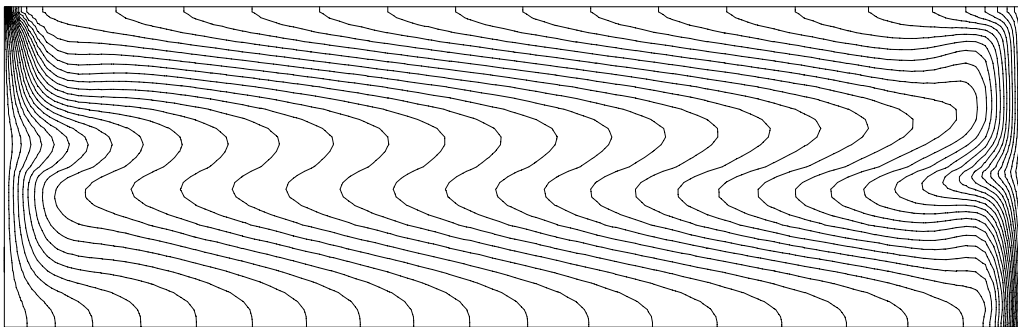


Figura 10 - Isotermas obtida na convecção causada por forças de empuxo e termocapilares. Parâmetros do escoamento:  $Ma_{in}=1945$ ,  $Ma_{sl}=4520$ ,  $Ra_1=183875$ ,  $Ra_2=98040$ .

## 5. CONCLUSÃO

A principal diferença, na modelagem de um sistema composto de apenas um fluido e um outro composto por dois ou mais fluidos imiscíveis superpostos, está nas condições de interface. Na interface líquido-líquido ocorrem dois tipos de acoplamentos: o mecânico e o térmico. O acoplamento mecânico se dá através do balanço da transferência da quantidade de momento e continuidade da velocidade. Já o acoplamento térmico ocorre por meio da continuidade da temperatura e balanço da transferência de calor.

Quanto às forças responsáveis pelo escoamento na convecção natural, elas podem ser de empuxo ou termocapilares. O empuxo age no volume, impulsionando o fluido quente a subir e o fluido frio a descer. Já a força de origem termocapilar age sobre a superfície (ou interface), tendendo a deslocar horizontalmente o fluido, da região mais quente para a região mais fria.

Através dos resultados encontrados neste estudo, foi possível analisar a influência das forças de empuxo e termocapilares no processo de convecção natural. Também observou-se como dois fluidos imiscíveis superpostos se interagem, permitindo visualizar por meio das linhas de correntes e isotermas o acoplamento mecânico e térmico entre as camadas.

No presente trabalho, os resultados numéricos obtidos mostraram boa concordância com aqueles encontrados experimentalmente, validando o código computacional.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à CAPES pelo suporte financeiro fornecido para execução deste trabalho.

## REFERÊNCIAS

- Bargash, M and Vasseur, P., 1993, Natural Convection in Shallow Cavity Containing Two Superposed Layers of Immiscible Liquids, Numerical Heat Transfer, Part A, Vol.24, pp. 357-373.
- Doi, T., and Koster, J. N., 1993, Thermocapillary Convection in Two Immiscible Liquid Layers with Free Surface, Phys. Fluids A, vol. 5, No. 8, pp. 1915-1927.
- Oosthuizen, P. H. and Kuhn, D., 1994, Unsteady Free Convective Flow in a Circular Container Half-filled With a Liquid and Half-filled with a Gas, The Winter Annual Meeting of The ASME, Vol. 39, pp. 1-11.
- Prakash, A. and Koster, J. N. , 1997, Steady Natural Convection in a Two-layer system of Immiscible liquids, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 40, pp. 2799-2812.
- Prakash, A. and Koster, J. N. , 1996, Steady Rayleigh-Bènard Convection in a Two-layer system of Immiscible liquid, Journal of Heat Transfer, Vol. 18, pp. 366-373.
- Prakash, A. and Koster, J. N. , 1994, Convection in Multiple Layers of Immiscible Liquids in a Shallow Cavity – I, Int. J. Multiphase Flow, Vol. 20, No. 2, pp. 383-396.
- Sparrow, E. M., Azevedo, L. F. A., and Prata, A. T., 1986, Two-Fluid and Single Fluid Natural Convection Heat Transfer in an Enclosure, Transactions of the ASME, vol. 108, pp. 848-852.
- Villers, D., and Platten, J. K., 1990, Influence of Interfacial Tension gradients on Thermal Convection in Two Immiscible Liquid Layers, Applied Scientific Research, Vol. 47, pp.177-191.
- Villers, D., and Platten, J. K., 1988, Thermal Convection in Superposed Immiscible Liquid Layers, Applied Scientific Research, Vol. 45, pp.145-152.
- Wang, P., Kahawita, R. and Nguyen, D. L., 1994., Numerical Simulation of Buoyancy-Marangoni Convection in Two Superposed Immiscible Liquid Layers With a Free Surface, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 37, No. 7, pp. 1111-1122.

## NATURAL CONVECTION IN A SYSTEM COMPOSED OF TWO IMMISCIBLE SUPERPOSED FLUIDS

**Abstract.** *Natural convection induced by thermocapillary and buoyancy forces, in a rectangular cavity with differentially heated vertical walls, containing two immiscible superposed fluids, was numerically studied. In this cavity, laminar regime and constant physical properties were considered. Thermocapillary stress at surface of layers and density in buoyancy terms were assumed as dependents of temperature. The governing equations were written using non-dimensional variables and streamfunction-vorticity formulation. The problem was resolved using the Finite Element Method. The results present stream function, temperature distribution, and velocity profile, for a set of non-dimensional numbers (Prandtl, Rayleigh, and Marangoni). Some numerical results were compared with an experimental research, reported in the literature, and found in good agreement.*

**Key-words:** *Natural Convection, Buoyancy, Thermocapillary, Finite Element Method.*