

## ANÁLISE EXPERIMENTAL E NUMÉRICA DE UM ESCOAMENTO VERTICAL ASCENDENTE EM BOLHAS EM UM CANAL DE SEÇÃO QUADRADA.

Arlindo de Matos  
Eugênio Spano Rosa  
Fernando de Almeida França  
Marcelo Morandin  
Rigoberto Morales

Laboratório de Fenômenos Multifásicos - MULTLAB  
Departamento de Energia – FEM - UNICAMP  
Cx. P. 6122 – 13083-970 – Campinas, SP, Brasil

**RESUMO:** *A distribuição de fases em um escoamento bifásico vertical ascendente do tipo em bolhas foi medido e modelado em um tubo de seção transversal quadrada. As medidas experimentais de fração de vazio local foram realizadas utilizando-se a técnica da sonda elétrica condutiva. As distribuições de fração de vazio experimentais foram comparadas com resultados numéricos obtidos com a simulação do Modelo de Dois Fluidos, resolvido pelo código computacional Phoenix<sup>®</sup>. O estudo numérico foi realizado em três dimensões (3D), assumindo-se um escoamento parabólico, e utilizando o modelo de turbulência  $k-\epsilon$  com correções para a turbulência induzida por bolhas. Como uma primeira abordagem do fenômeno, os resultados numéricos foram apresentados em termos de gráficos de linha e de contorno para a fração de vazio média de 3,8%. Pretende-se, com este estudo, contribuir: a) para ampliar a base de dados experimentais da distribuição de fases de escoamentos bifásicos ocorrendo em canais sem simetria axial, como os que existem em vários equipamentos, como bombas e separadores de gás e óleo utilizados pela indústria de petróleo, e b) com a discussão sobre a formulação das equações constitutivas do Modelo de Dois Fluidos, as quais expressam a ação das forças interfaciais, analisando sua influência na distribuição lateral das fases.*

**Palavras-chave:** Escoamento bifásico, Escoamento em Bolhas; Escoamento em Dutos Quadrados.

### 1. INTRODUÇÃO

O escoamento bifásico gás-líquido em bolhas existe em equipamentos que, em alguns casos, têm uma seção transversal complexa, sem simetria axial. É o caso de certos evaporadores de indústrias químicas, de sub-canais de reatores nucleares ‘*light water reactor*’, de canais de dispositivos eletrônicos de alto desempenho, de bombas centrífugas e separadores de gás e líquido usados pela indústria do petróleo. A distribuição de fases na seção transversal do canal, similarmente ao que ocorre em tubos de seção transversal circular,

influencia processos de transferência. Assim, a compreensão adequada dos fenômenos determinados pelo escoamento gás-líquido no interior destes canais não-circulares passa pelo conhecimento detalhado da estrutura do escoamento na seção transversal ao escoamento, por exemplo a distribuição de fração de vazio.

Infelizmente, não são muitos os estudos experimentais de distribuição de fases do escoamento gás-líquido nestas geometrias, e são em menor quantidade ainda aqueles que divulgam resultados da modelagem destes escoamentos. A maioria dos trabalhos publicados sobre os escoamentos gás-líquido em canais sem axi-simetria ainda trata de aspectos fenomenológicos, como os padrões de escoamento e suas transições, ou os analisa a partir de uma abordagem unidimensional, onde as variáveis de interesse são o gradiente de pressão ou a fração de vazio média (Mishima et al., 1994; Troniewsky e Ulbrich, 1984; Hibiki et al., 1994; Mishima et al., 1993; Keska e Fernando, 1994).

Entre os trabalhos que apresentam medidas experimentais da distribuição da fração de vazio em canais não circulares pode-se citar Sadatomi et al. (1982) e Moujaes e Dougall (1987). Os primeiros realizaram um vasto estudo experimental, com interesse principal direcionado para a determinação de expressões para cálculo do gradiente de pressão em canais retangulares, triangulares e anulares concêntricos. A distribuição de fração de vazio na seção transversal de canais retangulares e triangulares é apresentada, e referida como '*um dos mais importantes aspectos do escoamento bifásico em canais não-circulares*'. Os últimos apresentaram medidas de distribuição de fração de vazio, velocidades do gás e do líquido e tamanho de bolhas em canais retangulares estreito. Medições e modelagem do escoamento em bolhas em um canal vertical de seção triangular foram realizadas por Lopes de Bertodano (1993, 1994). Os autores utilizaram anemometria de fio quente para fazer medidas locais da fração de vazio e de três componentes da velocidade instantânea do escoamento. Consequentemente, determinaram a estrutura turbulenta do escoamento em bolhas no canal triangular. Modelaram o escoamento com Modelo de Dois Fluidos e utilizaram o pacote numérico PHOENICS<sup>®</sup> para solucioná-lo. Suas medições e soluções numéricas da distribuição das fases indicaram que a fração de vazio tende a apresentar um pico junto à parede, pico este especialmente elevado nos vértices do triângulo.

Neste trabalho apresenta os primeiros resultados obtidos de medições e da modelagem da distribuição de fração de vazio (ou das bolhas) de um escoamento bifásico ocorrendo em um canal vertical de seção transversal quadrada. A medição da distribuição de fração de vazio foi feita com uma sonda elétrica condutiva, que foi deslocada pela seção transversal do tubo. A modelagem do escoamento foi realizada com o Modelo de Dois Fluidos, recorrendo-se, para a solução do sistema de equações diferenciais parciais, ao código computacional Phoenix, que implementa a discretização por volumes finitos.

## **2. APARATO EXPERIMENTAL E TÉCNICA DE MEDIDA**

O aparato experimental é apresentado esquematicamente na Fig. 1. A seção de testes está posicionada na seqüência de uma seção de desenvolvimento vertical, que tem um comprimento equivalente a 73 diâmetros (hidráulico) de tubo. O tubo é de alumínio, extrudado, e tem área transversal quadrada com 34,1 mm de lado, medido na face interna. Um tubo de acrílico com dimensões internas coincidentes com o tubo de alumínio foi usado e conectado à seção para se visualizar do escoamento. A corrente bifásica de água-ar foi introduzida no início da seção de desenvolvimento por um misturador de meio poroso. Obteve-se, então, uma mistura de água e bolhas de ar com distribuição razoavelmente uniforme na entrada da seção de testes, com a água escoando no espaço anular ajustável formado pelo meio poroso e as paredes da câmara.

A água foi movimentada por uma bomba centrífuga, enquanto que o ar foi suprido por um reservatório de pressão constante. As vazões de água e ar foram medidas, com incerteza

de 2%, por um medidor tipo vortex e um elemento laminar, respectivamente. A pressão manométrica na seção de medidas variou entre 0,3 Bar a 0,55 Bar, dependendo das vazões estabelecidas, enquanto que a temperatura manteve-se constante em 23°C. O sistema operou na faixa de vazões que correspondeu a velocidades superficiais variando entre 0,9 m/s a 3,0 m/s para o líquido, e 0,04 m/s a 0,5 m/s para o gás, nas condições de pressão e temperatura da seção de medidas.

A distribuição da fração de vazio na seção de medidas foi obtida por meio de uma sonda de condutividade. O sensor consistiu de um fio de cobre com 120  $\mu\text{m}$  de diâmetro, isolado lateralmente, e com a extremidade frontal exposta. Este fio foi encapsulado em uma agulha hipodérmica e fixado no seu interior com resina epóxi. Desta forma teve-se uma sonda estruturalmente adequada para resistir, sem deformação, à efeitos de arraste do escoamento. Uma sonda similar, e o correspondente circuito eletrônico de condicionamento de sinal, foi descrita por Dias (1997).

Para medir-se a distribuição de fases, a sonda foi inserida no escoamento através de um furo com 2 mm de diâmetro, na parede da lateral da seção de medidas. Um mecanismo de deslocamento radial e azimutal da sonda permitiu posicioná-la em qualquer ‘ponto de medida’ da seção transversal do tubo de seção quadrada. O mecanismo de deslocamento radial é acionado por um micrômetro digital que tem uma incerteza de  $\pm 0,02$  mm. O deslocamento azimutal foi realizado manualmente contra a escala de um transferidor com  $\pm 1^\circ$  de resolução. O sinal gerado pela sonda foi adquirido e gravado com uma frequência de 10 KHz durante um período de 40 segundos. Para tanto, utilizou-se uma placa de aquisição de dados de 12 bits da National Instruments (AT-MIO 16), instalada no barramento de um PC-AT 486.

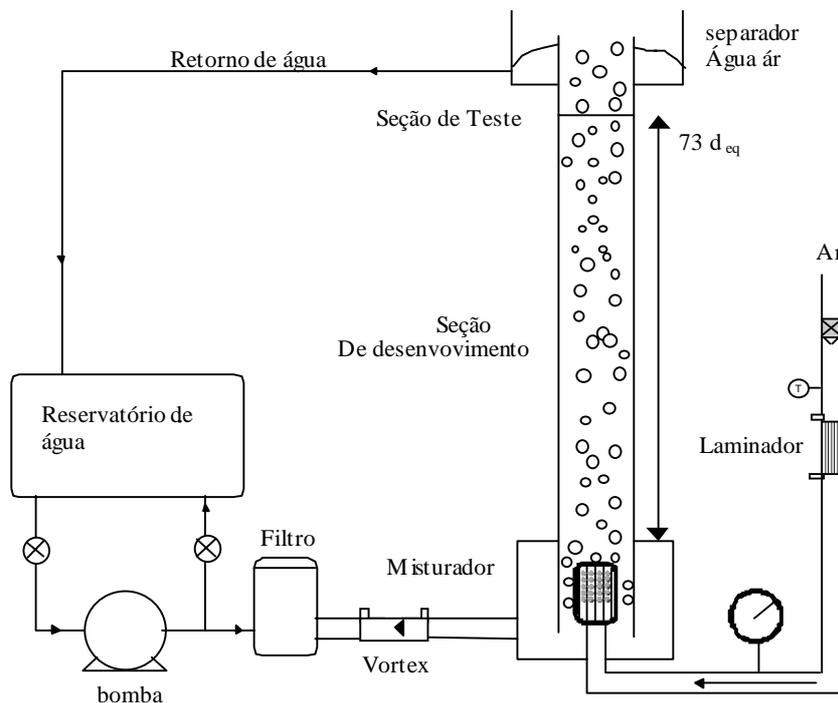


Fig. 1 – Representação esquemática do aparato experimental.

A função densidade de fase,  $N_g(r,t)$ , que indica a ocorrência da fase gás (bolha de ar) no ponto de medida  $r$  no instante  $t$ , foi obtida aplicando-se um valor de corte ao sinal da sonda. Valores de voltagem acima do valor de corte foram identificados como presença de ar, com  $N_g(r,t) = 1$ ; valores de voltagem abaixo do valor de corte indicaram a presença de líquido, com  $N_g(r,t) = 0$ . Assim, a fração de vazio local,  $\alpha(r)$ , é obtida fazendo-se a média

temporal da função densidade de fase:

$$\alpha[r] = \frac{1}{T} \int_t N_g(r, t) dt \quad (1)$$

onde T é o período de amostragem do sinal.

### 3. MODELO ANALÍTICO

Para modelar o escoamento ascendente em bolhas utilizou-se da abordagem Euleriana-Euleriana desenvolvida no Modelo de Dois Fluidos (Ishii, 1975; Drew e Lahey, 1979). O Modelo de Dois Fluidos contempla os diversos mecanismos que governam a distribuição das fases nas direções axial e transversal do escoamento. O balanço entre as forças de pressão axial, inércia, empuxo, arrasto e massa virtual estabelecem a estrutura do escoamento na direção axial. Já o balanço entre as forças de pressão na direção radial, sustentação (*lateral lift*) e turbulência estabelece a distribuição das fases na seção transversal. Para um escoamento isotérmico em regime permanente e sem mudança de fase, as equações de conservação de massa, quantidade de movimento e transferência interfacial, Eqs. (2) a (4), respectivamente, são:

$$\nabla \cdot (\alpha_k \rho_k V_k) = 0, \quad (2)$$

$$\nabla \cdot (\alpha_k \rho_k V_k V_k) = \alpha_k \nabla p_k + \nabla \cdot [\alpha_k \tau_k^{Re}] + \alpha_k \rho_k g_k + (p_{ki} - p_k) \nabla \alpha_k + M_k^D, \quad (3)$$

$$\sum_{k=g,l} (M_k^D) = M_k^\sigma. \quad (4)$$

Nas equações acima o subscrito k indica a fase (k=G ou k=L, gás ou líquido) e o subscrito i define os valores das variáveis na interface, (velocidade, pressão da fase k na interface). A fração de vazio local é  $\alpha$ ,  $\rho$  representa a densidade,  $V$  é a velocidade,  $p$  é a pressão,  $g$  é o campo gravitacional,  $\tau^{Re}$  é o tensor de tensões turbulentas,  $M_k^D$  são as forças interfaciais generalizadas e  $M_k^\sigma$  representa a força resultante da ação da tensão superficial,  $\sigma$ . O fechamento (*closure*) do sistema de equações de conservação (2) a (4) é obtido com a utilização de equações de estado, relações ou equações constitutivas para as diversas forças interfaciais e para os termos turbulentos e de pressão interfacial.

#### 3.1 O Tensor de Tensões Turbulentas

Os tensores viscoso e turbulento da fase gás são desprezados, pois são muito inferiores aos equivalentes da fase líquida. O tensor turbulento da fase líquida é expresso pelo modelo isotrópico de k- $\epsilon$  (Lopez de Bertodano, 1994c). A tensão turbulenta está baseada na relação de Boussinesq:

$$\tau_L^{Re} = \rho_L v_T (\nabla V_L - \nabla V_L^T) - \frac{2}{3} \kappa \delta_{ij} \quad (5)$$

A viscosidade turbulenta cinemática,  $v_T$ , é estabelecida considerando-se que há um acoplamento fraco entre as flutuações induzidas pelo tensor das deformações e aquelas produzidas pelas passagem das bolhas. Pode-se então sobrepor linearmente os dois efeitos:

$$v_T = \frac{C_\mu \kappa^2}{\epsilon} + C_{\mu b} \alpha_G D |V_G - V_L| \quad (6)$$

As constantes  $C_\mu$  e  $C_{\mu b}$  na Eq. (5) são iguais a 0,09 e 0,69, respectivamente. As condições de contorno nas paredes são prescritas por leis de parede, que realizam uma

conexão entre o escoamento turbulento e a parede. As equações para a energia cinética turbulenta e a dissipação,  $\kappa$  e  $\varepsilon$ , são as mesmas utilizadas em escoamentos monofásicos,

$$\kappa = \frac{\tau_w}{\rho_L} \sqrt{\frac{1}{C_\mu}} \quad \varepsilon = \frac{C_\mu^{0.75} \cdot \kappa^{1.5}}{0.43 \cdot y} \quad (7)$$

sendo  $\tau_w$  e  $y$  a tensão de cisalhamento na parede e a distância normal à parede, respectivamente.

### 3.2 O Termo de Pressão Interfacial

Para a fase líquida, a pressão na interface,  $p_{Li}$ , é dada por:

$$p_{Li} - p_L = -C_{pi} \rho_L (V_G - V_L)^2 \quad (8)$$

onde  $p_L$  é a pressão no seio do líquido. Com esta correlação entre a pressão da fase e a pressão da interface é possível constituir uma correlação para o termo de pressão interfacial da seguinte forma:

$$M_L^{PI} = -M_G^{PI} = C_{pi} \rho_L (\vec{V}_G - \vec{V}_L)^2 \nabla \alpha_G \quad (9)$$

Esta expressão resulta da solução do escoamento potencial ao redor de uma esfera. Neste caso, o coeficiente  $C_{pi}$  é 0,25. Lance e Bataille (1991) sugerem valores entre 0,5 a 0,7 para escoamentos em bolhas. Para bolhas distorcidas, Lahey (1990) sugere  $C_{pi} = 1$ . No presente trabalho utiliza-se a relação empregada por Lopes de Bertodano et al. (1994c),

$$C_{pi} = \frac{C_{vm}}{2} \quad (10)$$

onde  $C_{vm}$  é o coeficiente de força de massa virtual.

Para a fase gás, segue-se a proposição de Stuhmiller (1977); o qual considera que a diferença de pressão ( $P_{ki} - P_k$ ) é igual para ambas as fases,

$$P_{Gi} - P_G = P_{Li} - P_L \quad (11)$$

### 3.3 As Forças de Interface

A força interfacial generalizada atuando na fase  $k$ ,  $M_k^D$ , é normalmente subdividida em força de arrasto,  $M_k^d$ , e força de não-arrasto (*non-drag*),  $M_k^{nd}$ . As forças não-arrasto são a forças de sustentação lateral e a força de massa virtual.

A força de arrasto surge devido ao deslocamento relativo da bolha (fase dispersa) em relação ao líquido (fase contínua). A força de arraste em uma bolha de diâmetro  $D$  é:

$$M_L^d = -M_G^d = \frac{3}{4} \frac{C_D}{D} \rho_L \alpha_G (V_G - V_L) |V_G - V_L|. \quad (12)$$

Lahey (1990) sugere uma única expressão para  $C_D$  em função do número de Reynolds da bolha, calculado com base na viscosidade do líquido. Antal et al. (1991) também sugere uma expressão para o cálculo de  $C_D$ , mas com o número de Reynolds calculado como uma viscosidade média entre as fases. O presente trabalho emprega a expressão de  $C_D$  para bolhas distorcidas proposta por Kuo e Wallis (1988). Ela é função do número de Reynolds e do número de Weber da bolha.

A força de sustentação lateral, surge devido ao deslocamento da bolha em um líquido com uma distribuição não uniforme de velocidade. Em um escoamento em bolhas, ascendente, a força de sustentação lateral atua deslocando a bolha para a parede:

$$M_L^L = -M_G^L = C_L \rho_L \alpha_G \vec{V}_R \times (\nabla \times \vec{V}_L) \quad (13)$$

onde  $\vec{V}_R$  é a velocidade relativa entre a fase gasosa e líquida.

Conforme inicialmente sugerido por Lahey et al. (1993), o coeficiente sustentação lateral,  $C_L$ , varia entre 0,05 e 0,1 em escoamentos ar-água em bolhas. Na sequência, seus co-autores sugeriram valores diferentes. Antal et al. (1991), trabalhou com  $C_L$  variando entre 0,01 e 0,5 e Wang et al. (1987) utilizou o valor de 0,5. No presente trabalho far-se-á um ajuste de  $C_L$  para que a solução numérica melhor represente os dados experimentais.

A força de massa virtual, que aparece na equação da conservação da quantidade de movimento para escoamentos bifásicos dispersos, é uma representação da força necessária para acelerar a massa da fase contínua que circunda a fase dispersa. Este efeito pode ser negligenciado se a densidade da fase dispersa é muito maior que a da fase contínua, isto é,  $\rho_d/\rho_c \gg 1$ , e quando a velocidade relativa entre as fases não varia. Em escoamentos com partículas sólidas, ou gotas de líquido, escoando com gases, este efeito é pequeno. No movimento de bolhas de gás em líquidos, entretanto, há que considerá-lo havendo um movimento relativo grande ou ainda uma acentuada expansão ou contração da bolha. Estes dois processos alteram o tamanho da bolha, eventualmente sua forma e, conseqüentemente, seu movimento relativo. A força de massa virtual é:

$$M_L^{vm} = -M_G^{vm} = C_{vm} \rho_L \alpha_G \left( \frac{\partial(\mathbf{V}_G - \mathbf{V}_L)}{\partial t} + \mathbf{V}_G \nabla \mathbf{V}_G - \mathbf{V}_L \nabla \mathbf{V}_L \right) \quad (14)$$

O coeficiente de massa virtual,  $C_{vm}$ , descreve o volume de fluido deslocado que contribui para compor a massa efetiva da fase dispersa. É provável que este parâmetro seja uma função da fração de vazio,  $\alpha_d$ , da fase dispersa, mas freqüentemente é considerado um valor constante. Para partículas esféricas,  $C_{vm}$  é feito igual a 0,5 (Drew and Lahey, 1987), mas poderá ter valores diferentes para outras geometrias. Os valores sugeridos por outros autores são: variando de 2,0 ~ 3,0 (Kuo e Wallis, 1988); entre 1,2 ~ 3,4 (Lance and Bataille 1991); uma função da fração de vazio (Watanabe, et al. 1990).

#### 4. MÉTODO NUMÉRICO

A solução do sistema de equações diferenciais parciais foi obtida com o pacote de CFD PHOENICS<sup>®</sup> versão 2.1, utilizando uma discretização por volumes finitos. O método de solução utiliza o algoritmo SIMPLEST, desenvolvido por Spalding (1994). A transferência de momento dos termos interfaciais é realizada utilizando-se o algoritmo de IPSA, o qual acopla as equações de transporte por meio dos diversos termos interfaciais apresentados na seção 3.0.

Explorando a simetria do escoamento, o domínio computacional é constituído de um quarto da seção transversal (um quadrante), estendendo-se na direção vertical, z. A malha é não uniforme, com 15x15x50 volumes de controle, distribuídos nas direções x, y e z respectivamente. Um cuidado particular foi tomado com relação à distância da parede no primeiro volume de controle, para garantir a aplicabilidade da lei de parede, isto é  $30 < y^+ < 100$ . Dado que o número de Reynolds da fase líquida nos escoamentos testados variou entre 30000 a 40000 a face do primeiro volume de controle ficou a uma distância de 2,5 mm da parede. Um procedimento em marcha que explora a natureza parabólica do escoamento foi usado para resolver as equações de conservação.

Devido ao forte acoplamento existente entre as fases neste escoamento disperso em bolhas, o sistema de seis equações de transporte foi integrado tomando-se cuidado especial com os fatores de sub-relaxação. Para a malha utilizada, a solução convergida requereu um tempo de aproximadamente 5 horas de CPU de uma workstation HP série 7000.

## 5. RESULTADOS

O primeiro teste experimental foi conduzido com o intuito de se verificar a simetria da distribuição de vazios na seção transversal. Desvios na verticalidade da seção de testes e mesmo uma mistura das correntes de ar e água não uniforme propagam seus efeitos até a seção de medidas induzindo assimetrias laterais de distribuições. Uma varredura de 25 pontos em toda a seção transversal do duto foi realizada para o par de velocidades superficiais  $J_L$  e  $J_G$  de 0,946 m/s e 0,041 m/s, respectivamente, o que resultou em uma fração de vazio média na seção transversal,  $\langle \alpha \rangle$ , igual a 3,3%. O resultado da distribuição de vazios local na seção transversal é mostrado na Fig. 2, na forma de curvas de contorno de  $\alpha$  constante. As curvas de 'iso-alfa' foram geradas pelo Surfer®, um 'software' gráfico, que cria os contornos a partir de uma interpolação numérica dos valores experimentais.

A observação visual direta da Fig. 2 indica a ocorrência de uma distribuição simétrica da fração de vazio na seção transversal, como era desejado, indicando a verticalidade da seção e a geração adequada das bolhas no misturador. Destaca-se também uma maior concentração das bolhas de ar próxima às paredes, fenômeno similar àquele que ocorre em dutos de seção circular. Nos dutos de seção quadrada observou-se, particularmente, uma ainda maior fração de vazio (concentração de bolhas) junto aos vértices.

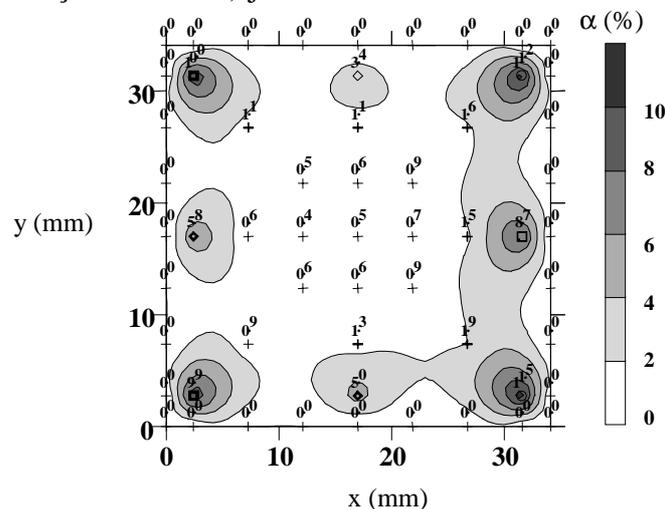


Figura 2 – Mapa de contornos da fração de vazio na seção de medidas do duto para  $J_L$  e  $J_G$  de 0,946 m/s e 0,041 m/s, respectivamente e  $\langle \alpha \rangle = 3,3\%$ .

Medidas mais detalhadas da fração de vazio, com uma varredura de 35 pontos em um quadrante da seção transversal, foram feitas para o mesmo par de vazões,  $J_L$  e  $J_G$  de 0,946 m/s e 0,041 m/s respectivamente. Estes resultados experimentais estão apresentados na Fig. 3, como círculos. Os resultados numéricos da solução do Modelo de Dois Fluidos para a fração de vazio, obtidos com o Phoenix, estão também na Fig. 3, representados pelas linhas contínuas. Esta solução foi obtida com um coeficiente de sustentação lateral  $C_L = 1,2$ . O diâmetro de bolha adotado no modelo foi 3 mm, valor médio revelado pelas imagens feitas com uma câmara de vídeo digital rápida (1000 quadros/segundo).

A seqüência de gráficos em perspectiva mostra os resultados experimentais e numéricos em planos transversais  $xz$  em diferentes posições  $y$ , isto é, em 5 planos que se afastam progressivamente da parede, de  $y = 0$  para o centro do canal,  $y = 17,05$  mm. O primeiro gráfico na perspectiva refere-se a medidas realizadas no interior do primeiro volume de controle numérico, isto é, em posições  $y$  inferiores a 2,5 mm. Assim, estas medidas não têm as correspondentes soluções numéricas. Já nos planos subsequentes, em  $y = 3,2$  mm; 6,1 mm; 10,5 mm e 17,0 mm, existe a correspondência entre os resultados.

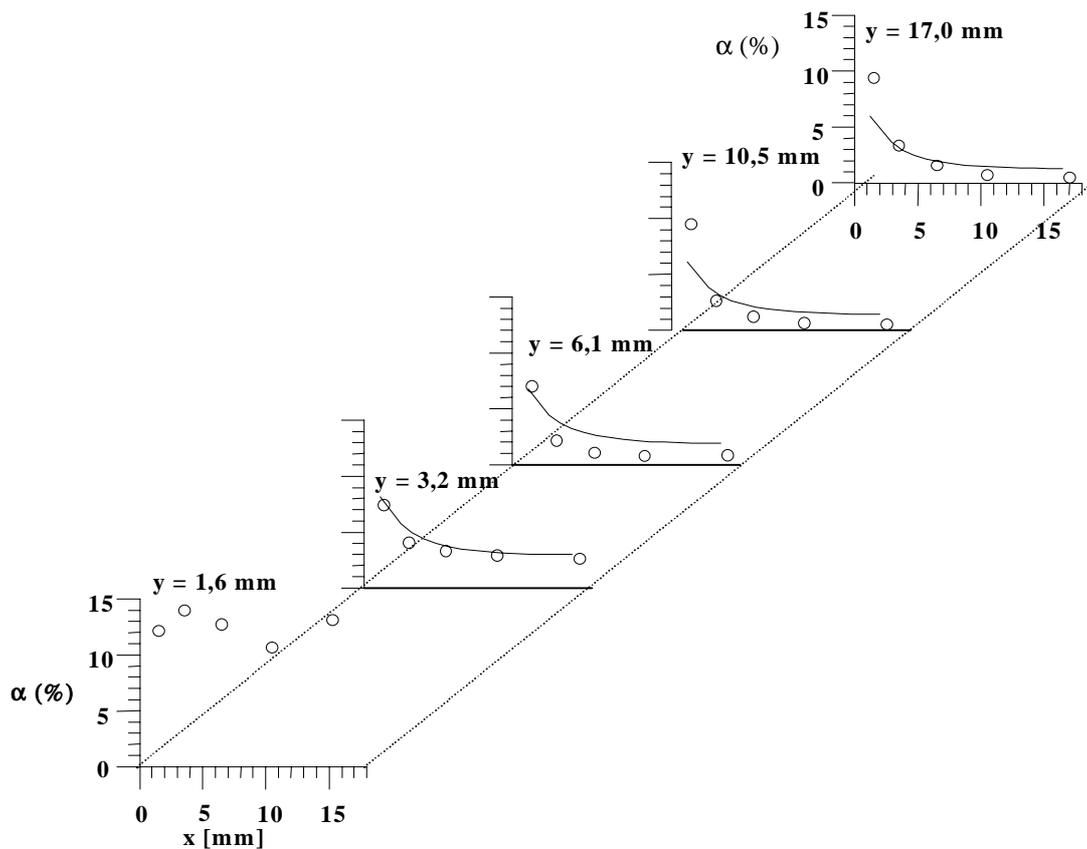


Figura 3 – Comparação entre distribuição da fração de vazios experimental e numérica (linha contínua) para um quadrante da seção.  
 $(J_L; J_G) = (0,946 \text{ m/s}; 0,041 \text{ m/s})$

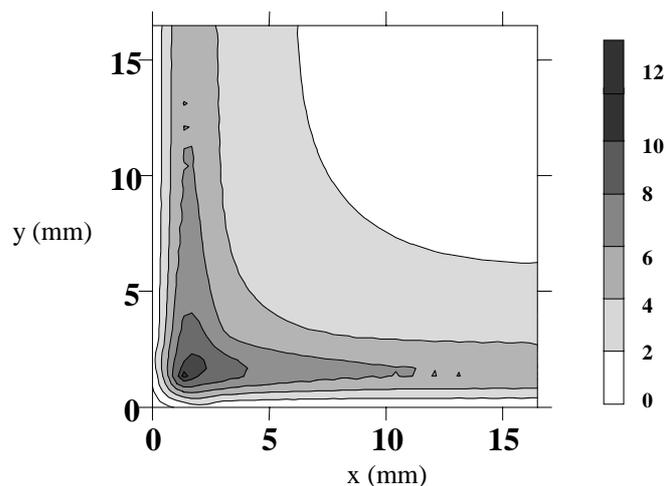


Figura 4 – Mapa de contornos da fração de vazio calculada com  $C_L = 1,2$ .  
 $(J_L \text{ e } J_G) = (0,946 \text{ m/s}; 0,041 \text{ m/s})$  e  $\langle \alpha \rangle = 3,3 \%$ .

O gráfico de contorno mostrado na Fig. 4 ilustra mais claramente, porém de forma qualitativa, a distribuição de fração de vazio no quadrante do tubo de seção quadrada. Como

os contornos são gerados a partir de funções matemáticas do 'software' utilizado, para um dado conjunto de pontos medidos, e não se tem conhecimento ou controle sobre estas funções, as interpolações não podem ser consideradas para efeito de comparação quantitativa. Entretanto, verifica-se que há similaridade entre as distribuições de fração de vazio medida e calculada, quando se analisa as Fig. 2 e 4.

Assim, verifica-se que no escoamento em bolhas em um tubo de seção quadrada há uma maior concentração de fração de vazio (bolhas de gás) junto às paredes, atingindo um valor máximo de até 13 % próximo ao vértice da seção para uma fração de vazio média na seção de 3,3%. A fração de vazio no centro do tubo tem valores tão baixos quanto 1%.

O Modelo de Dois Fluidos descreveu com razoável precisão o comportamento da fração de vazio na seção do tubo quadrado. Entretanto, seu resultado para a região central do duto é ainda ligeiramente superior aos valores medidos, enquanto que próximo às paredes o valor calculado é inferior, mesmo utilizando-se um coeficiente de sustentação lateral igual a 1,2, superior aos valores referidos por outros pesquisadores para tubos de seção circular e tubos sem axi-simetria. Os resultados, entretanto podem ser considerados bons, dadas a complexidade do escoamento e da modelagem utilizada.

## 6. CONCLUSÕES

Verificou-se, nestas medições do escoamento em bolhas em um tubo de seção quadrada, que há uma maior concentração de fração de vazio (bolhas de gás) junto às paredes. Para os dados apresentados, que tiveram uma fração de vazio média de 3,3%, a fração de vazio atingiu um valor máximo de até 13% próximo ao vértice da seção. A fração de vazio no centro do tubo teve valores tão baixos quanto 1%.

O modelo de dois fluidos descreveu com razoável precisão a distribuição da fração de vazio na seção do tubo quadrado. Entretanto, seu resultado para a região central do duto é ainda ligeiramente superior aos valores medidos, enquanto que próximo às paredes o valor calculado é inferior, mesmo utilizando-se um coeficiente de sustentação lateral igual a 1,2, superior aos valores referidos por outros pesquisadores para tubos de seção circular e tubos sem axi-simetria. Os resultados, entretanto podem ser considerados bons, dadas a complexidade do escoamento e da modelagem utilizada.

## REFERÊNCIAS

- Antal S.P., Lahey Jr, R.T. e Flaherty, J.E., 1991, Analysis of phase distribution in fully developed laminar bubbly two-phase flow, *Int. J. Multiphase Flow*, vol. 17, n. 5, pp. 635-652.
- Dias S.G., França F.A. e Rosa E.S., 1998, The progress of the void fraction, bubble size and bubble velocity in a short vertical nozzle under the occurrence of bubble flows, *Third International Conference on Multiphase Flow, ICMF98*, P392
- Drew and Lahey Jr, R.T., 1979, Application of general constitutive principles to the derivation of multidimensional two-phase flow equations, *Int. Journal Multiphase Flow*, vol. 5, pp. 243-264.
- Drew D. A., 1983, Mathematical modeling of two-phase flow, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, vol. 15, pp. 261.
- Drew, D.A. and Lahey Jr, R.T. , 1987, The virtual mass and lift force on a sphere in rotating and straining inviscid flow, *Int. Journal Multiphase Flow*, v.13, n. 1, pp. 113-121.
- Hibiqui T., Mishima K., Yoneda K. Fujine S. Tsuruno A. Matsubayashi M., 1994, Visualization of fluid phenomena using a high frame-rate neutron radiography with a steady thermal neutron beam, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research a* vol. 351 pp. 423-436
- Ishii, M., 1975, *Thermo-Fluid Dynamic Theory of Two-Phase Flow*, Eyrolles, Paris - France

- Ishii, M. and Mishima, K., 1984, Two-fluid model and hydrodynamic constitutive relations, *Nuclear Engng. and Design*, vol. 82, pp. 107-126.
- Keska, J.K. e Fernando, R.D., 1994, Average physical parameters in an air-water two-phase flow in a small, square-sectioned channel, *J. Fluids Engineering*, Vol. 116, pp. 247-253.
- Kuo, J.T. and Wallis, G.B. , 1988, Flow of bubbles through nozzles, *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 14, n. 5, pp. 547.
- Lahey R.T., 1990, The analysis of phase separation and phase distribution phenomena using two-fluid models, *Nuclear Engng. & Design*, Vol. 122, pp. 17.
- Lahey, R.T. Jr, I, M.L., Jones, O.C., 1993, Phase distribution in complex geometry conduits, *Nuclear Engng. & Design*, v.141, pp. 177-201.
- Lance, M. and Bataille, J., 1991, Turbulence in the liquid phase of a uniform bubbly air-water flow, *J. Fluid Mechanics*, vol. 222, pp. 95-118.
- Lopez de Bertodano, M., 1992, Turbulent bubbly two-phase flow in a triangular duct, 5<sup>th</sup> Int. Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermohydraulics, pp. 1073-1089, Sep., UT – USA.
- Lopez de Bertodano, M.L., Lahey, R.T. and Jones, O.C., 1994a, Phase distribution in bubbly two-phase flow in vertical ducts, *Int. J. Multiphase Flow*, vol. 20, no. 5, pp. 805-818.
- Lopez de Bertodano, M.L., Lahey, R.T. and Jones, O.C., 1994b, Turbulent bubbly two-phase flow data in a triangular duct, *Nuclear Engineering and Design*, vol. 146, pp. 43-52.
- Lopez de Bertodano, M.L., Lahey, R.T. and Jones, O.C., 1994c, Development of a  $\kappa$ - $\epsilon$  model for bubbly two-phase flow, *Trans. ASME*, vol. 116, march, pp. 128-134.
- Mishima, K. Hibiki, T. e Nishihara, H., 1993, Some characteristics of gas-liquid flow in narrow rectangular ducts, *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 19, # 1, pp. 115-124.
- Mishima, K., Hibiki, T., Yoneda, K., Fujine, S., Kanda, K., Nishihara, H. e Chung, N., 1994, *Annu. Rep. Res. Reactor Inst. Kyoto University*, Vol. 27, pp. 245-253.
- Moujaes, S e Dougal R. S., 1987, Experimental Investigation of cocurrent two-phase flow in a vertical rectangular channel, *Canadian J. Che. Eng.* Vol 65, october, pp. 705-715.
- Sadatomi M., Sato Y., e Saruwatari S., 1982, Two-phase flow in vertical noncircular channels, *Int. J. Multiphase Flow* vol. 8, n. 6, pp. 641-655.
- Spalding, B.D., “The Phoenix Encyclopaedia”, CHAM, 1994.
- Stuhmiller, J.H., 1977, The influence of interfacial pressure forces on the character of two-phase flow model equations, *Int. J. Multiphase Flow*, Vol.3, pp 551.
- Troniewski, L. e Ulbrich, R., 1984, Two-phase gas-liquid flow in rectangular channels, *Chem. Engineering Science*, Vol. 39, # 4, pp. 751-765.
- Wang S.K., Lee S.J., Jones Jr O. C., e Lahey Jr R. T., 1987, 3-D turbulence structure and phase distribution measurements in bubbly two-phase flow, *Int. J. Multiphase Flow*, vol. 13, n 3, pp. 327-343.
- Watanabe T., Hirano M., Tanabe F., e Kamo H., 1990, The effect of the virtual mass force on the numerical stability and efficiency of system calculations, *Nuclear Engineering and Design*, vol. 120, pp. 181-192.

## EXPERIMENTAL AND NUMERICAL ANALYSIS OF A VERTICAL UPWARD BUBBLY FLOW IN A SQUARE DUCT

**SUMMARY** – The phase distribution in air-water bubbly flows in a vertical duct with a squared cross has been measured and modeled. To measure the local void fraction in different points of the section one used electrical conductive probe driven by a digital micrometer allowing transversal and azimuthal displacements. The 3D flow has been modeled with the Two-Fluid model and solved by the code PHOENICS®. The model used the  $k$ - $\epsilon$  turbulent modelling with a bubble-induced turbulence and as solved following a semi-parabolic approach. The results were plotted as line and contour graphics for a flow with a section average void fraction of 3,8 %. There was a good agreement between the measured and calculated data for these preliminary results when one used a lateral lift coefficient equal to 1,2.

**Keywords** – bubbly flow, vertical duct, squared cross section, two-fluid model.