

ESTUDO DE MODELOS PARA A SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE ESCOAMENTOS TURBULENTOS DOMINADOS POR EFEITOS DE CURVATURA

Francisco P. BRAGA

Marcos V. BORTOLUS

Universidade Federal de Minas Gerais, Departamento de Engenharia Mecânica
Av. Antônio Carlos, 6627 - 31270-901 Belo Horizonte - MG

***Resumo.** Este trabalho compara diversas correções ao modelo $k - \epsilon$ para se levar em conta escoamentos com efeitos de curvatura das linhas médias e analisa o aspecto da representação física do problema sob os seguintes pontos de vista: simplicidade, para que possam ser adotadas facilmente em programas industriais já existentes, robustez e eficiência, isto é, boas características de convergência, e tempo computacional, no caso de um escoamento à jusante de um degrau descendente.*

***Palavras-chave:** Turbulência, Modelo $k - \epsilon$, Simulação numérica.*

1. INTRODUÇÃO

Os escoamentos turbulentos dominados por efeitos de curvatura estão presentes em diversas aplicações da engenharia. Pode-se citar, por exemplo, escoamentos dentro de dutos curvos (caso de curvatura longitudinal) e escoamentos com separação (caso de curvatura local) encontrados em turbinas à gás, circuitos eletrônicos e trocadores de calor. A curvatura das linhas de corrente muda significativamente a estrutura do escoamento turbulento. De acordo com Cheng (1990), os principais efeitos são: i) a curvatura no plano de cisalhamento médio provoca grandes mudanças nas tensões de Reynolds e na energia cinética turbulenta da estrutura turbulenta de camadas de cisalhamento; ii) a mistura turbulenta é inibida pela presença de curvatura convexa representando um efeito estabilizador que atenuará as tensões de Reynolds e a energia cinética turbulenta; iii) por outro lado, a curvatura côncava tem um efeito desestabilizante que não só aumenta a intensidade turbulenta e o tamanho das escalas, como também induz estruturas turbilhonares do tipo Görtler.

Diversos estudos, entre eles o de Leschziner e Rodi (1981) e o do próprio Cheng (1990), têm mostrado que os modelos de turbulência Algébrico e o Modelo $k - \epsilon$ não são adequados para este tipo de problema, devido à consideração de uma relação linear entre o Tensor de Reynolds e as taxas de deformação do escoamento médio. Para se resolver este problema, poder-se-ia pensar na utilização de modelos de turbulência do tipo Modelo das Tensões de Reynolds (RSM). No entanto, certas hipóteses utilizadas neste modelo ainda não são bem estabelecidas. Além disto, o custo computacional quando se utiliza estes modelos ainda é alto e nem sempre os aspectos de convergência são satisfatórios. Por esta razão, diversas correções

foram propostas nos últimos anos ao modelo $k - \epsilon$ para se levar em conta os efeitos de curvatura, tendo em vista ser este modelo o mais utilizado em programas industriais e apresentar resultados quantitativa e qualitativamente próximos de resultados experimentais. De acordo com Thangam e Speziale(1992), desde que devidamente corrigido, apresenta resultados superiores aos dos modelos algébricos, e a uma equação, no caso de escoamentos com efeitos de anisotropia.

Nos últimos anos, diversas correções foram propostas ao modelo $k - \epsilon$ para o caso de escoamentos com efeitos de curvatura das linhas de corrente. Pode-se citar, por exemplo, os trabalhos de Leschziner e Rodi (1981), de Pourahmadi e Humphrey(1983), de Speziale(1987), de Cheng e Farokhi(1992), de Yakhot e outros(1992) e o de Holloway e Gupta(1993). Assim, os objetivos deste trabalho são: comparar correções mais utilizadas na prática e analisá-las sob os seguintes pontos de vista: i) simplicidade – a fim de que possa ser adotada facilmente em programas industriais já existentes e ii) robustez e eficiência, ou seja, boas características de convergência e tempo computacional.

A geometria considerada para a solução do problema está representada na Fig. 1, a qual mostra, também, as diversas zonas no interior do domínio do escoamento.

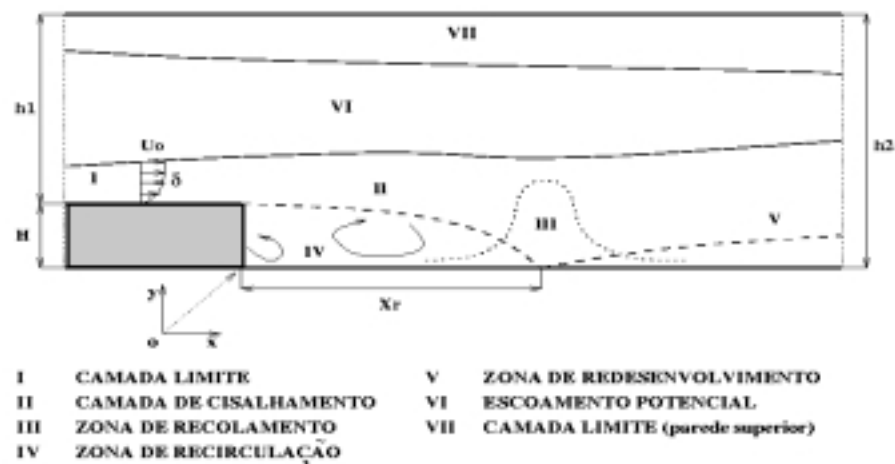


Figura 1 – Escoamento a jusante de um degrau descendente.

2. DESCRIÇÃO DOS MODELOS DE TURBULÊNCIA

2.1 O modelo $k - \epsilon$ padrão

O sistema de equações governantes para um campo de escoamento incompressível, turbulento, isotérmico e em regime transiente, na forma tensorial, é dado por:

A equação da continuidade (conservação da massa):

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0, \quad (1)$$

As equações do movimento (conservação da quantidade de movimento):

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \left[\nu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \overline{u_i u_j} \right], \quad (2)$$

Como a tensão de Reynolds aparece na Eq. (2), são necessárias equações adicionais para equilibrar o número de incógnitas com o de equações, e permitir a solução do sistema. No modelo k - ε padrão é usado o conceito de viscosidade turbulenta de Bussinesq. Nesse modelo, a tensão de Reynolds é definida do seguinte modo:

$$-\overline{u_i u_j} = \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} k, \quad (3)$$

onde μ_t é a viscosidade turbulenta. A formulação para a viscosidade turbulenta μ_t usada no modelo k - ε é a seguinte:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad (4)$$

Há, também, duas equações de transporte, uma para a energia cinética turbulenta e outra para a taxa de dissipação, dadas por:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + P_k - \varepsilon, \quad (5)$$

e

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + U_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + c_1 \frac{\varepsilon}{k} P_k - c_2 \frac{\varepsilon^2}{k}, \quad (6)$$

onde

$$P_k = \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j}. \quad (7)$$

nas equações acima: U_i e u_i , P , ρ , $-\overline{u_i u_j}$, P_k , k , ε , ν e ν_t , são, respectivamente, os componentes médio e flutuante da velocidade, a pressão estatística média, a densidade do fluido, as tensões de Reynolds, a produção de energia cinética turbulenta, a energia cinética turbulenta, a taxa de dissipação e as viscosidades molecular e turbulenta. σ_k , σ_ε , C_1 e C_2 , são constantes empíricas e tem os seguintes valores: 1.0, 1.3, 1.44 e 1.92, respectivamente. A constante C_μ é ajustada empiricamente para camadas cisalhantes simples.

2.2 Correções segundo Hanjalic e Launder

A forma deste modelo adotada neste trabalho é a apresentada por Leschzeiner e Rodi (1981) A modificação envolve a substituição do termo da produção-dissipação $P_\varepsilon = C_1 \varepsilon / k P_k$,

pela expressão geral:

$$P_z = \frac{\varepsilon}{k} \left(C_1' P_k - C_1'' v_t \varepsilon_{ij} \varepsilon_{imk} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \frac{\partial U_l}{\partial x_m} \right), \quad (8)$$

onde: $C_1' = 2.1$; $C_1'' = 0.8$ e ε_{ijk} é um tensor alternativo de terceira ordem. Para a situação bidimensional que está sendo considerada a Eq. (8) fica reduzida a

$$P_\varepsilon = \frac{\varepsilon}{k} \left[C_1' P_k - C_1'' v_t \left(\frac{\partial U}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 \right]. \quad (9)$$

na qual o termo entre parêntesis é a vorticidade.

2.3 Modificações do Grupo de Renormalização - RNG

As diferenças entre o modelo $k - \varepsilon$ padrão e o modelo do grupo de renormalização concentram-se, basicamente, nos coeficientes C_μ , σ_k , σ_ε , C_1 e C_2 , cujos valores são: 0,0845, 0,729, 0,720, 1,420 e 1,680 + R , respectivamente e R é calculado do seguinte modo:

$$R = \frac{C_\mu \eta^3 (1 - (\eta/\eta_0))}{1 + \beta \eta^3}; \quad \eta = S k/\varepsilon, \quad (10)$$

e

$$S = \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}}, \quad (11)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right), \quad (12)$$

$$\beta = 0.012 ; \quad \eta_0 = 4.38. \quad (13)$$

2.4 A correção segundo Cheng e Farokhi

É proposta uma nova formulação algébrica para a viscosidade turbulenta μ_t no modelo $k - \varepsilon$, para levar em conta vários efeitos da curvatura das linhas de corrente.

$$\mu_t = \rho \frac{k^2}{\varepsilon} \frac{2\phi}{3} \left[1 - R_f - \phi \frac{P_r}{\varepsilon} \frac{R_f^2 + 4R_f + 1}{1 - R_f} \right], \quad (14)$$

onde R_f , o número de Richardson, é uma medida da taxa de deformação extra devida à curvatura da linha de corrente e é dado por:

$$R_f = - \frac{\partial V / \partial x}{\partial U / \partial y}. \quad (15)$$

2.5 Correções de Chang e Cheng

A constante C_2 que aparece na equação de ε é corrigida como uma função do número de Richardson, que neste caso é dado por:

$$Ri_c = \frac{uv}{u^2 + v^2} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u) - \frac{\partial u}{\partial x} \right] / \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u) + \frac{\partial v}{\partial x} \right]. \quad (16)$$

2.6 Condições de contorno

Os resultados numéricos são comparados às experiências de Vogel e Eaton(1985), vide também Vogel(1994) cujas condições de referência são (vide Figura 1):

- camada limite turbulenta na entrada;
- $Re=28.000$ – comprimento de referência = H ;
- $\delta/H=1,1$;
- $h_2/h_1 = 1,25$.

Na entrada, impõe-se perfis de velocidade, de energia cinética e de dissipação obtidos a partir dos perfis experimentais de U e u' obtidos por Vogel(1994). Nas paredes, as condições velocidade normal nula e de não-deslizamento são impostas utilizando-se um modelo de parede de duas camadas do tipo *leis de parede* baseado no Modelo de Chieng et Launder (1980) que, de acordo com Bortolus e Giovannini(1995), apresenta resultados fisicamente razoáveis e boas características de robustez e convergência. Finalmente, na saída do domínio, supõe-se que os gradientes das diversas variáveis na direção do escoamento sejam nulos.

3. METODOLOGIA NUMÉRICA

Utiliza-se neste trabalho como ferramenta numérica o programa TEACH (Gosman, 1976) desenvolvido no Imperial College. Neste programa as equações que governam o escoamento são discretizadas pela técnica de Volumes Finitos, o esquema Híbrido é utilizado para o tratamento dos termos convectivos, as malhas são deslocadas e em coordenadas cartesianas, e o acoplamento velocidade pressão é resolvido com o algoritmo SIMPLE. As principais vantagens deste programa são a sua robustez e a sua estrutura transparente o que permite um controle maior de seus diversos módulos. Os resultados numéricos obtidos com os diversos modelos são comparados a resultados experimentais encontrados na literatura.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os resultados foram obtidos com uma malha de 146×102 pontos nas direções x e y , respectivamente. Esta malha foi escolhida após uma análise criteriosa de convergência mostrada na referência (bortolus, 1995). O tempo de processamento em uma estação de trabalho *SPARCstation Sun Ultra modelo 170*; processador UltraSPARC de 64 bits; clock de 167-MHz e Memória RAM de 128-MBytes – foi de aproximadamente 20 minutos. O número de iterações para convergência do Programa TEACH não variou significativamente de um modelo a outro, ficando em torno de 1200 iterações, exceto para o Modelo de Cheng e Farokhi cujo programa não convergiu nem quando se iniciou o processo iterativo com o modelo $k - \varepsilon$. Sendo assim, excluiu-se este modelo das comparações mostradas a seguir.

As figuras 2 a 5, mostram as linhas de corrente obtidas com os diferentes modelos. Nota-se que os aspecto geral destas não se modifica sensivelmente de um modelo a outro, exceto no que diz respeito ao tamanho da zona de recirculação que no modelo de Leschzeiner e Rodi, Fig. 3, RNG, Fig. 4 e de Chang, Fig. 5 são superiores ao do Modelo $k - \epsilon$ padrão, aproximando-se mais dos resultados experimentais com mostrado a seguir.

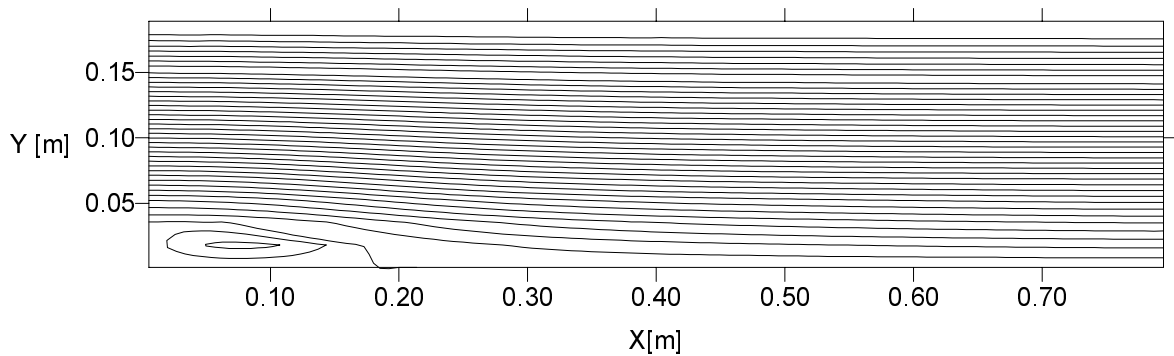


Figura 2 - Linhas de corrente – Modelo $k - \epsilon$ Padrão

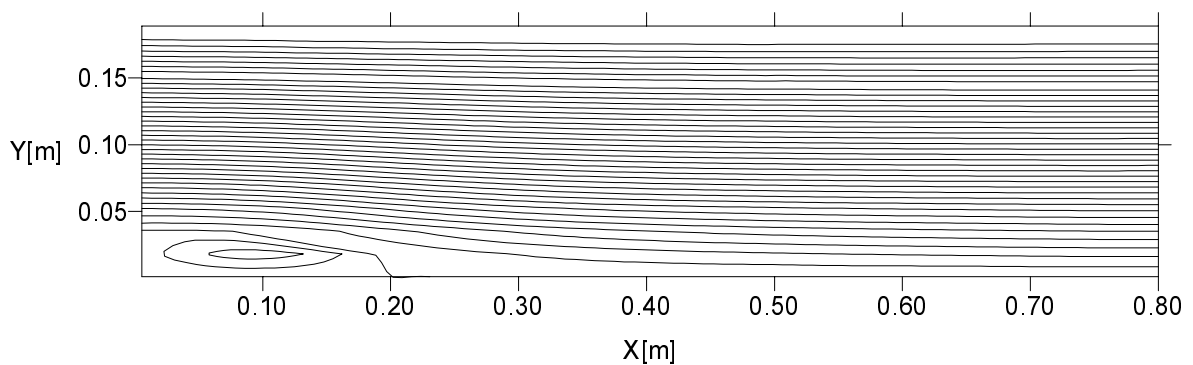


Figura 3 - Linhas de corrente – Hanjalic-Launder.

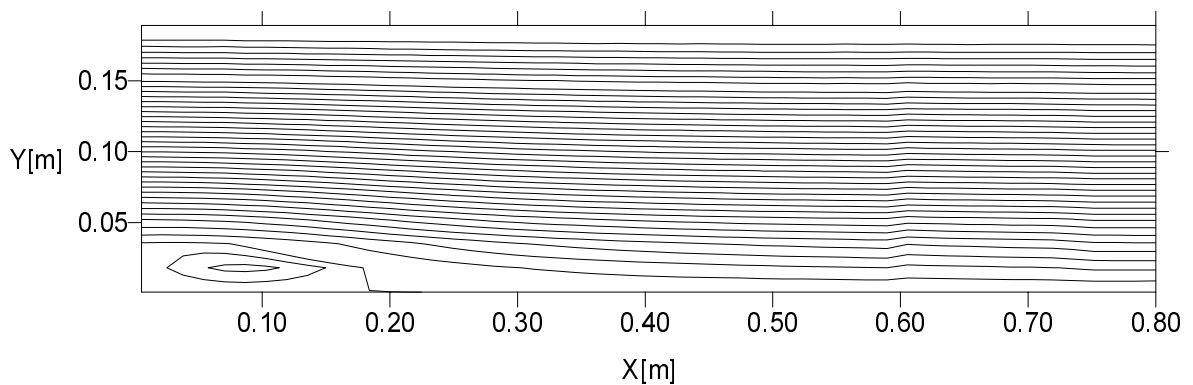


Figura 4 – Linhas de corrente – Grupo de Renormalização.

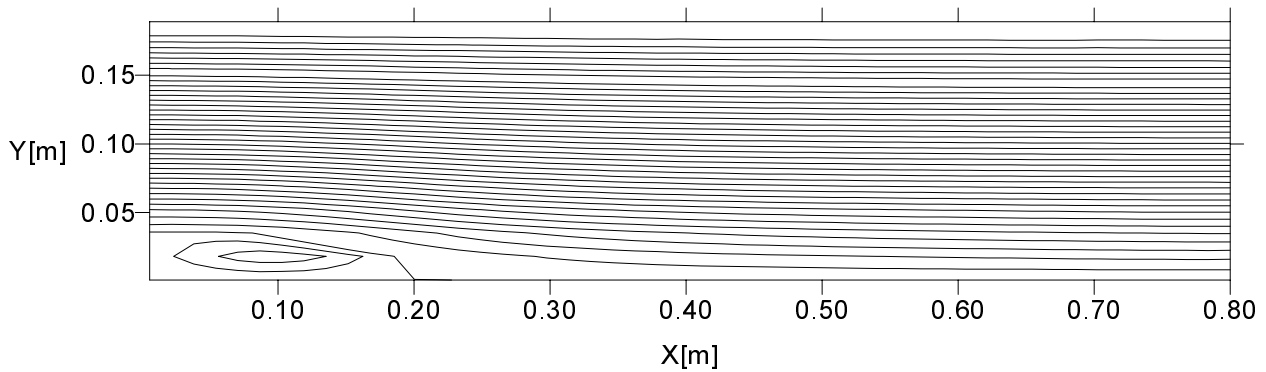


Figura 5 - Linhas de corrente – Modelo de Chang.

O tamanho da zona de recirculação é medido a partir da posição de recolamento - X_r definida como sendo o ponto sobre a parede inferior do degrau onde o coeficiente de atrito é igual a zero. Na tabela 1 é mostrada a posição de recolamento para os diversos modelos e a posição obtida experimentalmente por Vogel (1994), juntamente com as diferenças percentuais entre os modelos e a experiência. O ganho mais significativo foi obtido com os modelos de Hanjalic-Launder e Chang.

Tabela 1. Comparação dos comprimentos de recolamento.

Modelo	X_r/H	Diferença (%)
Experimental	6,67	–
k - ϵ Padrão	5,45	18,0
Hanjalic e Launder	5,89	17,7
RNG	5,74	13,9
Chang	5,89	11,7

Nas figuras seguintes, devido às diferenças entre as posições de recolamento - X_r - numérica e experimental utiliza-se nas comparações a coordenada adimensionalizada

$$x^* = \frac{x - X_r}{X_r} \quad (17)$$

Na figura 6, mostra-se a distribuição de coeficiente de atrito - C_f na parede inferior do canal e a jusante do degrau. Não são notadas diferenças sensíveis em relação ao Modelo k - ϵ padrão, ou seja, as diferenças médias entre os diversos modelos e a experiência são muito próximas.

Nas figuras 7 e 8 os perfis de velocidade média - U e de flutuação de velocidade rms que corresponde à raiz da média do quadrado da velocidade de flutuação, ou seja, corresponde ao desvio padrão. Nestas figuras U_o é a velocidade do escoamento na entrada do canal. Os perfis de velocidade referem-se a uma seção transversal no interior da zona de recirculação cuja posição é $x^* = -0.3$. Também nestas duas figuras não são notadas diferenças sensíveis em relação ao Modelo k - ϵ Padrão.

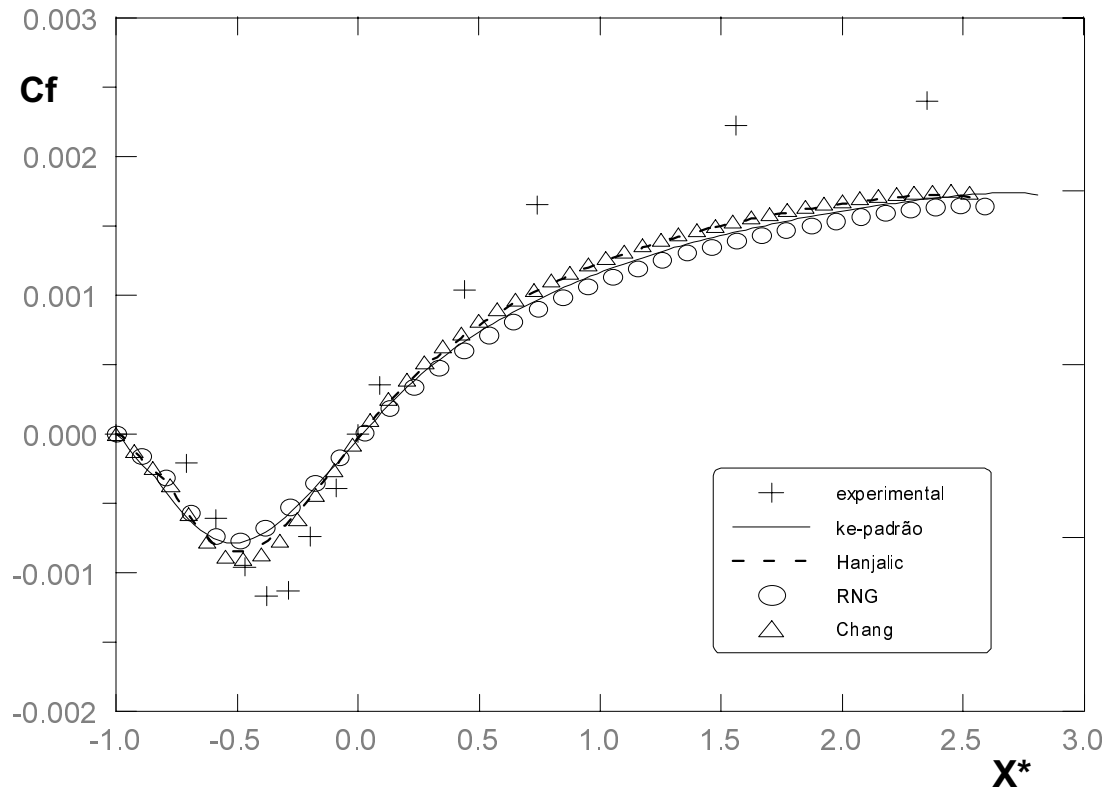


Figura 6 - Distribuição do Coeficiente de Atrito

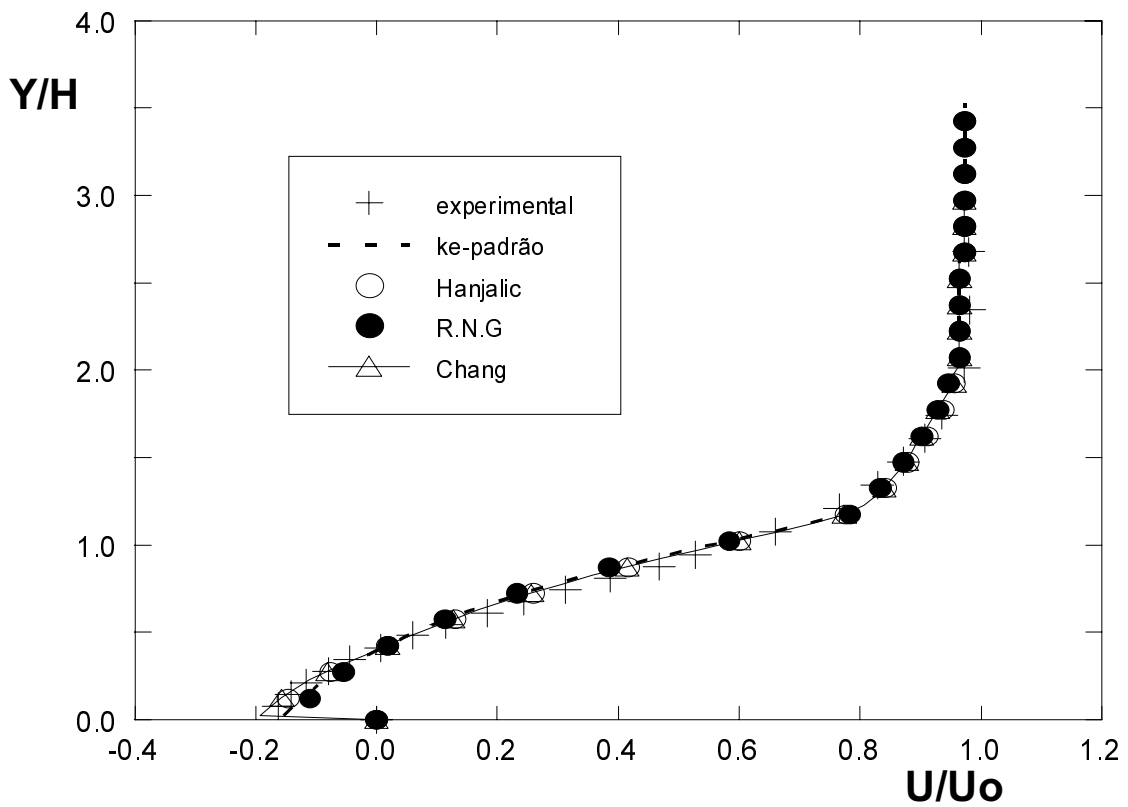


Figura 7 - Perfis de Velocidade Média

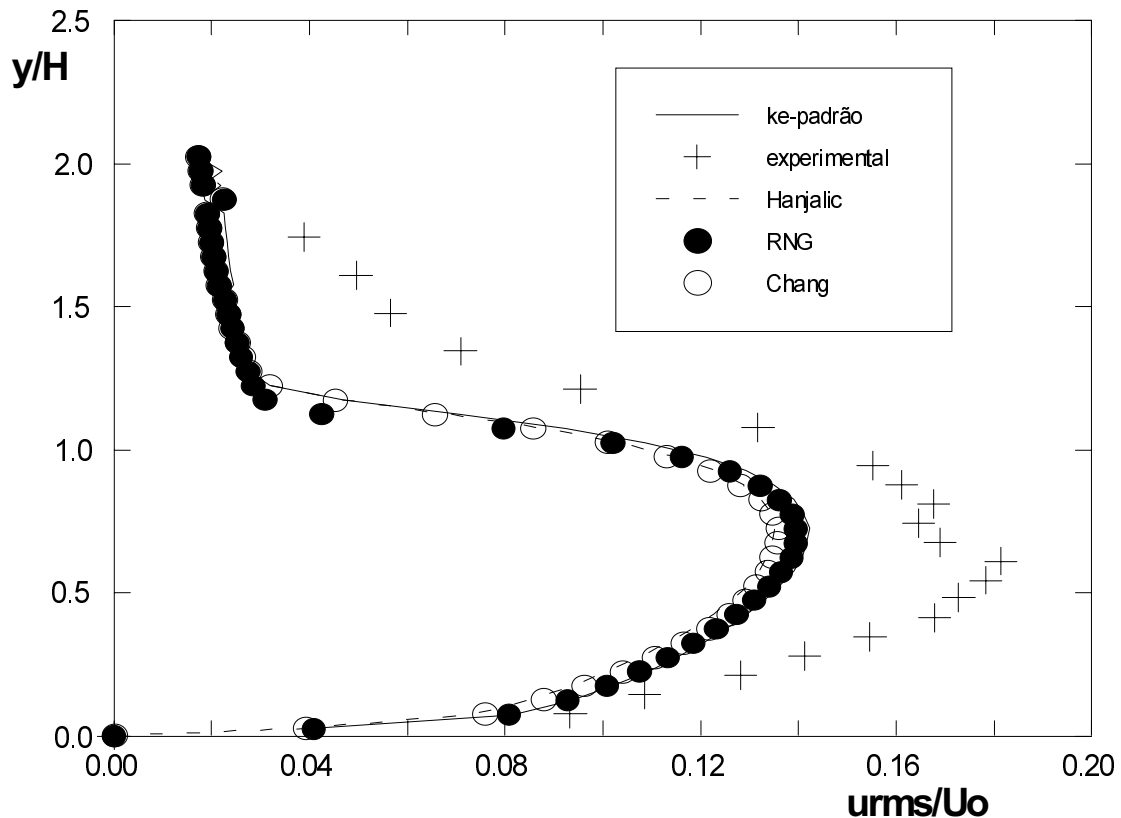


Figura 8 - Perfis de Flutuação de Velocidade

5. CONCLUSÃO

O Modelo $k - \epsilon$ tem se tornado ao longo dos anos um dos mais populares modelos de turbulência, sendo utilizado em inúmeras aplicações práticas. Isto se deve, principalmente, a uma composição de relativa simplicidade de implementação, robustez numérica e ser amplamente testado em diversas aplicações. No entanto, apesar destas vantagens, este modelo ainda apresenta algumas dificuldades. Uma dessas dificuldades é o que foi descrito neste trabalho em relação à inadequação deste modelo ao caso de escoamentos turbulentos com curvatura acentuada de linhas de corrente médias. Assim, o principal objetivo deste trabalho foi comparar correções ao modelo $k - \epsilon$ mais utilizadas na prática, para se levar em conta o efeito de curvatura das linhas de corrente médias de escoamentos turbulentos.

Exceto pelo comprimento de recolamento, no qual os modelos de Hanjalic e Launder, Cheng e RNG tiveram um desempenho melhor do que o Modelo $k - \epsilon$ Padrão, nos demais casos, ou seja, nas previsões do coeficiente de atrito, perfis de velocidade média e perfis de flutuação de velocidade, as diferenças não foram acentuadas e todos os modelos testados fizeram uma sub-predição em relação aos dados experimentais. É importante observar aqui que as comparações foram efetuadas utilizando-se a coordenada adimensionalizada x^* , Eq. (17). Deve-se notar, também, que na previsão do comprimento de recolamento, o desempenho dos modelos de Hanjalic e Launder e Chang foi superior ao do RNG, no presente caso.

Em resumo, nenhum dos modelos estudados aqui apresentou desempenho global superior ao do Modelo $k - \epsilon$ Padrão.

Agradecimentos

Os autores agradecem à FAPEMIG – Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais, pelo apoio financeiro dado a este trabalho.

REFERÊNCIAS

- Bortolus, M.V. e Giovannini, A., 1995, Numerical Prediction of Wall Heat Transfer in Complex Turbulent Flow, Turbulence, Heat and Mass Transfer 1, edited by Hanjalic, K. and Pereira, J.C.F., Begell House, Inc., New York.
- Bortolus, M.V., 1995, Modelisation et Simulation des Transferts Thermiques Parietaux en Ecoulement Turbulent Complexe, Tese de Doutorado, Universidade Paul Sabatier, França.
- Cheng, G. C., 1990, The Effect of Streamline Curvature and Swirl on Turbulence Modeling in Curved Duct, Ph.D. Theses, The University of Kansas, Lawrence, Kansas.
- Cheng, G.C. e Farokhi, S., 1992, On Turbulent Flows Dominated by Curvature Effects, Journal of Fluid Engineering, vol. 114, pp. 53-57.
- Gosman, A.P. e Ideriah, F.J.K., 1976, Manual TEACH-2E: A General Computer Program for Two-Dimensional, Turbulent, Recirculating Flows, Imperial College, Londres.
- Hanjalic, K. e Launder, B.E., 1980, "Sensitizing the Dissipation Equation to Irrotational Strains", Transactions of the ASME, vol. 12, pp. 34-40.
- Leschziner, M.A. e Rodi, W., 1981, Calculation of Annular and Twin Parallel Jets Using Various Discretization Schemes and Turbulence-Model Variations, Journal of Fluid Engineering, vol. 103, pp. 352-360.
- Pourahmadi, S.W. e Humphrey, J.A.C., 1983, Prediction of Curved Channel Flow with and Extend $k - \epsilon$ Model of Turbulence, AIAA Journal, vol. 21, pp. 1365-1373.
- Tangam, S. and Speziale, C. G., 1992, Turbulent Flow Past a Backward-Facing Step: A Critical Evaluation of Two-Equation Models, AIAA Journal, vol. 30, n.5, pp. 1314-1320.
- Vogel, J.C., 1984, Heat Transfer and Fluid Mechanics Measurements in the Turbulent Reattaching Flow Behind a Backward-Facing Step, Tese de Doutorado, Stanford University.
- Vogel, J.C. e Eaton, J.K., 1985, Combined Heat Transfer and Fluid Dynamic Measurements Downstream of a Backward-Facing Step, Journal of Heat Transfer, vol. 107, pp. 922-929.
- Yakhot, V., and Smith, L. M., 1992, The Renormalization Group, the ϵ -Expansion and Derivation of Turbulence Models, J. Sci. Comput. 3, vol. 7, n.1, pp. 35-61.

THE STUDY OF NUMERICAL SIMULATION MODELS FOR TURBULENT FLOWS DOMINATED BY CURVATURE EFFECTS.

Key-words: Turbulence, Curvature effects, $k - \epsilon$ model, Numerical simulation.

ABSTRACT

This work compares various modifications on the $k - \epsilon$ model to take into account flows with streamline curvature effects and makes an analysis of the physical problem representation under the following points of view: simplicity to make easy its use by existing industrial programs, robustness and efficiency, that is, good convergency characteristics and computational time. The test case is a backward facing step flow.